

На правах рукописи

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ”

ИВАНОВА КСЕНИЯ ГЕОРГИЕВНА

**УПРАВЛЕНИЕ ПОРТФЕЛЕМ ЦЕННЫХ БУМАГ НА
ОСНОВЕ D-ОЦЕНОК РУССМАНА И НЕЙРОСЕТЕВОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ**

специальность 08.00.13 – Математические и инструментальные
методы экономики

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
кандидата экономических наук

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Берколайко М.З.

Воронеж - 2009

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Методы управления портфелем. D-оценки Руссмана и теоретический аппарат нейросетевого моделирования	12
1.1. Обзор существующих методов управления портфелем. Проблема измерения рыночного риска	12
1.2. D-оценки Руссмана как аппарат для оценки риска портфельного инвестирования	20
1.3. Возможности краткосрочного прогнозирования финансовых временных рядов	26
1.4. Теоретический аппарат нейросетевого моделирования.....	30
Выводы к главе 1.....	42
2. Применение D-оценок Руссмана к задаче управления портфелем активов.	43
2.1. Вывод на основе D-оценок формулы оценки риска для произвольной непрерывной траектории поведения системы в плановом периоде	43
2.2. Исследование свойств оценок риска вдоль траекторий движения системы, представляющих собой двухзвенные ломаные	54
2.3. Исследование свойств оценок риска вдоль траекторий движения системы вида $f(t) = t^\alpha$	58
2.4. Некоторые статистические закономерности рынка ценных бумаг.....	67
Выводы к главе 2.	75
3. Разработка и практическое использование синтетической методики управления портфелем.	76
3.1. Подготовка данных для нейросетевого анализа	76
3.2. Методы формирования комитета нейроэкспертов	85
3.3 Алгоритмы совместного применения комитетов нейросетей и D-оценок Руссмана к задаче управления портфелем активов.....	92

3.4. Обзор результатов тестирования представленных алгоритмов....	97
Выводы к главе 3.	102
Заключение.	103
Список использованных источников	104
Приложение 1. Алгоритмы обучения базовых нейронных сетей, составляющих комитет нейроэкспертов.....	115
Приложение 2. Результаты тестирования нейросетевого комитета	125

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Как известно, российскому рынку ценных бумаг присущи следующие особенности: неликвидность значительной доли ценных бумаг, доминирующее влияние игровых спекулятивных операций, резкое изменение тенденций, отсутствие зависимости стоимости акций от финансовых результатов эмитента, информационная непрозрачность, доминирующее значение политических и макроэкономических факторов, большая волатильность. Все это вызывает большие трудности для оценки и прогнозирования значений рыночных показателей и усложняет применение долгосрочных инвестиционных стратегий. Вследствие чего наиболее популярна сейчас активная стратегия управления портфелем, которая сводится к частому пересмотру портфеля в поисках финансовых инструментов, неверно оцененных рынком, и торговле ими с целью получить более высокую доходность.

Однако такой подход трудно соотнести с традиционными способами построения оптимального рыночного портфеля, которые, в силу использования в своей основе средних значений доходности, рассчитаны на долгосрочные инвестиции (пассивную стратегию управления портфелем). В связи с этим возникает необходимость в разработке стратегий для краткосрочных портфельных инвестиций, по возможности свободных от предположений о рыночной эффективности, которая в последнее время очевидным образом нарушается.

Отметим, что особую роль в современной экономической науке, равно как и практической деятельности, играет проблематика рисков. Вопросы идентификации, систематизации, анализа, количественной оценки и управления рисками занимают важное место как на уровне теоретической литературы и научных исследований, так и в системе реальной экономики.

Объективная реальность развития рынка свидетельствует о том, что на данном этапе требуются новые подходы к формированию портфеля ценных

бумаг, новые способы оценки рыночного риска в условиях текущей сверх-рискованности российского рынка акций и невозможности долгосрочного и среднесрочного прогнозирования тенденций фондового рынка.

Степень разработанности проблемы. Начало исследований в области моделей портфельного инвестирования было положено Г. Марковицем в 1952 году. В настоящее время развитие теории оптимального портфеля продолжается. Значительный вклад в исследование рынка ценных бумаг внесли, прежде всего, лауреаты Нобелевских премий (Дж. Тобин, Г. Марковиц, У.Ф. Шарп, М. Шоулс, Р. Ингл), а также ряд других зарубежных (Г. Дж. Александер, Дж. В. Бейли, Г. Дженкинс, Дж. Линтнер, Д. Мерфи, Дж. Моссин, Д. Нельсон, С. Росс и др.) и отечественных (Л.О. Бабешко, А.В. Воронцовский, В.В. Давнис, В.Н. Едророва, Д.А. Ендовицкий, Ю.П. Лукашин, Я.М. Миркин, А.О. Недосекин, Л. П. Яновский, Е.М. Четыркин и др.) ученых.

Большое внимание проблематике рисков портфельного инвестирования также уделялось в работах К. Рэдхэда, С. Хьюса, И.Т. Балабанова, В.Р. Евстигнеева.

Однако, как уже отмечалось, эти работы, в основном, касаются оценок риска долгосрочного портфельного инвестирования, тогда как современные рыночные реалии требуют аппарата для получения оценок риска в краткосрочных стратегиях.

Объектом исследования является динамика зарубежных и российских фондовых рынков.

Предметом исследования в настоящей работе является математический аппарат для мониторинга рыночной конъюнктуры и формирования портфеля ценных бумаг.

Цели и задачи диссертационной работы. Целью данного исследования является развитие математического аппарата формирования оптимального портфеля ценных бумаг для стратегий краткосрочного инвестирования.

Для реализации поставленной цели в диссертационной работе были поставлены и решены следующие **задачи**:

- исследовано состояние российского рынка ценных бумаг и проанализированы тенденции его развития;
- изучены современные подходы к формированию портфеля ценных бумаг;
- исследованы прикладные возможности методологического аппарата теории D-оценок Руссмана применительно к моделированию процесса портфельного инвестирования;
- усовершенствован аппарат D-оценок Руссмана за счет возможности привлечения методов нейросетевого моделирования;
- разработаны методы подготовки входных данных для нейросетевого анализа временных рядов доходностей;
- предложены подходы к созданию и использованию нейросетевого комитета, адаптивно реагирующего на изменение рыночной ситуации;
- рассчитаны оценки риска краткосрочных портфельных стратегий на основе D-оценок Руссмана и данных, предоставляемых нейросетевым комитетом;
- осуществлено тестирование программной реализации алгоритмов формирования портфеля ценных бумаг и торговых стратегий.

Область исследования. Диссертационная работа выполнена в рамках п. 1.6. «Математический анализ и моделирование процессов в финансовом секторе экономики ...», п. 1.9. «Разработка и развитие математических методов и моделей анализа и прогнозирования развития социально-экономических процессов общественной жизни...» паспорта специальности 08.00.13 – «Математические и инструментальные методы экономики».

Теоретическую и методологическую основу исследования составили современная теория финансовых рынков, а также последние достижения в области нейросетевого моделирования. В процессе работы над диссертацией использовались труды отечественных и зарубежных ученых в области построения моделей портфельного инвестирования, инвестиционного менеджмента, применения нейронных сетей к анализу финансовых рынков.

Информационно-эмпирическую базу исследования составили материалы научной периодической печати, архивы котировок цен акций и индексов, расположенные на официальных сайтах ЗАО Финам (www.finam.ru) и Российской Торговой Системы (www.rts.ru).

Обработка данных проводилась на ПЭВМ с использованием пакетов статистического анализа данных, тестирование представленных методик осуществлялось с помощью программного обеспечения, используемого в деятельности ООО «Инвестиционная палата».

Научная новизна заключается в разработке подхода к управлению портфелем ценных бумаг для краткосрочных стратегий, отличающегося от существующих тем, что в его основу положено совместное использование D-оценок Руссмана и методов нейросетевого моделирования. Такое объединение, с одной стороны, позволяет с помощью аппарата D-оценок получать не только текущие, но и ожидаемые оценки риска, с другой стороны, для нейронных сетей отпадает необходимость прогнозирования непосредственных значений котировок, а вместо нее решается значительно более простая задача прогнозирования коридора будущих значений цен.

Научную новизну содержат следующие результаты диссертационного исследования:

- разработана синтетическая методика формирования портфеля ценных бумаг на основе D-оценок Руссмана и данных, представляемых нейросетевым комитетом, обеспечивающая применение краткосрочных стратегий инвестирования;
- предложена методика оценки риска краткосрочных портфельных стратегий, в рамках которой оценка риска рассматривается как изменяющаяся во времени величина, а сам портфель – как система переменной структуры;
- построены модели формирования портфеля ценных бумаг на основе D-оценок Руссмана с привлечением методов нейросетевого моделирования;

- разработан метод подготовки входных данных для нейросетевого анализа эмпирической базы, позволяющие уменьшить противоречивость этих данных и частично избавиться от шумов;
- предложены методы формирования нейросетевого комитета, предусматривающие автоматическое ранжирование нейроэкспертов на основе анализа краткосрочных рыночных тенденций;
- рассчитаны оценки риска для наиболее статистически обоснованных сценариев поведения портфеля активов в перспективном периоде, использование которых позволяет сформировать оптимальный портфель ценных бумаг.

Практическая значимость исследования заключается в том, что сформулированные выводы и предложения, разработанные модели и алгоритмы могут быть использованы финансовыми учреждениями, частными инвесторами, разработчиками информационно-аналитических систем, другими субъектами рынка ценных бумаг в качестве инструментария для получения дополнительной информации, способствующей повышению степени обоснованности инвестиционных решений.

Апробация результатов работы. Основные результаты исследования докладывались и обсуждались на: семинарах и научных сессиях экономического факультета Воронежского государственного университета; 30-й Международной научной школе-семинаре “Системное моделирование социально-экономических процессов” (Воронеж, 2007); IV Международной научно-практической конференции «Экономическое прогнозирование: модели и методы» (Воронеж, 2008); 31-й Международной школе-семинаре “Системное моделирование социально-экономических процессов” (Воронеж, 2008).

Внедрение результатов исследования. Предложенные методы, модели и программы прошли успешную верификацию на реальных временных рядах российского фондового рынка. Отдельные результаты диссертационного исследования нашли применение в практической деятельности финансовой

компаний ООО «Инвестиционная палата», что подтверждается актом внедрения.

Публикации. По теме диссертационного исследования опубликовано 7 работ, в том числе 2 статьи в издании, рекомендованном ВАК России ([11] и [34]), 2 статьи в выпусках Вестника Воронежского государственного университета, 3 статьи в сборниках трудов научно-практических конференций.

В работе [9] автором осуществлен вывод формул оценки риска для широкого класса функций изменения состояния системы вида: $f(t) = t^\alpha (\alpha > 0)$. В работе [10], лично автору принадлежит вывод формул оценки риска для функций изменения состояния системы, представляющих собой двухзвенные ломаные линии. В [11] автором предложена методика формирования портфеля ценных бумаг на основе D-оценок Руссмана и прогнозных данных, предоставляемых нейросетевым комитетом. В работе [32] автором проведен статистический анализ закономерностей, присущих российскому рынку ценных бумаг. На основе этого анализа сделаны выводы о наиболее обоснованных сценариях поведения портфеля активов в плановом периоде (в зависимости от текущей рыночной ситуации). В [33] и [34] автору принадлежат алгоритмы подготовки и преобразования входных данных для нейросетевого прогнозирования временных рядов доходностей. В [35] автором предложен алгоритм формирования нейросетевого комитета, позволяющий осуществлять автоматическое ранжирование прогнозирующих нейроэкспертов на основе анализа краткосрочных рыночных тенденций.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трех глав с выводами по каждой главе и заключения, а так же списка используемой литературы из 123 наименований, в т.ч. англоязычных – 41, и двух приложений. Основной текст изложен на 115 страницах, содержит 10 таблиц, 25 рисунков.

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, определены предмет и объект исследования, сформулирована цель и поставлены задачи,

решение которых необходимо для ее достижения, раскрыта научная новизна и практическая значимость результатов исследования.

В первой главе приведен аналитический обзор современных подходов к формированию портфеля активов, особое внимание уделяется проблеме измерения портфельного риска. Здесь же кратко излагается теоретический аппарат D-оценок, разработанный Исааком Борисовичем Руссманом. Помимо того, в первой главе анализируются возможности краткосрочного прогнозирования финансовых временных рядов и представляются теоретические основы аппарата нейросетевого моделирования.

Во второй главе описывается подход к управлению портфелем, основанный на совместном использовании D-оценок Руссмана. Задача управления портфелем рассматривается как задача управления системой переменной структуры с целью достижения этой системой некоторой заранее заданной цели. Здесь же выводится общая формула оценки риска для произвольной траектории поведения системы в плановом периоде. Далее приводится анализ некоторых статистических закономерностей, присущих российскому рынку ценных бумаг, позволяющий в зависимости от продолжительности планового периода выделить наиболее обоснованные траектории поведения системы. Для этих траекторий выводятся конкретные формулы изменяющихся во времени оценок риска.

В третьей главе описывается разработка и практическое применение синтетической методики управления портфелем активов, основанной на использовании D-оценок Руссмана и аппарата нейросетевого моделирования. В частности, большое внимание уделяется методам подготовки данных для нейросетевого анализа, так как от этого существенно зависит качество прогнозирования диапазона возможного изменения параметров системы в плановом периоде, а, значит, и качество модели в целом. Здесь же приводятся алгоритмы формирования комитетов нейроэкспертов для прогнозирования параметров системы в плановом (краткосрочном) периоде и обосновывается преимущества использования таких комитетов по сравнению с отдельными

нейронными сетями. Все приведенные в этой главе практические результаты получены в процессе тестирования и последующего использования программного обеспечения, созданного на основе данного диссертационного исследования в финансовой компании ООО «Инвестиционная палата».

В заключении изложены основные научные результаты и выводы диссертационного исследования.

I. МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОРТФЕЛЕМ. D-ОЦЕНКИ РУССМАНА И АППАРАТ НЕЙРОСЕТЕВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

I.1. Обзор существующих методов управления портфелем. Проблема измерения рыночного риска

Портфелем ценных бумаг называются все ЦБ, которыми располагает инвестор. Портфель может состоять из следующих секций: облигационной, обыкновенных активов, привилегированных активов, паев ПИФов и т.д. [2].

Обыкновенные акции являются высокорискованной ЦБ, не предполагающей гарантированного дохода. Инвестиции в такие активы обеспечивают инвестору два источника получения дохода: доход от прироста курсовой стоимости акций и дивидендный доход. Неопределенность относительно будущей стоимости акций и величины будущих дивидендов является источником повышенного риска, связанного с вложениями в данные ЦБ, так как на стоимость акций влияет большое количество разнообразных факторов. В результате анализа факторов, порождающих данную неопределенность, инвестор должен выделить разнообразные виды рисков, сопровождающих вложения в подобные активы, исходя из выбранных критериев. В конечном счете, приемлемый уровень предполагаемого риска и дохода, приносимого акциями, находит свое отражение в инвестиционной политике инвестора и определяет его действия на рынке ценных бумаг.

Сущность портфельного инвестирования на рынке ценных бумаг заключается в том, чтобы улучшить условия инвестирования, сформировав в определенный момент инвестиционного периода такую совокупность активов, которая обеспечивает необходимое для инвестора соотношение между риском и доходностью от вложений, что недостижимо при инвестициях в отдельно взятый актив и возможно только при размещении средств инвестора в их комбинации. Под риском, как правило, понимается категория неопределенности в получении доходов инвестором, вызывающая у каждого инвесто-

ра субъективное отношение к процессу инвестирования, чаще всего — отношение неприятия риска.

Эффективность управления портфелем ценных бумаг предполагает проведение мониторинга портфеля ценных бумаг с целью осуществления необходимой корректировки принятых решений. Важным принципом проведения мониторинга является сопоставимость результатов, для обеспечения которой необходимо применять единую методику и использовать ее через некоторые интервалы времени.

Результативность мониторинга во многом зависит от качества построения системы показателей портфеля, степени ее репрезентативности, а также чувствительности к неблагоприятным изменениям.

Началом современной теории портфеля принято считать опубликование в 1959 г. книги Г. Марковица «Portfolio selection: efficient diversification of investments» [4].

Согласно методике Марковица [1,4,45,32], ожидаемая доходность актива представляется случайной величиной, а риск — мерой неопределенности этой случайной величины. Мерой доходности каждого конкретного актива служит математическое ожидание возможных значений доходности этого актива, а мерой риска — дисперсия (вариация или же среднеквадратическое отклонение) возможных значений его доходности.

Принимая, что величина капитала инвестора равна **1** и распределена между n ценными бумагами портфеля, по известным правилам теории вероятностей можно выразить математическое ожидание доходности r_p портфеля и его дисперсию σ_p^2 :

$$r_p = \sum_{i=1}^n x_i * r_i , \quad (1.1)$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i * x_j * K_{ij} , \quad (1.2)$$

где x_i - доля капитала, вложенного в i -ю ценную бумагу,

r_i - математическое ожидание доходности i -ой ценной бумаги,

K_{ij} - ковариация между доходностями ценных бумаг i и j .

Опираясь на методику Марковица, инвесторы должны определять портфель с наивысшей ожидаемой доходностью с приемлемым для них уровнем риска либо, наоборот, решать задачу минимизации риска портфеля при обеспечении заданного уровня его доходности.

Предложенные Марковицем концепции были расширены Шарпом (Sharpe, 1964), Литнером (Litner, 1965) и Моссином (Mossin, 1966) и вылились в известную модель ценообразования активов капитала (САРМ), до сих пор считающуюся стандартом для любой новой модели инвесторского поведения.

Основным результатом САРМ явилось установление соотношения между доходностью и риском актива для равновесного рынка. При этом важным оказывается тот факт, что при выборе оптимального портфеля инвестор должен учитывать не весь риск, связанный с активом (риск по Марковицу), а только часть его, называемую систематическим, или недиверсифицируемым риском. Эта часть риска актива тесно связана с общим риском рынка в целом и количественно представляется коэффициентом «бета», введенным Шарпом ранее в его однофакторной модели [77]. Остальная часть (несистематический, диверсифицируемый риск) устраняется выбором соответствующего (оптимального) портфеля.

В основе САРМ лежат следующие положения:

- стандартная параметризация характеристик портфелей инвесторов (т.е. ожидаемые доходности и стандартные отклонения за период владения акциями);
- отсутствие факторов, препятствующих инвестициям в активы (совершенство рынков, исключаящее налоги и транзакционные издержки, безграничная делимость активов, равенство ставок безрискового заимствования и кредитования и т.д.);
- одинаковый временной горизонт активности инвесторов;

- однородность ожиданий относительно будущих доходностей, средне-квадратических отклонений и ковариаций доходностей активов на рынке;
- одинаковая структура информационного поля для всех инвесторов.

Главными итогами CAPM можно назвать появление теоремы о разделении. Она указывает на то, что оптимальная комбинация активов в портфеле инвестора может быть определена без учета его субъективных предпочтений относительно риска и доходности инвестиций [6]. В состоянии равновесия портфель состоит из всех активов, обращающихся на рынке. Причем доля каждого актива соответствует его относительной рыночной стоимости, т.е. равна отношению текущей капитализации данного актива к текущей капитализации всего рынка активов. Следовательно, данная комбинация активов должна стать объектом практических инвестиций при пассивном поведении инвестора. Кроме того, данный «рыночный» портфель является универсальным показателем оценки эффективности деятельности инвестора.

Одним из основных спорных моментов как портфельной теории Марковица, так и методики CAPM является присутствующее в них ключевое предположение о конечности дисперсии портфеля, выступающей в качестве меры риска. Данное предположение основывается на так называемой теории "эффективного" рынка, изложенной в диссертации Луи де Башелье [43] еще в 1900 году. Согласно этой теории, ценовые изменения активов независимы и следуют случайным блужданиям (то есть представляют собой броуновское движение). Следовательно, по закону больших чисел, вероятностное распределение доходности портфеля приблизительно нормально (или, как позднее утверждал М. Кенделл [128], логнормально, то есть броуновскому движению подвержены логарифмы ценовых изменений активов). Эта приблизительность означает, как минимум, что распределение прибылей имеет конечную среднюю величину и дисперсию.

Однако, теория эффективного рынка до сих пор не получила широкого практического подтверждения. Еще эмпирические данные 60-х годов из статьи Мандельброта [32] показывали, что доходности некоторых активов мо-

гут иметь распределение Парето с бесконечной дисперсией. А к началу 70-х годов уже было накоплено много фактов, свидетельствующих о том, что прибыли не следуют нормальному распределению. В том числе книга одного из создателей САРМ Шарпа (1970) [56] содержит разделы, в которых говорится о необходимости модификации стандартной теории портфеля с учетом устойчивого распределения Парето. Несмотря на это, к концу 1970-х годов нормальное и логнормальное распределение доходностей с предположением о независимости случайных изменений цен стали общепринятыми в моделировании. На этой основе бурно развиваются эконометрические (статистические) модели [1, 48, 50, 62, 115] анализа и прогнозирования финансовых показателей. Применения эконометрики к рынкам капитала стали более комплексными, так как теория эффективного рынка получила широкое признание и все меньше ставилась под вопрос.

Главными достижениями 70-х годов в области портфельного инвестирования были модель расчета цен опционов Блэка и Шоулса (Black, Scholes, 1973) и арбитражная ценовая теория (АРТ — Arbitrage Pricing Theory) Росса (Ross, 1976). Следует отметить, что АРТ является более общей ценовой моделью, чем САРМ, однако практически для ее инструментального оснащения была использована стандартная эконометрика (включая предположение о конечной дисперсии).

Работы 1980-х в основном были сосредоточены на эмпирических исследованиях и приложениях уже существующих моделей. При этом следует отметить, что, несмотря на господствующую в теории модель САРМ, в качестве основы для оценки портфельного риска в практических расчетах чаще стала использоваться не дисперсия (или среднеквадратичное отклонение), а так называемая волатильность – неформальное обозначение вариабельности, разброса доходностей рыночных активов. Основное достоинство такого подхода к оценке риска заключается в том, что, как было замечено, рыночная волатильность изменяется во времени (в отличие от достаточно стабильно среднеквадратичного отклонения). Теория эффективного рынка исходит из

того, что случайные изменения цен на каждом временном интервале не зависят друг от друга. Реальное поведение случайных изменений обычно не соответствует данному допущению. Для волатильности характерна так называемая "кластеризация", т.е. периоды, когда абсолютные значения волатильности принимают большие или, наоборот, маленькие значения. Это может означать, что волатильность (а, следовательно, и риск) зависит от своих предыдущих уровней.

Такой подход нашел отражение в авторегрессионных условных гетероскедастических (ARCH) моделях Ингла (Engle, 1982). ARCH-модель представляет волатильность в виде суммы некоторой базовой волатильности и линейной функции абсолютных значений нескольких последних изменений доходностей:

$$\sigma_t^2 = a + \sum_{i=1}^q b_i \varepsilon_{t-i}^2, \quad (1.3)$$

где a (константа) - базовая волатильность; ε_{t-i} - предыдущие изменения цен; q (порядок модели) - количество последних изменений цен, влияющих на текущую волатильность; b_i - весовые коэффициенты, определяющие степень влияния предыдущих изменений цен на текущее значение волатильности.

Расширением ARCH-модели является GARCH-модель, где на текущую волатильность влияют как предыдущие изменения цен, так и предыдущие оценки волатильности (т.н. "старые новости"). Согласно данной модели расчет волатильности производится по следующей формуле:

$$\sigma_t^2 = a + \sum_{i=1}^q b_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p c_i \sigma_{t-i}^2, \quad (1.4)$$

где p - количество предшествующих оценок волатильности, влияющих на текущую; c_i - весовые коэффициенты, определяющие степень влияния предыдущих оценок волатильности на текущее значение.

Несмотря на несомненные достоинства, ARCH и GARCH -модели исходят из предположения о кратковременной памяти в рыночных процессах, а также — в той или форме — о рыночной эффективности.

Начиная с 90-х годов и до настоящего времени наиболее распространенной формой количественной оценки портфельного риска в мире становится методология Value-at-Risk (VaR). VaR — это статистическая оценка максимальных потерь заданного портфеля при заданном распределении рыночных факторов за данный период времени. VaR портфеля для данного доверительного уровня p и данного периода поддержания позиций t определяется таким значением V , которое обеспечивает покрытие возможных потерь x держателя портфеля за время t с вероятностью p , т. е. $P(x < V) = p$.

С точки зрения теории вероятностей и математической статистики VaR соответствует p -квантилю заданного распределения. При этом $VaR = V$ соответствует доверительному уровню, равному $1 - p$.

Определение VaR подразумевает знание функции распределения доходности портфеля за выбранный интервал времени. Если стандартное отклонение как мера риска определяет "ширину" плотности распределения доходности портфеля, то VaR определяет конкретное значение потерь в стоимости портфеля, соответствующее заданному весу "хвоста" распределения.

Методология VaR обладает рядом преимуществ, так как позволяет:

- оценить риск в терминах возможных потерь, соотнесенных с вероятностями их возникновения;
- измерить риски на различных рынках универсальным образом;
- агрегировать риски отдельных позиций в единую величину для всего портфеля, учитывая при этом информацию о количестве позиций, волатильности на рынке и периоде поддержания позиций.

Однако VaR, как и MPT, использует предположение о конечности дисперсии портфеля, хотя и, в общем случае, не требует нормального распределения доходностей активов. Кроме того, если, например, скачкообразно изменяется волатильность рынка или корреляция между активами, то VaR сможет учесть эти изменения (при условии их сохранения) только через определенный промежуток времени. А до этого момента оценка VaR будет не-

корректна, что делает ее малопригодной на нестабильных рынках, к которым можно отнести и Российский рынок ценных бумаг.

Как известно, российскому рынку ЦБ присущи следующие особенности: недооцененность, неликвидность значительной доли ценных бумаг, доминирующее влияние игровых спекулятивных операций (более 90% сделок осуществляется с целью перепродажи), резкое изменение тенденций, отсутствие зависимости стоимости акций от финансовых результатов эмитента, информационная непрозрачность, доминирующее значение политических и макроэкономических факторов, большая волатильность. Все это вызывает определенные трудности в деле оценки и прогнозирования значений рыночных показателей. Инвесторы российского рынка имеют различные ожидания относительно доходности и риска отдельных ценных бумаг. В итоге цена данных активов часто завышена или занижена. Поэтому наиболее популярная сейчас активная стратегия управления портфелем сводится к частому пересмотру портфеля в поисках финансовых инструментов, которые неверно оценены рынком, и торговле ими с целью получить более высокую доходность.

Однако такой подход трудно соотнести с традиционными способами построения оптимального рыночного портфеля, которые, в силу использования в своей основе средних значений доходности, рассчитаны на долгосрочные инвестиции (пассивную стратегию управления портфелем). В связи с этим, возникает острая необходимость в разработке стратегий для краткосрочных портфельных инвестиций, по возможности еще и свободных от спорных предположений о рыночной эффективности.

С целью получения оценок риска для краткосрочных портфельных инвестиций в данной диссертационной работе предлагается использовать аппарат D-оценок Руссмана.

I.2. D-оценки Руссмана как аппарат для оценки риска портфельного инвестирования

В современной экономической науке, равно как и практической деятельности, проблематика рисков играет серьезную роль. Вопросы идентификации, систематизации, анализа, количественной оценки и управления рисками занимают важнейшее место как на уровне теоретической литературы и научных исследований, так и в системе реальной экономики.

За последние несколько десятилетий существенно расширилась теоретическая база анализа рисков, и целый ряд работ в этой области был отмечен нобелевскими премиями (в т.ч. К. Эрроу, Г. Марковиц, У. Шарп, Дж. Акерлоф, Ф. Найт).

Однако, как уже отмечалось, эти работы касаются оценок риска долгосрочного портфельного инвестирования, тогда как современные рыночные реалии требуют получения оценок риска в краткосрочных стратегиях. С целью получения таких оценок в задаче управления портфелем предлагается использовать системный подход.

Итак, представим, что портфель ценных бумаг – это некоторая система переменной структуры, а управление портфелем – это процесс контроля за данной системой. Целью такого управления будет являться получение запланированного дохода за определенный инвестиционный период. Риск, в свою очередь, определим как степень угрозы недостижения поставленной цели и сделаем его переменной величиной - функцией относительно текущего положения системы. Для количественной оценки степени угрозы недостижения цели используем D-оценки Руссмана, аппарат которых представлен далее в этом параграфе.

Интуитивно ясно, что тем труднее достичь поставленной цели, чем меньше запас наших возможностей по отношению к тем требованиям, которые диктует желаемая цель, то есть угроза недостижения цели связана – и концептуально и формально – с изменяющимися во времени "трудностями", возникающими при её достижении и вызванными сопротивлением внешней

среды, неидеальным качеством используемых ресурсов и собственными ограниченными возможностями. (В случае управления портфелем ценных бумаг под ресурсами мы будем понимать текущий состав портфеля, обеспечивающий ему определенную доходность.)

При этом количественная шкала оценки «трудностей» уже содержится в семантике: мы говорим, что цели достичь невозможно, если качество и количество наших ресурсов меньше требуемого; мы говорим, что цели достичь очень трудно, если этот запас лишь незначительно превышает требования и т.д.

Таким образом, основное условие, которому должна удовлетворять оценка «трудности», состоит в том, что «трудность» монотонно убывает при возрастании «расстояния» между оценками требований и ресурсной обеспеченности.

Понятно также, что качество результата (цели) и качество ресурсов – это понятия комплексные, зависящие от многих факторов.

Итогом исследования такой многофакторной характеристики является введенная И.Б. Руссманом оценка «трудности достижения цели» (или D-оценка), про которую в этом контексте уместно говорить, что она порождена многими факторами. Помимо этого можно, разумеется, рассматривать и специфические трудности, порожденные каждым фактором в отдельности. Поэтому возникает естественная проблема взаимоотношения между набором локальных «трудностей» и агрегированной трудностью, порожденной комплексом этих специфических факторов.

В [11] эти соотношения описываются следующей системой аксиом. Пусть d_1, d_2 – специфические трудности, а d – порожденная ими агрегированная трудность.

$$1. d = f(d_1, d_2) \quad d_1 * d_2.$$

Это требование означает, что агрегированная трудность не зависит от каких – либо других факторов, кроме заданных. В дальнейшем f будем называть сверткой трудностей.

$$2. d_1 * d_2 = d_2 * d_1.$$

Коммутативность свертки означает, что до применения управляющего воздействия порядок возникновения трудностей не существенен, т.е. если система предоставлена самой себе, то не имеет значения, накладывается ли первая трудность на вторую, или наоборот.

Принятие такого условия влечет за собой и отсутствие иерархии факторов, т.е. их одноуровневость, что выражается условием ассоциативности:

$$3. (d_1 * d_2) * d_3 = d_1 * (d_2 * d_3).$$

Следующее условие есть условие нормировки:

$$4. 0 \leq d_1, d_2, d \leq 1, f(0,0) = 0, f(1,1) = 1.$$

И, наконец, условие:

$$5. f(d_1, 0) = d_1,$$

которое означает, что при отсутствии трудности по второму фактору, свертка совпадает с трудностью по первому фактору.

Еще в начале XIX-го века Н.Абелем было доказано, что общий вид функции f , при выполнении условий 1) – 3), задается формулой:

$$f(d_1, d_2) = \varphi^{-1}[\varphi(d_1) + \varphi(d_2)], \quad (1.5)$$

где φ - монотонная, непрерывная функция.

Для выполнения условий 4) – 5) на φ накладываются очевидные ограничения: $\varphi(0) = 0, \varphi(1) = \infty$. Если теперь в качестве функции φ выбрать $\ln \frac{1}{1-d}$, то:

$$f(d_1, d_2) = d_1 + d_2 - d_1 d_2. \quad (1.6)$$

Таким образом, если понятие трудности удовлетворяет естественным условиям 1) – 5), а в качестве генерирующей функции φ выбрана функция (1.5), то выражение для агрегированной трудности совпадает с формулой вероятности суммы независимых событий. Отсюда следует, что трудность может быть охарактеризована в вероятностных терминах; это сделано в работах [11,14], где трудность возникает, как условная вероятность недостижения цели при условии, что качество ресурса удовлетворяет первоначально сформу-

лированным ограничениям.

В ситуации управления активами это означает, что "благонадежная" предыстория актива не есть гарантия его хорошего поведения в дальнейшем.

Если $\varphi(d)$ в соотношении (1.5) трактовать как затраты на преодоление трудности d , то (1.6) можно записать в виде: затраты на преодоление общей трудности есть сумма затрат на преодоление профакторных трудностей, поскольку $d = \varphi^{-1}[\varphi(d_1) + \varphi(d_2)]$ эквивалентно равенству $\varphi(d) = \varphi(d_1) + \varphi(d_2)$. Сказанное позволяет сделать вывод о том, что экономические соображения подтверждают разумность выбора условий 1) – 5).

Перейдём к определению трудности через оценки качества ресурса. Пусть $\mu \in (0, 1]$ есть безразмерная оценка качества ресурса с условием "чем больше, тем лучше", а $\varepsilon \in [0, 1)$ - нижняя граница требований к качеству ресурса. Ресурс считается допустимым, если $\mu \geq \varepsilon$. Трудностью (или D-оценкой Руссмана) мы назовём величину, задаваемую соотношением:

$$d = \frac{\varepsilon(1 - \mu)}{\mu(1 - \varepsilon)}, \quad \mu \geq \varepsilon. \quad (1.7)$$

Ясно, что $d \in [0, 1]$. Кроме того, $d = 0$, когда отсутствуют требования к качеству ресурса ($\varepsilon = 0$) и при $\mu = 1$, т.е. для ресурса идеального качества. Трудность максимальна ($d = 1$) при $\mu = \varepsilon$. Легко видеть, что трудность, задаваемая соотношением (1.7), удовлетворяет всем сформулированным выше условиям.

Формула (1.7) допускает очевидную вероятностную интерпретацию: введем два случайных события: A_i – не выполнено требование к качеству i -го результата, B_j - не выполнено требование к качеству j -го ресурса. Тогда d_{ij} выступает как вероятность $P(A_i / \overline{B_j})$ недостижения i -го результата при использовании j -го ресурса, удовлетворяющего требованиям. При этом выражение (1.7) становится формулой Байеса, если принимается одна из двух возможных интерпретаций:

1. $\varepsilon_j = P(B_j), \mu_{ij} = P(B_j / A_i)$ или
2. $\varepsilon_{ij} = P(\overline{B_j} / A_i), \mu_j = P(\overline{B_j})$.

В том и другом случае, естественно предполагается выполнение условия $P(A_i / B_j) = 1$, то есть при некачественном ресурсе результат всегда не достигается. Легко проверить, что $\mu_{ij} \geq \varepsilon_j$ и $\mu_j \geq \varepsilon_{ij}$.

Важным соображением будет тот факт, что риск, то есть угроза потери управляемости, неограниченно возрастет вблизи некоторой границы, за которой система становится принципиально неуправляемой. Это естественно приводит к введенной Гильбертом и Клейном проективной метрике на плоскости Лобачевского – Клейна [15]. Для удобства изложения приведем необходимые сведения. Изобразим плоскость Лобачевского – Клейна как единичный круг, любая хорда которого трактуется как бесконечная прямая.

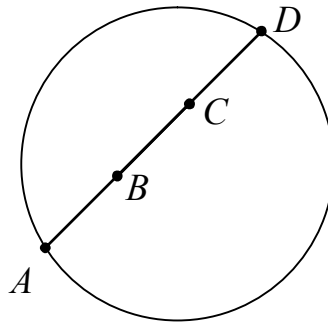


Рис. 1.1 Плоскость Лобачевского – Клейна

Расстояние $\rho(B, C)$ между точками B и C стремится к бесконечности при

$C \rightarrow D$ или при $B \rightarrow A$. Это расстояние задается формулой $\ln \frac{1}{d}$, где

$d = \frac{AB \cdot CD}{AC \cdot BD}$ - ангармоническое отношение четырёх точек. Выше у нас встре-

чалось похожее выражение: $\ln \frac{1}{1-d}$. Разница между этим выражением и мет-

рикой Клейна – Гильберта связана с тем, что, в отличие от модели Клейна – Гильберта, в которой равенство $\rho(B, C) = 0$ эквивалентно тому, что $B = C$, в наших построениях совпадение точек B и C означает, что качество ресурса μ

равно нижней границе требований к нему (ε) и при этом трудность d максимальна и равна 1.

Таким образом, выражение для трудности имеет очевидные аналогии с проективным расстоянием. Как известно, это расстояние является в проективной геометрии единственным, сохраняющим обычные правила сложения отрезков на прямой, что вполне соответствует принципу сложения затрат. Упомянем также, что выражение вида (1.7) фигурирует в описании операторов нечёткой импликации [14], которые возникают при оценке осуществимости вывода о том, что при выполнении определенных условий можно получить требуемый результат.

Точные количественные вычисления риска с помощью данного аппарата будут приведены в главе II. А пока, подводя итог данного параграфа, еще раз отметим, что D-оценка Руссмана («трудность достижения цели») – это изменяемая во времени (зависящая от положения системы) величина, которую можно трактовать как степень угрозы недостижения поставленной цели. Поскольку в нашем случае целью является получение запланированной прибыли, угрозу недостижения этой цели можно напрямую увязать с портфельным риском.

Поскольку такая оценка риска меняется во времени, она может быть использована и при краткосрочном портфельном инвестировании. Однако недостатком данного подхода является то, что для вычисления риска предстоящего периода необходимо иметь представление о поведении системы в этот период, то есть, в нашем случае, по крайней мере, иметь оценки (верхнюю и нижнюю) доходности акций, которые могут быть включены в портфель, для чего нам понадобится аппарат прогнозирования.

I.3. Возможности краткосрочного прогнозирования финансовых временных рядов

Помимо оценок риска, для эффективного формирования краткосрочного инвестиционного портфеля необходимо уметь вычислять ожидаемые значения его доходности. Как было указано ранее, использование в этом качестве оценок среднестатистических возможных значений доходности не годится, так как оно ориентировано на долгосрочную перспективу. Поэтому в данной работе предлагается осуществлять краткосрочное прогнозирование значений доходности, и уместно остановиться на его принципиальной возможности.

Согласно упомянутой ранее доктрине эффективного рынка, такое прогнозирование бессмысленно, инвестор может надеяться лишь на среднюю рыночную доходность. Всякий же спекулятивный доход носит случайный характер и подобен азартной игре на деньги.

Однако теория эффективного рынка, как уже подчеркивалось, имеет больше контраргументов, чем аргументов в свою защиту, и не разделяется самими участниками рынка, что вполне естественно. Большинство из них уверены, что рыночные временные ряды, несмотря на кажущуюся стохастичность, полны скрытых закономерностей, т.е. в принципе хотя бы частично предсказуемы, если научиться находить эти закономерности. Такие скрытые эмпирические закономерности первым пытался выявить еще в 30-х годах 20 века в серии своих статей финансист Ральф Эллиот [23]. Анализируя данные фондового рынка, он выделил несколько главных ритмов, теперь известных как волны Эллиота. Волновая теория Эллиота основана на последовательности ростов и падений биржевых котировок, которые подчинены определенным принципам, и широко используется аналитиками при описании современных рыночных тенденций.

В 80-х годах 20 века гипотеза о частичной предсказуемости рыночных временных рядов нашла поддержку в незадолго до этого появившейся теории динамического хаоса. Эта теория построена на противопоставлении хаотич-

ности и стохастичности (случайности). Хаотические ряды только выглядят случайными, но, как детерминированный динамический процесс, вполне допускают краткосрочное прогнозирование. Область возможных предсказаний ограничена по времени горизонтом прогнозирования, но этого может оказаться достаточно для получения реального дохода от предсказаний. И тот, кто обладает лучшими математическими методами извлечения закономерностей из зашумленных хаотических рядов, может надеяться на большую норму прибыли - за счет своих менее оснащенных собратьев.

В последнее десятилетие наблюдается устойчивый рост популярности технического анализа - набора эмпирических правил, основанных на различного рода индикаторах поведения рынка. Технический анализ сосредотачивается на индивидуальном поведении данного финансового инструмента, вне его связи с остальными ценными бумагами.

Такой подход психологически обоснован сосредоточенностью брокеров именно на том инструменте, с которым они в данный момент работают. Согласно Александру Элдеру, известному специалисту по техническому анализу (по своей предыдущей специальности - психотерапевту), поведение рыночного сообщества имеет много аналогий с поведением толпы, характеризующимся особыми законами массовой психологии. Влияние толпы упрощает мышление, нивелирует индивидуальные особенности и рождает формы коллективного, стадного поведения, более примитивного, чем индивидуальное. В частности, стадные инстинкты повышают роль лидера, вожака. Ценовая кривая, по Элдеру, как раз и является таким лидером, фокусируя на себе коллективное сознание рынка [9]. Такая психологическая трактовка поведения рыночной цены обосновывает применение теории динамического хаоса. Частичная предсказуемость рынка обусловлена относительно примитивным коллективным поведением игроков, которые образуют единую хаотическую динамическую систему с относительно небольшим числом внутренних степеней свободы.

Согласно этой доктрине, для предсказания рыночных кривых необходимо освободиться от власти толпы, стать выше и умнее ее. Для этого предлагается выработать систему игры, апробированную на прошлом поведении временного ряда и четко следовать этой системе, не поддаваясь влиянию эмоций и циркулирующих вокруг данного рынка слухов. Иными словами, предсказания должны быть основаны на алгоритме, т.е. их можно и даже должно поручить компьютеру. За человеком остается лишь создание этого алгоритма, для чего в его распоряжении имеются многочисленные программные продукты, облегчающие разработку и дальнейшее сопровождение компьютерных стратегий на базе инструментария технического анализа.

Следуя этой логике, почему бы не использовать компьютер и на этапе разработки стратегии, причем не в качестве ассистента, рассчитывающего известные рыночные индикаторы и тестирующего заданные стратегии, а для извлечения оптимальных индикаторов и нахождения оптимальных стратегий по найденным индикаторам. Такой подход – с привлечением технологии нейронных сетей – завоевывает с начала 90-х годов все больше приверженцев, т.к. обладает рядом неоспоримых достоинств.

Гипотеза эффективного рынка опровергается даже в теории, если рынок «зашумлен» наличием неравновесных цен, психологическими барьерами и возвратными движениями цен при достижении крайних значений [27]. Такие технологии, как нейронные сети, позволяют получать возможности для извлечения прибыли на ограниченных отрезках времени и/или на краткосрочных контрактах. Даже если все-таки предположить, что рынок рационален, т.е. что все индивидуальные инвесторы ведут себя в среднем рационально, это вовсе не значит, что не может существовать не замеченных ранее закономерностей в ценах и различных индикаторах рынка.

Характер динамики рынка связан с его формальными и неформальными установками, институциональным окружением, а также сложившейся практикой, предвзятыми мнениями, тенденциями и психологическими барьерами. Все это делает возможным существование (до поры скрытых и выгля-

дящих как случайности) закономерностей в поведении рыночных цен, и эти закономерности, в принципе, можно предсказывать.

Представляется, что нейронные сети лучше, чем другие методы, подходят для выявления нелинейных закономерностей в отсутствие априорных знаний об основной модели. Нейросетевой вариант имеет хотя бы то несомненное преимущество, что не содержит искусственного подгона рыночных взаимосвязей под маску стандартного распределения. В этом контексте данный подход представляется более универсальным и перспективным.

I.4. Теоретический аппарат нейросетевого моделирования

По своей природе нейросетевое моделирование представляет синтез подхода исторического моделирования и экспертных оценок. Сама по себе сеть – простейшая модель человеческого мозга – как инструмент моделирования принципиально отличается от статистических моделей, поскольку не требует задания зависимостей. Если в стандартных моделях пользователь задает ряд гипотез и законов, на основе которых формализованным, более или менее стандартным образом формируются модели, то нейронная сеть сама в процессе обучения подбирает зависимости, уровень сложности которых зависит от сложности сети.

На первом этапе работы нейросети – обучении – в качестве входных данных вводится исторический массив данных по колебаниям рынка, на основе которых сеть осуществляет подбор закономерностей, эти движения описывающих. Далее "обученная" сеть выступает готовым прогностическим инструментом, настроенным на специфику объекта.

Недостатком нейронных моделей являются значительные затраты по времени и другим ресурсам для построения удовлетворительной модели. Известно, что обучение сети может занимать довольно много времени.

Однако нейросетевая модель имеет гораздо большее количество достоинств. Существует удобный способ модифицировать модель по мере того, как появляются новые наблюдения. Модель хорошо работает с временными последовательностями, в которых мал интервал наблюдений, т.е. может быть получена относительно длинная временная последовательность. По этой причине модель может быть использована в области краткосрочного прогнозирования, где нас интересуют ежечасовые, ежедневные или еженедельные наблюдения. Эти модели также используются в ситуациях, когда необходимо анализировать одновременно несколько временных последовательностей.

Сеть нейронов человеческого мозга представляет собой высокоэффективную комплексную систему с параллельной обработкой информации. Она способна организовать (настроить) нейроны таким образом, чтобы реализо-

вывать восприятие образа, его распознавание во много раз быстрее, чем эти задачи будут решены самыми современными компьютерами. Так распознавание знакомого лица происходит в мозге человека за 100-120 мс, в то время как компьютеру для этого необходимы минуты и даже часы.

Искусственный нейрон в первом приближении имитирует свойства биологического нейрона. Здесь множество входных сигналов, обозначенных, x_1, \dots, x_n , поступают на искусственный нейрон. Эти входные сигналы, в совокупности обозначаемые вектором X , соответствуют сигналам, приходящим в синапсы биологических нейронов. Каждый синапс характеризуется величиной синаптической связи или ее весом w_i . Каждый сигнал умножается на соответствующий вес и поступает на суммирующий блок. Суммирующий блок, соответствующий телу биологического нейрона, складывает взвешенные входы алгебраически, создавая величину S . Таким образом, текущее состояние нейрона определяется как взвешенная сумма его входов $S = \sum_{i=1}^n x_i \cdot w_i$.

Выход нейрона есть функция его состояния $y = f(s)$, где f – активационная функция, более точно моделирующая нелинейную передаточную характеристику биологического нейрона и предоставляющая нейронной сети больше возможностей. Одной из наиболее распространенных является нелинейная функция с насыщением, так называемая логистическая функция или сигмоид (т.е. функция S-образного типа): $f(s) = \frac{1}{1 + e^{-\alpha s}}$

Послойная организация нейронов в искусственных нейронных сетях копирует слоистые структуры определенных отделов мозга. Оказалось, что такие сети обладают большими возможностями, чем однослойные, и в последние годы были разработаны многообразные алгоритмы их обучения. Многослойные сети могут образовываться каскадами слоев. Выход одного слоя является входом для последующего.

Сеть обучается, чтобы для некоторого множества входов давать требуемое множество выходов. Каждое такое множество рассматривается как

вектор. Обучение осуществляется путем предъявления входных векторов с одновременной подстройкой весов в соответствии с определенной процедурой. В процессе обучения веса сети становятся такими, чтобы каждый входной вектор вырабатывал выходной. Различают алгоритмы с учителем и без учителя.

Обучение с учителем предполагает, что для каждого входного вектора существует целевой вектор, представляющий собой требуемый выход, вместе они называются обучающей парой. Обычно сеть обучается на некотором числе таких обучающих пар. Предъявляется входной вектор, вычисляется выход сети и сравнивается с соответствующим целевым вектором, разность с помощью обратной связи подается в сеть, и веса меняются в соответствии с алгоритмом, стремящимся минимизировать ошибку. Векторы обучающего множества предъявляются последовательно, вычисляются ошибки, и веса подстраиваются для каждого вектора до тех пор, пока ошибка не достигнет приемлемо низкого уровня.

Приведем теоретическое обоснование того, что нейронная сеть способна к обучению. По сути, обучение нейронной сети сводится к получению на основе обучающих наборов вида (X^k, Y^k) , $k = 1..p$, нелинейной аппроксимации многомерной функции $F: X \rightarrow Y$, где X - множество входов сети, Y - множество выходов.

Одним из строгих математических результатов в области аппроксимации функций является доказательство возможности аппроксимации произвольной непрерывной функции нейронной сетью с одним скрытым слоем с наперед заданной точностью.

Рассмотрим в качестве примера двухслойную нейронную сеть с n входами (x_1, x_2, \dots, x_n) и одним выходом (y) , которая достаточно проста по структуре и в то же время широко используется для решения прикладных задач. Эта сеть изображена на рис. 1.2. Каждый i -й нейрон первого слоя ($i = 1, 2, \dots, m$) имеет n входов, которым приписаны веса $w_{1i}, w_{2i}, \dots, w_{ni}$.

Получив входные сигналы, нейрон суммирует их с соответствующими

весами, затем применяет к этой сумме активационную функцию и пересылает результат на вход нейрона второго (выходного) слоя. В свою очередь, нейрон выходного слоя суммирует полученные от второго слоя сигналы с некоторыми весами v_i . Для определенности будем предполагать, что передаточные функции в скрытом слое являются сигмоидальными ($\sigma(s) = \frac{1}{1 + e^{-as}}$), а в выходном слое используется тождественная активационная функция, т. е. взвешенная сумма выходов второго слоя и будет ответом сети.

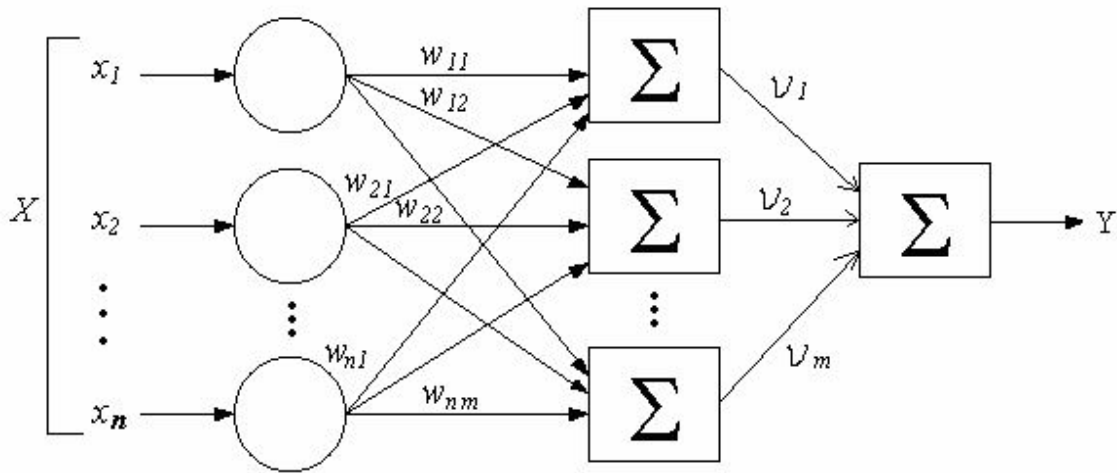


Рис. 1.2 Двухслойная нейронная сеть

Подавая на входы любые числа x_1, x_2, \dots, x_n , мы получим на выходе значение некоторой функции $Y = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$, которое является ответом (реакцией) сети. Очевидно, что ответ сети зависит как от входного сигнала, так и от значений ее внутренних параметров — весов нейронов. Выпишем точный вид этой функции:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^m v_i \sigma \left(\sum_{j=1}^n x_j \cdot w_{ji} \right), \quad \text{где} \quad \sigma(s) = \frac{1}{1 + e^{-as}}. \quad (1.8)$$

В 1957 г. математик А. Н. Колмогоров доказал следующую теорему.

Теорема Колмогорова. Любая непрерывная функция от n переменных $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ на замкнутом ограниченном множестве может быть представлена в виде

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^{2n+1} g_i \left(\sum_{j=1}^n h_{ij}(x_j) \right), \quad (1.9)$$

где g_i и h_{ij} — непрерывные функции, причем h_{ij} не зависят от функции F .

Эта теорема означает, что для реализации функций многих переменных достаточно операций суммирования и композиции функций одной переменной. К сожалению, при всей своей математической красоте, теорема Колмогорова малоприменима на практике. Это связано с тем, что функции h_{ij} — негладкие и трудно вычисляемые; также неясно, каким образом можно подбирать функции g_j для данной функции F . Роль этой теоремы состоит в том, что она показала принципиальную возможность реализации сколь угодно сложных зависимостей с помощью относительно простых автоматов типа нейронных сетей. Более значимые для практики результаты в этом направлении появились только в начале 90-х г.г. в работах Хехт-Нильсена. Вкратце, суть этих результатов можно сформулировать следующим образом.

Пусть $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ — любая непрерывная функция, определенная на замкнутом ограниченном множестве, и $\varepsilon > 0$ — любое сколь угодно малое число, означающее точность аппроксимации.

Теорема [21]. Существуют такое число m , набор чисел w_{ij} , и набор чисел v_i , что функция

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^m v_i \sigma \left(\sum_{j=0}^n x_j \cdot w_{ji} \right) \quad (1.10)$$

приближает данную функцию $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ с погрешностью не более ε на всей области определения.

Через σ здесь обозначена любая непрерывная нелинейная функция одной переменной (например, сигмоидальная). Легко заметить, что эта формула полностью совпадает с выражением, полученным для функции, реализуемой нейросетью. В терминах теории нейросетей эта теорема формулируется так.

Любую непрерывную функцию нескольких переменных можно с любой заданной точностью реализовать с помощью двухслойной нейросети с достаточным количеством нейронов и нелинейной активационной функцией в скрытом слое.

Таким образом, независимо от вида функции, максимальное количество слоев нейронной сети, достаточных для аппроксимации заданного преобразования, не превышает двух. В практических реализациях сетей как количество слоев, так и число нейронов в каждом из них может отличаться от предлагаемых теоремой Колмогорова. Чаще всего число нейронов для двухслойной сети выбирают из интервала $(n; 3n)$, где n – количество входов нейронной сети.

Следует избегать как слишком большого числа нейронов сети, так и чрезмерно малого. С одной стороны, чем больше нейронов, тем больше число связей между ними, и тем более сложные задачи способна решить нейронная сеть. Кроме того, если использовать заведомо большее число нейронов, чем необходимо для решения задачи, то нейронная сеть точно обучится. Если же начинать с небольшого числа нейронов, то сеть может оказаться неспособной обучиться решению задачи, и весь процесс придется повторять сначала с большим числом нейронов. Вторая точка зрения опирается на "эмпирическое" правило: чем больше подгоночных параметров, тем хуже аппроксимация функции в тех областях, где ее значения были заранее неизвестны.

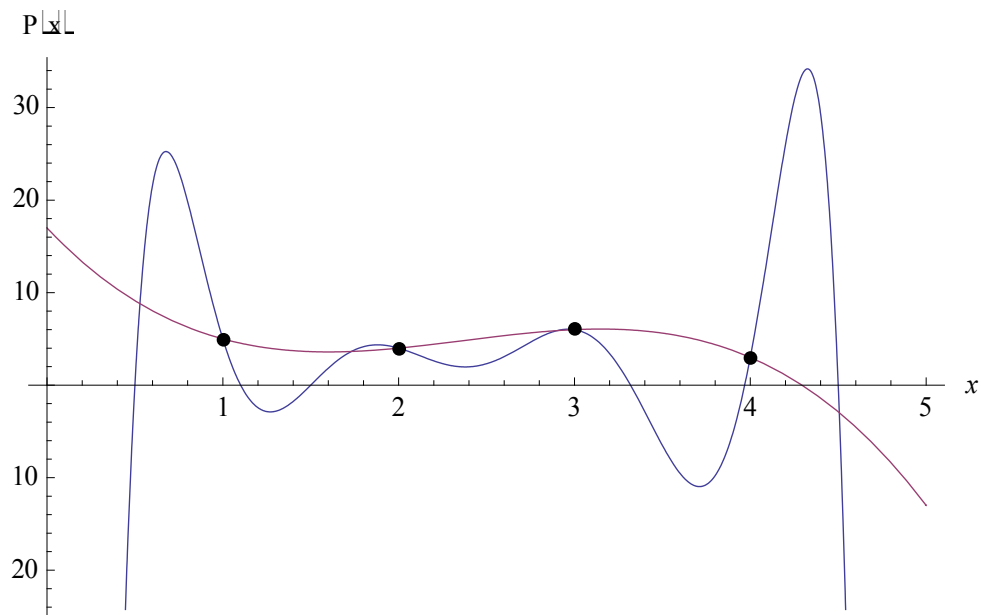


Рис.1.3 Примеры аппроксимации неизвестной функции

На рисунке 1.3 приведен пример аппроксимации некоторой табличной функции полиномами 3-й и 8-й степеней. Очевидно, что аппроксимация, полученная с помощью полинома 3-ей степени, больше соответствует внутреннему представлению о "правильной" аппроксимации. Несмотря на свою простоту, этот пример достаточно наглядно демонстрирует суть проблемы.

Подводя итог анализа двух крайних позиций, можно сказать следующее: сеть с минимальным числом нейронов должна лучше ("правильнее", более гладко) аппроксимировать функцию, но выяснение этого минимального числа нейронов требует больших интеллектуальных затрат и экспериментов по обучению сетей. Если число нейронов избыточно, то можно получить результат с первой попытки, но существует риск построить "плохую" аппроксимацию. На практике подбор количества скрытых нейронов (и связанный с ним подбор количества весов) может, в частности, выполняться путем тренинга нескольких сетей с последующим выбором той из них, которая содержит наименьшее количество скрытых нейронов при допустимой погрешности обучения.

В связи с доказанной возможностью аппроксимации произвольных непрерывных нелинейных зависимостей, нейросетевая методология находит все новые успешные применения в практике управления и принятия решений, в том числе – в финансовой сфере. Лежащая в ее основе теория нелинейных адаптивных систем доказала свою полезность при выработке прогнозов в целом ряде финансовых отраслей.

Благодаря своей возможности выявлять нелинейные математические закономерности временных рядов, быстро адаптироваться к изменениям рыночных тенденций, нейронные сети (НС) являются на данный момент одним из самых перспективных инструментов прогнозирования. Такой подход обладает рядом неоспоримых достоинств.

Во-первых, нейросетевой анализ, в отличие от технического, не предполагает никаких ограничений на характер входной информации. Это могут быть как индикаторы данного временного ряда, так и сведения о поведении

других рыночных инструментов (например, это могут быть последние изменения цен на нефть, изменения курсов ведущих мировых индексов, объемы продаж на бирже). Недаром нейросети активно используют именно институциональные инвесторы (например, крупные пенсионные фонды), работающие с большими портфелями, для которых особенно важны корреляции между различными рынками.

Во-вторых, в отличие от теханализа, основанного на общих рекомендациях, нейросети способны находить оптимальные для данного инструмента индикаторы и строить по ним оптимальную опять же для данного ряда стратегию предсказания. Более того, эти стратегии могут быть адаптивны, меняясь вместе с рынком, что особенно важно для молодых, активно развивающихся рынков, в частности, российского.

Как уже было отмечено, задача прогнозирования с использованием ИНС сводится к задаче аппроксимации многомерных функций, т.е. к задаче построения многомерного отображения. В зависимости от типа выходных переменных, аппроксимация функций может принимать вид классификации или регрессии. В задаче прогнозирования финансовых рынков можно выделить две крупные подзадачи: построение модели и обучение нейронных сетей, реализующих решение задачи (т.е. фактически построение аппарата отображения).

Модель нейросетевого прогнозирования включает: набор входных переменных; метод формирования входных признаков; метод формирования обучающего правила; архитектуру нейросети (ей); метод обучения нейросети (ей).

Для решения задачи прогнозирования необходимо найти такую нейронную сеть или комитет нейроэкспертов, который бы наилучшим образом строил отображение $F: X \rightarrow Y$, обобщающее сформированный на основе ценовой динамики набор примеров $\{x_i, y_i\}$. Поиск такой нейронной сети или комитета нейроэкспертов осуществляется при помощи одного или нескольких алгоритмов обучения.

Нейронные сети можно применять для одномерного и многомерного анализа, должным образом сформировав множество независимых входов и зависящих от них выходов. Как правило, модель строится для того, чтобы предсказывать значения временного ряда для одной целевой переменной, однако, в принципе, модель может предсказывать значения и нескольких переменных (например, доходы по акциям на различное время вперед), если в сеть добавить дополнительные выходные элементы.

При этом, однако, исследования в области прогнозирования временных рядов при помощи сетей продолжаются и в настоящее время, и никаких стандартных методов здесь пока не выработано. В нейронной сети многочисленные факторы взаимодействуют весьма сложным образом, и успех пока приносит только эвристический подход.

Типичная последовательность действий при решении задачи прогнозирования финансовых показателей с помощью нейронных сетей показана на рис. 1.4.

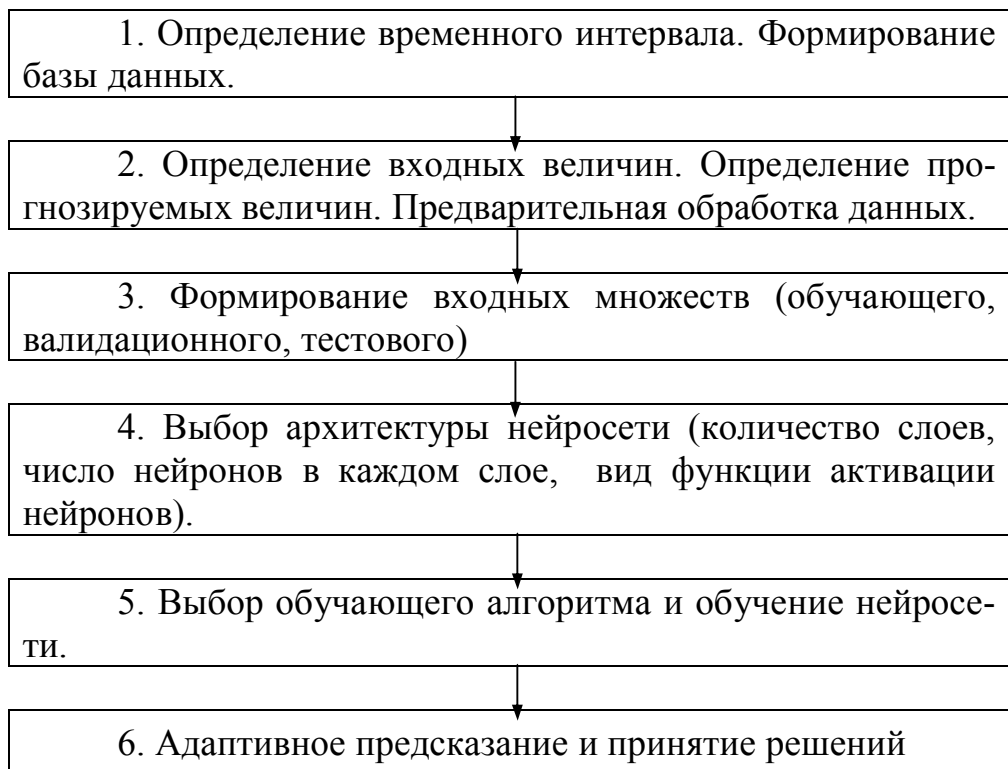


Рис. 1.4. Блок-схема технологического цикла предсказаний рыночных временных рядов на основе нейросетей

На первом этапе исследователем определяются базовые характеристики данных, которые определяются торговой стратегией. Формируется база данных.

На втором этапе определяется набор входных и прогнозируемых величин, производятся анализ и очистка базы данных. Для этих целей используются оптимизационные, статистические и другие методы.

На третьем этапе производится формирование образов, подаваемых непосредственно на выходы нейросетей, с последующим созданием обучающих и тестовых множеств.

Архитектура нейросети может быть различной, но в большинстве случаев используются сети типа многослойный перцептрон.

На пятом этапе с использованием выбранных алгоритмов обучения производится обучение нейронной сети, или, если это предполагается постановкой задачи, нескольких нейронных сетей (от двух до нескольких тысяч), которые после участвуют в «конкурсе» на попадание в комитет нейроэкспертов.

Прогнозирование (шестой этап) осуществляется по тому же принципу, что и формирование обучающей выборки. При этом на этапе адаптивного предсказания и принятия решений выделяются две возможности: одношаговое и многошаговое прогнозирование.

В первую очередь отметим, что перед тем как начать формировать и обучать ИНС, входную информацию необходимо должным образом подготовить. Предварительный анализ входных данных может существенно улучшить как параметры обучения, так и работу обученной нейросетевой системы.

В частности, целью такого анализа может быть определение входных параметров, значимых для предсказания данного ряда. Для получения более высокой точности прогнозов можно провести статистический анализ временного ряда, под которым подразумевается: определение модели временного

ряда (аддитивная, мультипликативная или смешанная); выделение тренда, сезонной и циклической составляющих. В случае проведения такого анализа прогнозирование ведется для “случайной” (остаточной) составляющей временного ряда.

При прогнозировании финансовых рынков при помощи ИНС в качестве входной информации могут выступать: ценовая динамика и ее производные (значения индикаторов, значимые уровни и т.п.) и рыночные (часто макроэкономические) показатели. Каждый набор входных переменных обучающего, тестового и рабочего множеств, составляющих «образ», должен обладать свойством инвариантности. Выходные сигналы, формирующиеся на выходах скрытых и выходных нейронов и подающиеся на выходы нейронов следующих слоев, лежат в интервале их активационных функций. Таким образом, логично полагать, что и входные сигналы должны также лежать в интервале активационных функций нейронов 1-го скрытого слоя.

Рассмотрим простейший способ формирования входных образов для обучения ИНС. Основным понятием при работе с рассматриваемым здесь видом входной информации является «окно» («глубина погружения»), т.е. то количество периодов времени, которое попадает в «образ», формируемый на входе сети. При работе с часовой динамикой курсов окно размером n будет означать, что исследователя интересует динамика курса за последние n часов. Чтобы ИНС работала с «образами» такого окна, при проектировании архитектуры сети необходимо выделить n входных нейронов.

Суть метода формирования входных образов заключается в следующем. Предположим, что интервал активационных функций выходных нейронов $(0,1)$, а данные каждого из входных образов лежат в диапазоне $[Min..Max]$, тогда наиболее простым способом нормирования будет:

$$\tilde{x} = \frac{x - Min}{Max - Min} \cdot \quad (1.11)$$

После такого преобразования каждый «образ», состоящий из n последовательных цен, нормируется так, что все значения «образа» лежат в интер-

вале от 0 до 1. Таким образом, при любом уровне цен гарантируется инвариантность преобразования входной записи. Такое перекодирование не лишено смысла, так как трейдер-человек обычно оценивает данные временного ряда в относительном выражении с помощью стандартных приемов.

На вход прогнозирующей нейронной сети следует подавать не значения курсов, а их приращения или логарифмы отношений последовательных значений [4]. В частности, это необходимо делать потому, что в промежутке времени, который охватывают примеры обучающего множества, как правило, заметно влияние инфляции. Т. о., если использовать значения курсов или их разность, то, фактически, в разные дни мы получим разные единицы измерений. Отношения последовательных котировок лишены этого недостатка.

Отметим, что нейросетевое моделирование в чистом виде может базироваться и лишь на исходных данных (временном ряде), а также использовать в качестве входных данных различные финансовые и иные показатели, значения которых влияют на изменение курса прогнозируемой акции. Поскольку выявить все такие факторы (и степень их влияния) однозначно, как правило, сложно, на практике чаще всего используется не единственная нейронная сеть, а целые комитеты нейронных сетей. Сети-эксперты, входящие в такой комитет, могут отличаться наборами входных данных, архитектурой, методами обучения. Задача подготовительного (тестового) этапа в этом случае заключается еще и в эффективной организации комитета, исключении из него заведомо «некомпетентных» (дающих неудовлетворительные прогнозы) сетей-экспертов, разработка механизма согласования прогнозов с целью получения единого решения.

Выводы к главе 1.

1. В связи с тем, что в настоящее время российский рынок акций является нестабильным, методики краткосрочного портфельного инвестирования являются пока более востребованными, чем долгосрочные.
2. Традиционные подходы к формированию оптимальных портфелей финансовых активов рассчитаны на долгосрочное инвестирование, так как для оценок риска и доходности они используют усредненные по большому промежутку времени характеристики.
3. Возникает необходимость в разработке подходов к определению оценок риска и доходности портфельных инвестиций для краткосрочных стратегий (а также долгосрочных, но подразумевающих частый пересмотр портфеля)
4. В качестве основы для получения оценок риска предлагается выбрать D-оценки Руссмана и с их помощью трактовать риск как степень угрозы неполучения заявленной доходности в течение инвестиционного периода. Риск при этом становится переменной величиной и зависит от текущей доходности портфеля.
5. Как известно, в области краткосрочного прогнозирования хорошо себя зарекомендовали нейронные сети. Поэтому оценки доходности портфеля предлагается получать с помощью специальным образом организованного нейросетевого комитета.
6. На основе полученных таким образом оценок риска и доходности в дальнейшем планируется сформировать новую стратегию управления инвестиционным портфелем.

II. ПРИМЕНЕНИЕ D-ОЦЕНОК РУССМАНА К ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ПОРТФЕЛЕМ АКТИВОВ

II.1 Вывод на основе D- оценок формулы оценки риска для произвольной непрерывной траектории поведения системы в плановом периоде

В данной главе управление портфелем рассматривается как процесс достижения цели системой переменной структуры, а риск, в свою очередь, определяется как степень угрозы недостижения и является функцией положения системы относительно цели.

Это означает, что мы должны:

– в рамках заданного объема средств (бюджета), в заданный промежуток времени, формируя портфель и реорганизуя его, получить при закрытии позиции запланированный адекватно конъюнктуре рынка доход;

– если же (например, в связи с резким изменением конъюнктуры) достижение цели оказывается невозможным, то обнаружить это как можно раньше и изменить параметры цели так, чтобы она стала достижимой. Изменение может выражаться в уменьшении величины дохода, в увеличении времени, или в том и другом одновременно.

Придадим точный смысл введенному ранее пониманию риска как степени угрозы потери управляемости.

Введём величины (параметры), которые будут использоваться при определении системы. За *плановый срок* t_{pl} обозначим время, в течение которого нужно добиться *планового результата* (цели) A_{pl} . Заметим, что измерять количественное выражение результата и время, необходимое для его достижения, можно и в безразмерных величинах; для этого достаточно положить A_{pl} и t_{pl} равными единице. Это особенно удобно, если значения A_{pl} и t_{pl} практически не изменяются при переходе от одного планового срока к другому. Пусть из предыстории объекта известно, что минимальная скорость его движения к цели есть V_{min} (минимальная скорость прироста стоимости портфеля), а максимальная скорость – V_{max} . (Заметим, что в случае с ценны-

ми бумагами для определения минимальной и максимальной скорости есть смысл использовать достаточно короткую предысторию, это связано с механизмом быстрого старения подобной информации). Допустим следующую особенность: минимальная скорость движения может быть отрицательной - это характерно для случаев с ценными бумагами. В качестве планового результата мы ставим достижение бумагой определённого прироста стоимости за плановое время, но, как известно, курс может падать, что в нашей трактовке говорит об отрицательности минимальной скорости.

На рис. 2.1 уравнение прямой OB есть $A = V_{\max} t$, уравнение OD описывается формулой $A = V_{\min} t$.

Если в процессе движения объект попадает в треугольник D_1CD , то достижение цели в заданное время становится невозможным, поэтому этот треугольник становится запретной областью и приближение к нему увеличивает угрозу потери управляемости. Ясно, что риск, отражающий величину этой угрозы, должен стремиться к бесконечности при приближении точки к прямой CD_1 .

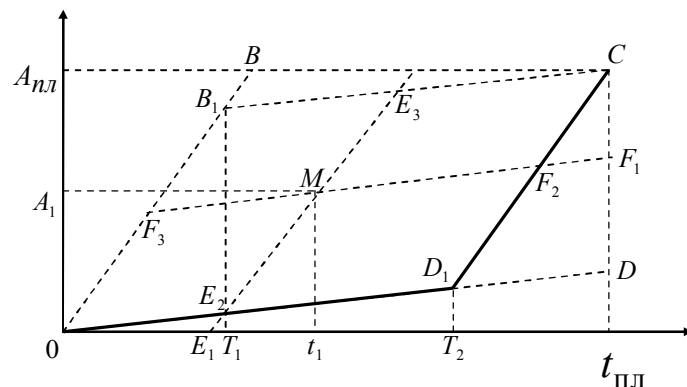


Рис. 2.1 Графическое представление параметров системы

Также будем считать запретной область, лежащую ниже прямой OD_1 , хотя из лежащей там точки мы могли бы теоретически достичь цели в плановый срок. Тем не менее, минимальная скорость «производства» результата (она может быть и отрицательной, если рассматривается не только наращивание результата, но допускается и его уменьшение) понимается нами как оценка надежности объекта, движение с еще меньшей скоростью следует понимать

как возникновение маловероятных чрезвычайных обстоятельств, которые могут привести и к разрушению самого объекта.

Именно поэтому наше количественное определение риска должно предусматривать и стремление его к бесконечности при приближении объекта к отрезку OD_1 . Таким образом, ломаная OD_1C , выделенная жирно на рис. 2.1, является границей запретной зоны. За величину риска для точки M с координатами (t_1, A_1) мы принимаем расстояние:

$$r(M) = \max \left\{ \ln \frac{1}{1-d_1}, \ln \frac{1}{1-d_2} \right\}, \quad (2.1)$$

где:

$$d_1 = \frac{\varepsilon_1(1-\mu_1)}{(1-\varepsilon_1)\mu_1}, \quad (2.2)$$

$$d_2 = \frac{\varepsilon_2(1-\mu_2)}{(1-\varepsilon_2)\mu_2}. \quad (2.3)$$

При этом $\varepsilon_1 = \frac{|E_1E_2|}{|E_1E_3|}$, $\mu_1 = \frac{|E_1M|}{|E_1E_3|}$, $\varepsilon_2 = \frac{|F_1F_2|}{|F_1F_3|}$, $\mu_2 = \frac{|F_1M|}{|F_1F_3|}$.

Поясним смысл точек T_1 и T_2 на рис. 2.1. Очевидно, что в задачах управления, когда состояние объекта описывается в терминах «время-результат», очень важно нахождение точек контроля, которые могут быть также моментами времени для принятия решения о применении управляющих воздействий или пересмотра параметров цели.

Организация системы контроля должна удовлетворять двум противоречивым требованиям: точек контроля не должно быть слишком много (за это приходится платить), но их не должно быть слишком мало (за это приходится расплачиваться ситуацией, когда что-либо менять уже поздно).

Теоретически объект мог сразу двигаться с максимальной скоростью по прямой OB и к моменту T_1 попасть в точку B_1 , после чего даже движение с минимальной скоростью позволяет вовремя достичь цели. Очевидно поэтому, что до момента T_1 контролировать объект не имеет практического

смысла. После же момента времени T_2 объект может оказаться в запретной области и контроль теряет смысл.

Итак, в дальнейшем, решая задачу о целесообразности реорганизации портфеля активов, мы будем искать первый момент времени для принятия решения на отрезке $[T_1, T_2]$.

Укажем необходимые ограничения на соотношения между параметрами:

1) максимальная скорость должна обеспечивать достижение планового результата за плановый срок: $V_{max}t_{pl} > A_{pl}$, в противном случае ни о каком выполнении результата речь идти не может;

2) двигаясь всё время с минимальной скоростью, мы не должны превысить планового результата $V_{min}t_{pl} < A_{pl}$, иначе нет необходимости ставить задачу, нужный результат будет получен без всяких усилий;

3) минимальная скорость должна быть меньше максимальной $V_{min} < V_{max}$.

Таким образом, критерием оптимизации нашей системы будет являться введенная И.Б. Руссманом величина *трудности достижения цели*, которую мы называем D-оценкой. Данный подход к определению риска не ограничивает область применения метода, так как трудность достижения цели эквивалентна риску, как мере угрозы потери управляемости и эквивалентна стоимости (затратам) на сохранение управляемости или стоимости возможности достижения цели. Трудность достижения цели в некоторый момент t ($0 < t < t_{pl}$) естественным образом зависит от положения системы в этот момент, а так же от минимальной и максимальной возможных скоростей движения рассматриваемой системы.

Очевидно, что такие параметры, как максимальная и минимальная скорость прироста стоимости портфеля, определяются аналогичными характеристиками входящих в портфель активов и пропорцией между ними в портфеле. Таким образом, ставится **задача**: *сформировать портфель таким образом, чтобы риск, трактуемый как максимум трудности достижения*

Если точка M находится внутри параллелограмма, то $|E_1E_2| < |E_1M| < |E_1E_3|$, и, следовательно, $\varepsilon_1 < \mu_1 < 1$.

Если точка M лежит на прямой OD , то $\varepsilon_1 = \mu_1$ и $d_1 = 1$. Если точка M лежит на прямой BC , то $|E_1M| = |E_1E_3|$, то есть $\mu_1 = 1$ и $d_1 = 0$.

При движении точки M от прямой OD к прямой BC параллельно OB величина d_1 убывает (так как ε_1 остается постоянной, а μ_1 увеличивается).

Аналогично, для любой точки M , находящейся внутри параллелограмма, $|F_1F_2| < |F_1M| < |F_1F_3|$, и, следовательно, $\varepsilon_2 < \mu_2 < 1$.

Если точка M лежит на прямой CD , то $\varepsilon_2 = \mu_2$ и $d_2 = 1$. Если точка M лежит на прямой OB , то $|F_1M| = |F_1F_3|$, то есть $\mu_2 = 1$ и $d_2 = 0$.

При движении точки M от прямой CD к прямой OB параллельно OD величина d_2 убывает (ε_2 остается постоянной, а μ_2 увеличивается).

Обозначим траекторию движения системы к цели $\Gamma_f = \{t; f(t)\}$, где $f(t)$ — непрерывная функция. Тогда для любой точки $M(t, f(t))$, находящейся на этой траектории внутри параллелограмма OB_1CD_1 , выполняются неравенства $k_2t - f(t) \geq 0$ и $1 + k_1(t - 1) \geq f(t)$.

Для упрощения дальнейших выкладок перейдем к другой форме оценки риска как трудности достижения цели:

$$d(t) = \max\{d_1(t), d_2(t)\}, \quad d(t) \in [0, 1]. \quad (2.4)$$

Этот переход правомочен в том смысле, что с точки зрения монотонности и результатов решения задач минимизации трудностей (2.1) и (2.4) эквивалентны, поскольку:

1) если $\ln \frac{1}{1-d_1(t)} \geq \ln \frac{1}{1-d_2(t)}$, то $d_1(t) \geq d_2(t)$ и наоборот;

2) если $\ln \frac{1}{1-d_i(t)}$, $i=1, 2$ возрастает (убывает) на интервале $[a, b] \subset (0, 1]$,

то $d_i(t)$ также возрастает (убывает) на этом интервале и наоборот.

Рассмотрим, как трудности, рассчитанные на основе геометрической

интерпретации движения системы, могут быть использованы для характеристики риска недостижения системой цели. В частности, появляется возможность решить следующие две задачи управления:

- мониторинг движения системы по траектории;
- определение порогового значения трудности достижения цели, превышение которого признается нежелательным.

Для этого более детально рассмотрим свойства трудности $d(t)$ на некоторой произвольной непрерывной траектории движения системы.

Подставив выражения для ε_1 и μ_1 в формулу (2.2), получаем:

$$d_1 = \frac{\frac{|E_1 E_2| \left(1 - \frac{|E_1 M|}{|E_1 E_3|}\right)}{|E_1 E_3| \left(1 - \frac{|E_1 E_2|}{|E_1 E_3|}\right)} \frac{|E_1 M|}{|E_1 E_3|}}{\frac{|E_1 E_2| (|E_1 E_3| - |E_1 M|)}{(|E_1 E_3| - |E_1 E_2|) |E_1 M|}}. \quad (2.5)$$

Подставив выражения для ε_2 и μ_2 в формулу (2.3), получаем:

$$d_2 = \frac{\frac{|F_1 F_2| \left(1 - \frac{|F_1 M|}{|F_1 F_3|}\right)}{|F_1 F_3| \left(1 - \frac{|F_1 F_2|}{|F_1 F_3|}\right)} \frac{|F_1 M|}{|F_1 F_3|}}{\frac{|F_1 F_2| (|F_1 F_3| - |F_1 M|)}{(|F_1 F_3| - |F_1 F_2|) |F_1 M|}}. \quad (2.6)$$

Выразим длины отрезков в формулах (2.5) и (2.6) через параметры $A_{pl}, t_{pl}, V_{\max}, V_{\min}$ и координаты произвольной точки траектории $M(t_0, f(t_0))$. Для удобства обозначим $V_{\min} = k_1, V_{\max} = k_2$.

Преобразуем вначале формулы (2.5) и (2.6). Найдем координаты точек $E_1, E_2, E_3, F_1, F_2, F_3$. Отметим, что координаты E_1 будут различаться в зависимости от использования рис. 2.1 или рис. 2.2. В дальнейшем будем предполагать, что используется рис. 2.2, так как в случае управления портфелем активов практически невозможно исключить возможность движения системы с отрицательной скоростью в плановом периоде (то есть падение стоимости портфеля).

Точка E_1 лежит на пересечении прямой $A = k_2(t - t_0) + f(t_0)$ с осью $t=0$.

Следовательно, она имеет координаты $(0, -k_2 t_0 + f(t_0))$.

Точка E_2 лежит на пересечении прямых $E_1 E_3$ ($A = k_2(t - t_0) + f(t_0)$) и OD ($A = k_1 t$). Её координаты $\left(\frac{k_2 t_0 - f(t_0)}{k_2 - k_1}, k_1 \frac{k_2 t_0 - f(t_0)}{k_2 - k_1} \right)$.

Точка E_3 лежит на пересечении BC ($A = k_1(t - t_{pl}) + A_{pl}$) и $E_1 E_3$ ($A = k_2(t - t_0) + f(t_0)$). Она имеет координаты $\left(\frac{A_{pl} - k_1 t_{pl} + k_2 t_0 - f(t_0)}{k_2 - k_1}, \frac{A_{pl} k_2 - k_1 k_2 t_{pl} + k_2 k_1 t_0 - k_1 f(t_0)}{k_2 - k_1} \right)$.

Точка F_1 лежит на пересечении прямых $F_1 F_3$ ($A = k_1(t - t_0) + f(t_0)$) и $t = t_{pl}$. Её координаты $(t_{pl}, k_1(t_{pl} - t_0) + f(t_0))$.

Точка F_2 лежит на пересечении прямых $F_1 F_3$ ($A = k_1(t - t_0) + f(t_0)$) и DC ($A = k_2(t - t_{pl}) + A_{pl}$). Она имеет координаты $\left(\frac{f(t_0) - A_{pl} + k_2 t_{pl} - k_1 t_0}{k_2 - k_1}, \frac{-A_{pl} k_1 + k_1 k_2 t_{pl} - k_2 k_1 t_0 + k_2 f(t_0)}{k_2 - k_1} \right)$.

Точка F_3 лежит на пересечении прямых $F_1 F_3$ ($A = k_1(t - t_0) + f(t_0)$) и OB ($A = k_2 t$). Её координаты $\left(\frac{-k_1 t_0 + f(t_0)}{k_2 - k_1}, k_2 \frac{-k_1 t_0 + f(t_0)}{k_2 - k_1} \right)$.

Зная координаты точек, находим длины отрезков, входящих в состав формул (2.5) и (2.6):

$$|E_1 E_2| = \frac{k_2 t_0 - f(t_0)}{k_2 - k_1} \sqrt{1 + k_2^2},$$

$$|E_1 M| = t_0 \sqrt{1 + k_2^2},$$

$$|E_1 E_3| = \frac{k_2 t_0 - k_1 t_{pl} + A_{pl} - f(t_0)}{k_2 - k_1} \sqrt{1 + k_2^2},$$

$$|F_1 F_2| = \frac{k_1 t_0 - k_1 t_{pl} + A_{pl} - f(t_0)}{k_2 - k_1} \sqrt{1 + k_1^2},$$

$$|F_1 M| = (t_{pl} - t_0) \sqrt{1 + k_1^2},$$

$$|F_1 F_3| = \frac{k_1 t_0 + k_2 t_{pl} - k_1 t_{pl} - f(t_0)}{k_2 - k_1} \sqrt{1 + k_1^2}.$$

Подставим эти значения в формулы (2.5) и (2.6)

$$d_1 = \frac{(k_2 t_0 - f(t_0))(A_{pl} + k_1 t_0 - k_1 t_{pl} - f(t_0))}{t_0 (A_{pl} - k_1 t_{pl})(k_2 - k_1)}, \quad (2.7)$$

$$d_2 = \frac{(k_2 t_0 - f(t_0))(A_{pl} + k_1 t_0 - k_1 t_{pl} - f(t_0))}{(t_{pl} - t_0)(k_2 t_{pl} - A_{pl})(k_2 - k_1)}. \quad (2.8)$$

Если, как было предложено ранее, перейти к безразмерным величинам и положить A_{pl} и t_{pl} равными единице, то формулы вычисления трудностей в точке произвольной траектории $(t, f(t))$ будут иметь следующий вид:

$$d_1 = \frac{(k_2 t - f(t))(1 + k_1 t - k_1 - f(t))}{t(1 - k_1)(k_2 - k_1)}, \quad (2.9)$$

$$d_2 = \frac{(k_2 t - f(t))(1 + k_1 t - k_1 - f(t))}{(1 - t)(k_2 - 1)(k_2 - k_1)}. \quad (2.10)$$

С учетом сформулированного ранее 1-го ограничения на соотношения между параметрами системы должно выполняться условие $k_2 \geq 1$ (при движении с максимальной скоростью цель $A_{pl}=1$ должна быть достижима за время $t_{pl}=1$). При этом случай $k_2 = 1$ не представляет интереса для исследований, так как предполагает единственно возможную траекторию движения системы к цели. Поэтому в дальнейшем будем считать, что $k_2 > 1$.

Заметим, что в случае отрицательной минимальной скорости величины ε_1 и μ_1 можно определить двумя способами. В рассмотренном варианте за ε_1 выбиралось соотношение $\frac{|E_1 E_2|}{|E_1 E_3|}$, а μ_1 полагается равным $\frac{|E_1 M|}{|E_1 E_3|}$. В таком случае, чем меньше угол между прямой OD и осью OA, тем меньше требования мы предъявляем к нижней границе качества ресурса (т.е. допускаем большие по модулю отрицательные скорости).

Заметим, однако, что в некоторых практических ситуациях, движение с отрицательной скоростью может быть допустимым, но крайне нежелательным (как в рассматриваемом случае управления портфелем активов). В таких

ситуациях может быть целесообразным определить величины ε_1 и μ_1 иным образом, так, чтобы значение d_1 было равно единице на прямой $A=0$ и $d_1=+\infty$ на прямой OD.

С этой целью внесем небольшие изменения в рис. 2.3: за точку E_1 обозначим пересечение прямой E_2E_3 и оси Ot (рис. 4). Величины ε_1 и μ_1 введем следующим образом:

$$\varepsilon_1 = \frac{|E_2E_1|}{|E_2E_3|}, \quad \mu_1 = \frac{|E_2M|}{|E_2E_3|}.$$

Для вычисления d_1 по-прежнему используем формулу (2.5).

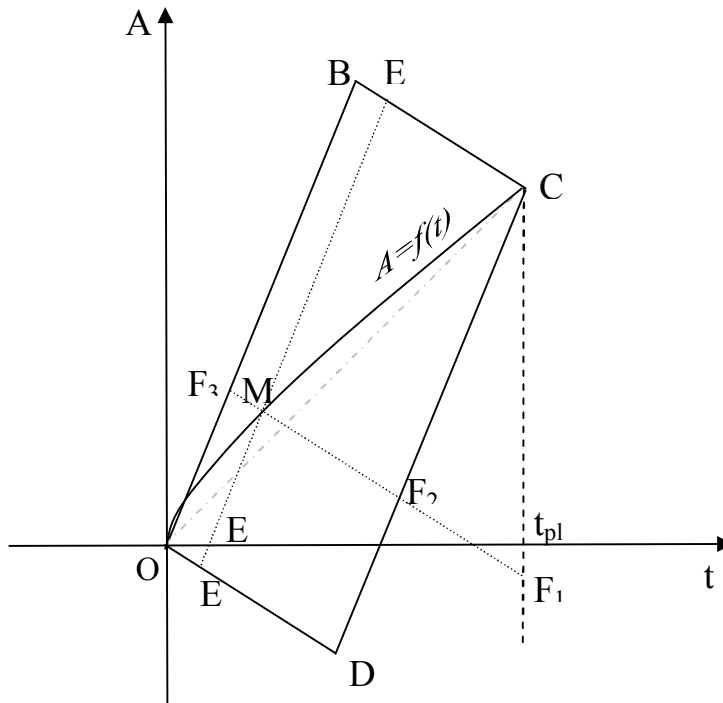


Рис. 2.3 Альтернативный способ расчета ε_1 и μ_1 .

Если точка M находится внутри параллелограмма, то $|E_2E_1| < |E_2M| < |E_2E_3|$, и, следовательно, $\varepsilon_1 < \mu_1 < 1$. Если точка M лежит на прямой BC , то $|E_2M| = |E_2E_3|$, то $\mu_1 = 1$ и $d_1 = 0$. Если точка M лежит на прямой Ot ($M = E_1$), то $\varepsilon_1 = \mu_1$ и $d_1 = 1$. Если точка M лежит на прямой OD ($|E_2M| = 0$), то $\mu_1 = 0$ и $d_1 = +\infty$ (конечно, при условии, что $|E_2E_1| \neq 0$). При движении точки M от прямой OD к прямой BC параллельно OB величина d_1 убывает (ε_1 остается постоянной, а μ_1 увеличивается).

Подставив выражения для ε_1 и μ_1 в формулу (2.6), получаем:

$$d_1 = \frac{\frac{|E_2 E_1|}{|E_2 E_3|} \left(1 - \frac{|E_2 M|}{|E_2 E_3|} \right)}{\left(1 - \frac{|E_2 E_1|}{|E_2 E_3|} \right) \frac{|E_2 M|}{|E_2 E_3|}} = \frac{|E_2 E_1| (|E_2 E_3| - |E_2 M|)}{(|E_2 E_3| - |E_2 E_1|) |E_2 M|}. \quad (2.11)$$

Координаты точек E_2, E_3 останутся прежними, а координаты точки E_1 примут вид: $\left(\frac{k_2 t_0 - f(t_0)}{k_2 - k_1}, 0 \right)$.

Соответственно, изменятся длины отрезков $|E_1 E_2|$, $|E_1 E_3|$ и $|E_1 M|$. После преобразований, аналогичных сделанным ранее, формула для вычисления d_1 будет выглядеть следующим образом:

$$d_1 = \frac{-k_1(k_2 t - f(t))(1 + k_1 t - k_1 - f(t))}{(f(t) - k_1 t)(k_2 - k_1 k_2 + k_1 k_2 t - k_1 f(t))}, \quad (2.12)$$

(d_2 останется без изменений).

В полученных формулах $f(t)$ представляет собой предполагаемую траекторию движения системы к цели, где $f(t)$ - произвольная функция. Данные формулы позволяют вычислять величину риска в любой текущий момент t . Однако, чтобы оценить риск недостижения системой цели в будущем плановом периоде, необходимо предположить, какой вид будет иметь траектория системы в этом периоде. Исследуем поведение величины трудности (риска) d для некоторых классов функций $f(t)$. Обоснование выбора именно этих классов будет приведено в п. II.4.

II.2 Исследование свойств оценок риска вдоль траекторий движения системы, представляющих собой двухзвенные ломаные

Рассмотрим специфическую траекторию Γ_f поведения системы в плановом периоде, имеющую вид двухзвенной ломаной:

$$f(t) = \begin{cases} k_3 t, & 0 \leq t \leq t_0 \quad (1-e \text{ звено}); \\ 1 - k_4(1-t), & t_0 < t \leq 1 \quad (2-e \text{ звено}), \end{cases} \quad (2.13)$$

где $t_0 = \frac{1-k_4}{k_3-k_4}$ — точка перехода траектории с первого звена на второе.

Воспользуемся полученными формулами (2.9) и (2.10) для вычисления $d_1(t), d_2(t)$, подставив в них данное выражение для $f(t)$. (По-прежнему предполагаем, что оценка риска недостижения системой поставленной цели вычисляется через D-оценки Руссмана по формуле $d(t) = \max\{d_1(t), d_2(t)\}$).

Исследуем для каждого звена ломаной неравенство:

$$d_1(t) \geq d_2(t) \quad (d_2(t) \geq d_1(t)).$$

Введем обозначения для $d_i(t), i=1,2$:

$$d_i^{(1)}(t) \text{ на первом звене } y=k_3 t,$$

$$d_i^{(2)}(t) \text{ на втором звене } y=1-k_4(1-t).$$

Для I звена неравенство $d_1^{(1)}(t) \geq d_2^{(1)}(t)$ выполняется при условии $t \leq t_1$,

$$\text{где } t_1 = \frac{k_1(k_2-1)}{k_1(k_2-1) + k_3(1-k_1)}.$$

Для II звена неравенство $d_2^{(2)}(t) \geq d_1^{(2)}(t)$ выполняется при условии $t \geq t_2$,

$$\text{где } t_2 = \frac{k_4(1-k_1) + k_1 k_2 - 1}{k_4(1-k_1) + k_1 k_2 - k_1}.$$

Из выражений (2.9)-(2.10) вытекает характер поведения трудностей $d_i(t)$ на траектории Γ_f . На первом звене $d_1^{(1)}(t)$ монотонно убывает, принимая значения

в промежутке $\left[\frac{k_1(k_2-k_3)}{k_3(k_2-k_1)}, 0 \right]$; на втором звене $d_2^{(2)}(t)$ монотонно возрастает со значениями в промежутке $\left[0, \frac{k_4-k_1}{k_2-k_1} \right)$. О характере монотонности

$d_2^{(1)}(t)$ и $d_1^{(2)}(t)$ можно сказать только, что каждая из них может иметь не более 2 точек экстремума (одну точку максимума и одну точку минимума). Различные варианты взаимного расположения точек t_0, t_1, t_2 и точек экстремума $d_2^{(1)}(t)$ и $d_1^{(2)}(t)$ определяют возможное количество локальных минимумов трудности на траектории $f(t)$. Очевидно, что при большом их количестве задача мониторинга движения системы существенно усложняется. Оценка ситуации, при которых трудность на траектории $f(t)$ принимает минимальное значение не более чем в 2 точках, позволяет сформулировать следующие утверждения.

1. Если выполняется равенство

$$k_3(k_4(1-k_1) + k_1k_2 - 1) = k_1(k_2 - 1),$$

то $t_0 = t_1 = t_2$, и в этой точке принимается значение $\text{Min } d(t)$ – наименьшее значение $d(t)$ на траектории Γ_f , которое равно

$$\text{Min } d(t) = d_1^{(1)}(t_0) = \frac{k_1(k_2 - k_3)(k_4 - k_1)(k_3 - 1)}{k_3(k_2 - k_1)(1 - k_1)(k_3 - k_4)}. \quad (2.14)$$

2. Если выполняются неравенства

$$k_3(k_4(1-k_1) + k_1k_2 - 1) < k_1(k_2 - 1) \text{ и}$$

$$1 - \sqrt{\frac{k_3 - 1}{k_3 - k_1}} < t_1,$$

то $t_2 < t_1 < t_0$ и точка максимума $d_2^{(1)}(t)$ расположена левее точки t_1 . При этом единственное минимальное значение риска на траектории Γ_f достигается в точке t_0 и его значение равно

$$\text{Min } d(t) = d_2^{(2)}(t_0) = \frac{(1 - k_4)(k_2 - k_3)(k_4 - k_1)}{(k_2 - k_1)(k_2 - 1)(k_3 - k_4)}. \quad (2.15)$$

3. Если выполняются неравенства

$$k_3(k_4(1-k_1) + k_1k_2 - 1) < k_1(k_2 - 1) \text{ и}$$

$$1 - \sqrt{\frac{k_3 - 1}{k_3 - k_1}} > t_0,$$

то $t_2 < t_1 < t_0$ и точка максимума $d_2^{(1)}(t)$ расположена правее точки t_0 . При

этом единственное минимальное значение риска на траектории Γ_f достигается в точке t_1 :

$$\text{Min } d(t) = d_1^{(1)}(t_1) = \frac{k_1(k_2 - k_3)(k_1(k_2 - 1)(1 - k_3) + k_3(1 - k_1)^2)}{k_3(k_2 - k_1)(1 - k_1)(k_1(k_2 - 1) + k_3(1 - k_1))}. \quad (2.16)$$

4. Если выполняются неравенства

$$k_3(k_4(1 - k_1) + k_1k_2 - 1) < k_1(k_2 - 1) \text{ и}$$

$$t_1 < 1 - \sqrt{\frac{k_3 - 1}{k_3 - k_1}} < t_0,$$

то $t_2 < t_1 < t_0$ и точка максимума $d_2^{(1)}(t)$ расположена между точками t_1 и t_0 .

При этом на траектории Γ_f минимум риска может достигаться в одной из двух точек t_1 или t_0 , а минимальное значение равно

$$\text{Min } d(t) = \min \{d_1^{(1)}(t_1); d_2^{(2)}(t_0)\}. \quad (2.17)$$

Нам представляется, что для практического использования наиболее пригодно первое утверждение. В самом деле, функция $d(t)$ в этом случае представляет из себя двухзвенную ломаную, которая начинается в точке

$$\left(0, \frac{k_1(k_2 - k_3)}{k_3(k_2 - k_1)}\right), \text{ имеет наименьшее значение } \frac{k_1(k_2 - k_3)(k_4 - k_1)(k_3 - 1)}{k_3(k_2 - 1)(1 - k_1)(k_3 - k_4)} \text{ в точке}$$

$$\text{перехода на другое звено при } t_0 = t_1 = t_2 \text{ и заканчивается в точке } \left(1, \frac{k_4 - k_1}{k_2 - k_1}\right)$$

(неопределенности вида $\frac{0}{0}$ в выражениях $d_1^{(1)}(t)$ при $t \rightarrow 0+$ и $d_2^{(2)}(t)$ при $t \rightarrow 1-$ легко раскрываются и приводят к вышеуказанным значениям).

Это соображение позволяет в практических ситуациях «мониторить» изменение трудности по классу траекторий \mathcal{K} двухзвенных ломаных вида $\Gamma_f = \{t; f(t)\}$ ($f(t)$ определяется выражением (5)), который задается условиями $k_1 < k_4 < 1 < k_3 < k_2$ и $k_3(k_4(1 - k_1) + k_1k_2 - 1) < k_1(k_2 - 1)$.

Разумеется, таких траекторий – бесчисленное множество (в плоскости $k_3 \times k_4$ они задаются частью гиперболы вида $k_3k_4 + ak_3 = b$), но ими не исчерпывается весь класс возможных двухзвенных ломаных траекторий. Однако,

этого класса \mathcal{K} вполне хватает для принятия решения о выборе траектории движения к цели.

Если же мониторинг представляется невозможным или нецелесообразным даже на сравнительно небольшом дискретном множестве моментов времени контроля, то можно использовать методику, представленную в [43], при этом верхняя граница риска недостижения цели системой должна быть меньше, чем $\text{Min } d(t)$ на выбранной траектории из класса \mathcal{K} , где $\text{Min } d(t)$ вычисляется формуле (2.17).

II.3 Исследование свойств оценок риска вдоль траекторий движения системы вида $f(t) = t^\alpha$

Рассмотрим еще один способ свертки трудностей с целью получения оценки риска:

$$d(t) = d_1(t) + d_2(t), \quad (2.18)$$

где $d_1 = \frac{\varepsilon_1(1-\mu_1)}{(1-\varepsilon_1)\mu_1}$, $d_2 = \frac{\varepsilon_2(1-\mu_2)}{(1-\varepsilon_2)\mu_2}$ - введенные ранее D-оценки Руссмана.

Использование для свертки величины суммы D-оценок вместо рассматриваемого ранее максимума правомочно, так как справедлива оценка:

$$\frac{1}{2}(d_1(t) + d_2(t)) \leq \max\{d_1(t), d_2(t)\} \leq d_1(t) + d_2(t).$$

Следует только отметить, что величина введенного таким образом риска $d(t)$ будет находиться в пределах $[0, 2]$, а не $[0, 1]$, как в случае использования максимума.

С учетом формул (2.9) и (2.10):

$$d = d_1 + d_2 = \frac{(k_2 t - f(t))(1 + k_1 t - k_1 - f(t))}{(k_2 - k_1)} \left(\frac{1}{t(1 - k_1)} + \frac{1}{(1 - t)(k_2 - 1)} \right). \quad (2.19)$$

Если вместо формулы (2.10) использовать формулу (2.12) (альтернативный способ расчета оценки d_2), тогда свертка D-оценок примет вид:

$$d = d_1 + d_2 = (k_2 t - f(t))(1 + k_1 t - k_1 - f(t)) \times \left(-\frac{k_1}{(f(t) - k_1 t)(k_2 - k_1 k_2 + k_1 k_2 t - k_1 f(t))} + \frac{1}{(1 - t)(k_2 - k_1)(k_2 - 1)} \right), \quad (2.20)$$

причем трудность $d(t)$ будет находиться в пределах $[0, +\infty]$.

Заметим, что формула (2.20) получилась значительно более громоздкая, чем формула (2.19) и представляет больше сложностей для исследования. Поэтому в дальнейшем в выкладках мы будем опираться на формулу (2.19), хотя, подчеркнем, формула (2.20) также представляет определенный теоретический и практический интерес.

Перейдем теперь к исследованию поведения величины риска $d = d_1 + d_2$ для траекторий, относящихся к классу функций $f(t) = t^\alpha$, $\alpha > 0$.

В первую очередь рассмотрим случай равномерного движения системы к цели: $f(t) = t$. В этом случае формулы для вычисления D-оценок существенно упрощаются:

$$d_1 = \frac{(k_2 t - t)(1 + k_1 t - k_1 - t)}{t(1 - k_1)(k_2 - k_1)} = \frac{(k_2 - 1)(1 - t)}{k_2 - k_1}, \quad (2.21)$$

$$d_2 = \frac{(k_2 t - t)(1 + k_1 t - k_1 - t)}{(1 - t)(k_2 - 1)(k_2 - k_1)} = \frac{(1 - k_1)t}{k_2 - k_1}, \quad (2.22)$$

$$d = d_1 + d_2 = \frac{(2 - k_1 - k_2)t + k_2 - 1}{k_2 - k_1}. \quad (2.23)$$

Таким образом, при $f(t) = t$, d представляет собой линейную функцию. Рассмотрим возможные значения максимума этой функции на промежутке $t \in [0, 1]$.

1) Пусть $2 - k_1 - k_2 > 0$. Тогда функция возрастает и достигает максимума при $t = 1$, $d_{\max} = \frac{1 - k_1}{k_2 - k_1}$. То есть среди всех портфелей, чьи скорости удовлетворяют неравенству $2 - k_1 - k_2 > 0$, требуется выбрать портфель, для которого соотношение $\frac{1 - k_1}{k_2 - k_1}$ минимально. Рассмотрим графическую интерпретацию этого результата (рис. 2.4). Исследуем поведение прямых вида $\frac{1 - k_1}{k_2 - k_1} = C$ при уменьшении значения C ($C > 0$). Преобразовав это выражение, получаем: $(1 - C)k_1 + Ck_2 = 1$. Такое равенство задает семейство прямых, проходящих через точку $(1, 1)$. Так как точка $(0, \frac{1}{C})$ является точкой пересечения этих прямых с осью ординат, то для их попадания в область, задаваемую условиями: $\{2 - k_1 - k_2 > 0, k_2 > 1, k_1 < 0\}$, должны выполняться неравенства $1 < \frac{1}{C} < 2$ или $\frac{1}{2} < C < 1$. При этом, с уменьшением C (приближением к значению $\frac{1}{2}$) сокращается угол между прямыми $(1 - C)k_1 + Ck_2 = 1$ и $k_1 + k_2 = 2$. Таким образом, графически ищется прямая, проходящая через

точки $(1,1)$ и (k_1, k_2) , такая, чтобы угол между ней и прямой $k_1 + k_2 = 2$ был минимальным.

2) Пусть $2 - k_1 - k_2 < 0$. Тогда функция убывает и достигает максимума при $t = 0$, $d_{\max} = \frac{k_2 - 1}{k_2 - k_1}$. То есть в данном случае ищется портфель, для

которого соотношение $\frac{k_2 - 1}{k_2 - k_1}$ минимально. Рассмотрим прямые вида

$\frac{k_2 - 1}{k_2 - k_1} = C$ (или $Ck_1 + (1 - C)k_2 = 1$). Это то же самое семейство прямых, что и в

первом случае, и для пересечения этих прямых с областью $2 - k_1 - k_2 < 0$ не-

обходимо выполнение неравенства $\frac{1}{1 - C} > 2$ или $\frac{1}{2} < C < 1$. При уменьшении

C до значения $\frac{1}{2}$ аналогичным образом сокращается угол между прямыми

$Ck_1 + (1 - C)k_2 = 1$ и $k_1 + k_2 = 2$.

3) Если $2 - k_1 - k_2 = 0$, то $d = \frac{k_2 - 1}{k_2 - k_1} = \frac{k_2 - 1}{k_2 - 2 + k_2} = \frac{1}{2}$. В этом случае риск является постоянной величиной. Значение $\frac{1}{2}$ представляет собой минимум из всех возможных максимумов d , при условии, что $f(t) = t$.

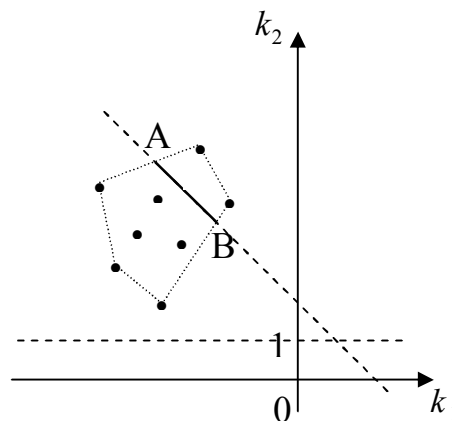


Рис. 2.4. Множество эффективных портфелей

На рис. 2.4 точками обозначены активы, которые могут быть включены в портфель. Множество допустимых портфелей представляет собой выпуклую линейную оболочку этого множества активов. Отрезок АВ – это множество эффективных портфелей, для каждого из них максимум риска при

движении по прямой $f(t) = t$ равен $\frac{1}{2}$.

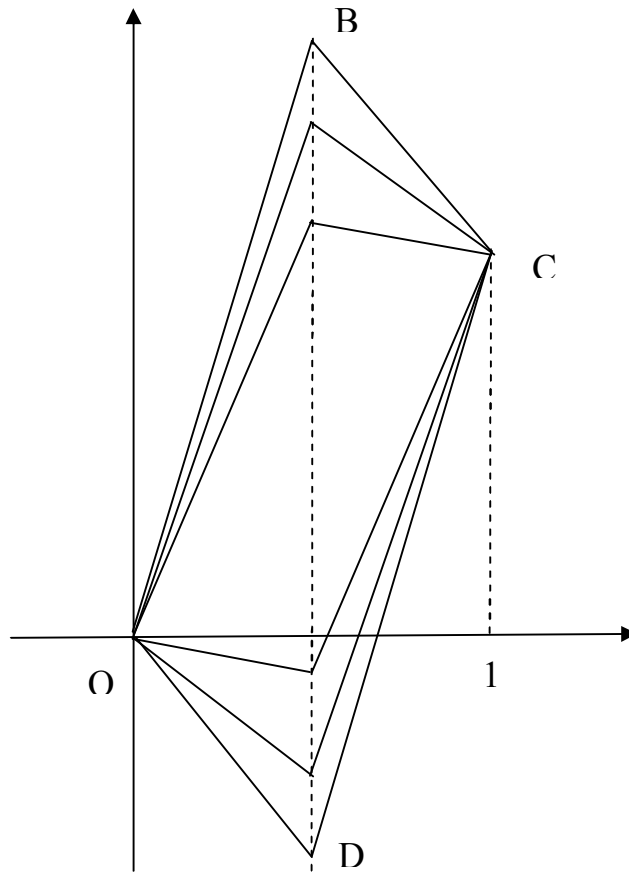


Рис. 2.5. Параллелограммы, соответствующие эффективным портфелям.

На рис. 2.5 представлено семейство параллелограммов, у которых $k_1 + k_2 = 2$. Вершины В и D этих параллелограммов имеют одинаковую абсциссу $t = \frac{1}{2}$.

Теперь исследуем движение системы к цели по траекториям вида: $f(t) = t^\alpha$ ($\alpha > 0, \alpha \neq 1$).

Преобразуем выражение для d .

$$d = d_1 + d_2 = \frac{(k_2 t - t^\alpha)(1 + k_1 t - k_1 - t^\alpha)}{(k_2 - k_1)} \left(\frac{1}{t(1 - k_1)} + \frac{1}{(1 - t)(k_2 - 1)} \right) =$$

$$\frac{(k_2 t - t^\alpha)(1 + k_1 t - k_1 - t^\alpha) \left((2 - k_1 - k_2)t + k_2 - 1 \right)}{(k_2 - k_1) t(1 - k_1)(1 - t)(k_2 - 1)}$$

$$d(t, k_1, k_2, \alpha) = \frac{k_2 t - t^\alpha}{k_2 t - t} \times \frac{1 + k_1 t - k_1 - t^\alpha}{1 + k_1 t - k_1 - t} \times \frac{(2 - k_1 - k_2)t + k_2 - 1}{(k_2 - k_1)}. \quad (2.24)$$

Заметим, что при $t \in [0, 1]$ риск d является растущей функцией по пара-

метру α : с увеличением α величина t^α уменьшается, следовательно, числители первой и второй дроби в выражении (2.24) увеличиваются.

Таким образом, при $\alpha > 1$

$$d(t, k_1, k_2, \alpha) \geq d(t, k_1, k_2, 1) \Rightarrow \max_{t \in [0,1]} d(t, k_1, k_2, \alpha) \geq \max_{t \in [0,1]} d(t, k_1, k_2, 1) \Rightarrow$$

$$\min_{k_1 \leq 0, k_2 \geq 1} \max_{t \in [0,1]} d(t, k_1, k_2, \alpha) \geq \frac{1}{2}$$

Кроме того, несложно заметить, что при $t \in [0,1]$ и $\alpha > 1$ первый и второй множители в выражении (2.24) больше 1, а третий представляет собой линейную функцию, рассмотренную в случае $\alpha = 1$

Если положить $k_1 = 2 - k_2$, и k_2 устремить к бесконечности, то первый и второй множители в выражении (2.24) будут стремиться к 1, а третий множитель будет в точности равен $\frac{1}{2}$. Таким образом, все произведение будет стремиться к $\frac{1}{2}$ - минимально возможному $\max_{t \in [0,1]} d(t, k_1, k_2, \alpha)$ при условии $\alpha > 1$.

Отсюда можно сделать вывод, что при рассмотрении траектории $f(t) = t^\alpha$ с $\alpha > 1$ оптимальными будут те портфели, у которых сумма $k_1 + k_2$ близка к 2 и значения $|k_1|, k_2$ достаточно велики.

Рассмотрим случай $\alpha < 1$. При таких α

$$d(t, k_1, k_2, \alpha) \leq d(t, k_1, k_2, 1) \Rightarrow \min_{k_1 \leq 0, k_2 \geq 1} \max_{t \in [0,1]} d(t, k_1, k_2, \alpha) \leq \frac{1}{2}.$$

Заметим, что первый множитель в выражении (2.24) представляет собой возрастающую функцию по параметру k_2 . Действительно,

$$\left(\frac{k_2 t - t^\alpha}{k_2 t - t} \right)_{k_2}' = \frac{t(k_2 t - t) - t(k_2 t - t^\alpha)}{(k_2 t - t)^2} = \frac{t(t^\alpha - t)}{(k_2 t - t)^2} > 0 \text{ при } t \in (0,1), \alpha < 1.$$

Таким образом, этот множитель уменьшается с уменьшением k_2 .

Второй множитель в выражении (2.24) представляет собой убывающую функцию по параметру k_1 при каждом $t \in (0,1)$. Действительно,

$$\left(\frac{1 + k_1 t - k_1 - t^\alpha}{1 + k_1 t - k_1 - t} \right)_{k_1}' = \frac{(t-1)(1 + k_1 t - k_1 - t) - (t-1)(1 + k_1 t - k_1 - t^\alpha)}{(1 + k_1 t - k_1 - t)^2} = \frac{(t-1)(t^\alpha - t)}{(1 + k_1 t - k_1 - t)^2} < 0$$

при $t \in (0,1)$, $\alpha < 1$.

Таким образом, этот множитель уменьшается с ростом k_1 (а так как $k_1 \leq 0$, можно сказать, что этот множитель уменьшается с уменьшением модуля k_1).

Третий множитель не является монотонной функцией k_1 или k_2 , но про него нам уже известно, что его максимум минимален, если $k_1 + k_2 = 2$.

Отсюда можно сделать вывод, что при рассмотрении траектории $f(t) = t^\alpha$, $\alpha < 1$ наилучшими (в смысле минимума максимального значения трудности) будут те портфели, у которых сумма $k_1 + k_2$ близка к 2 и значения $|k_1|, k_2$ достаточно малы.

Заметим, что полученные теоретические выводы относительно значений k_1, k_2 при рассмотрении траектории $f(t) = t^\alpha$ ($\alpha > 0$, $\alpha \neq 1$) подтверждаются многочисленными экспериментами, в которых $\min_{k_1 \leq 0, k_2 \geq 1} \max_{t \in [0,1]} d(t, k_1, k_2, \alpha)$ отыскивался численными оптимизационными методами.

Для полноты описания включим в рассмотрение случай $f(t) = t^\alpha$, $\alpha = 0$, иначе говоря, $f(t) = 1$. Этот случай имеет следующую трактовку: достигнув на максимальной скорости запланированной прибыли, мы продаем все имеющиеся активы и до конца текущего планового периода не участвуем в торгах. В этом случае оценка риска недостижения цели имеет вид:

$$d = \frac{k_2 t - 1}{k_2 t - t} \frac{k_1 t - k_1}{1 + k_1 t - k_1 - t} \frac{(2 - k_1 - k_2)t + k_2 - 1}{(k_2 - k_1)} = \frac{k_2 t - 1}{k_2 t - t} \frac{k_1}{k_1 - 1} \frac{(2 - k_1 - k_2)t + k_2 - 1}{(k_2 - k_1)}. \quad (2.25)$$

Очевидно, что при $k_1 \rightarrow 0$ риск $d \rightarrow 0$, что является, безусловно, его оптимальным значением. Однако, практически ситуация $k_1 = 0$ и $d \equiv 0$ маловероятна, поскольку означает, что на протяжении рассматриваемого исторического периода стоимость всех активов, входящих в портфель, монотонно росла.

Если считать $k_1 \neq 0$, то путем исследования функции $d(t)$, полученной

в формуле (2.19), находим, что при $2 - k_1 - k_2 \geq 0$ ее максимум равен $\frac{-k_1}{k_2 - k_1}$.

Соответственно, нас интересуют такие значения k_1, k_2 , чтобы этот максимум был минимален. Рассмотрим опять же графическую интерпретацию этого результата (рис. 2.6).

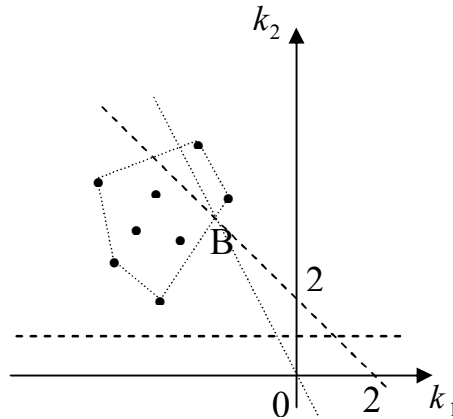


Рис. 2.6. Оптимальный портфель

Исследуем поведение прямых вида $\frac{-k_1}{k_2 - k_1} = C$ (или $(1 - C)k_1 + Ck_2 = 0$).

Это равенство задает семейство прямых, проходящих через точку $(0,0)$. При уменьшении значения C ($C > 0$) они приближаются к оси ординат $k_1 = 0$. Таким образом, на рис. 2.6 среди портфелей, для которых $2 - k_1 - k_2 \geq 0$, наилучшим будет портфель, соответствующий точке В.

При $2 - k_1 - k_2 < 0$ выражение для максимума $d(t)$ усложняется:

$$d_{\max} = \frac{-k_1}{k_2 - k_1} \times \frac{(\sqrt{k_2(k_2 - k_1)} - \sqrt{k_1 + k_2 - 2})^2}{(1 - k_1)(k_2 - 1)}$$

и не допускает простой графической интерпретации.

Однако, очевидно, что если $k_2 \rightarrow \infty$, то второй множитель этого выражения также стремится к бесконечности. И если в случае $2 - k_1 - k_2 \geq 0$, наряду с уменьшением k_1 нам был выгоден рост k_2 , то в случае $2 - k_1 - k_2 < 0$ большее значение приобретает уменьшение k_1 . Этот вывод так же подтверждается численными экспериментами.

Перейдем к вопросу осуществления контроля системы в течение планового периода. Как изложено ранее, поведение рассматриваемой нами сис-

темы определяется некоторым количеством параметров состояния (максимальная и минимальная скорость движения, предполагаемая траектория движения, плановый результат). Однако, в течение планового периода какие-то из этих параметров могут измениться (например, скорость роста стоимости какого-либо актива превысит известную для него ранее максимальную скорость, или с учетом общего падения рынка станет ясно, что заявленного планового результата достичь невозможно). Для таких случаев необходимо предусмотреть точки контроля системы. Обозначим: t_1 – абсцисса точки В, t_2 – абсцисса точки С. Возможны 3 варианта взаимного расположения точек $t_1 < t_2$, $t_1 > t_2$ (рис. 2.7), $t_1 = t_2$.

Очевидно, что контроль системы необходимо осуществлять на отрезке $[t_1, t_2]$ в первом случае, на отрезке $[0, t_2]$ во втором, и в точке $t_1 = t_2$ в третьем. Выразим значения t_1, t_2 через параметры системы:

$$t_1 = \frac{A_{pl} - k_1 t_{pl}}{k_2 - k_1}, \quad t_2 = \frac{k_2 t_{pl} - A_{pl}}{k_2 - k_1}.$$

В случае нормировки данных ($t_{pl} = A_{pl} = 1$): $t_1 = \frac{1 - k_1}{k_2 - k_1}, \quad t_2 = \frac{k_2 - 1}{k_2 - k_1}.$

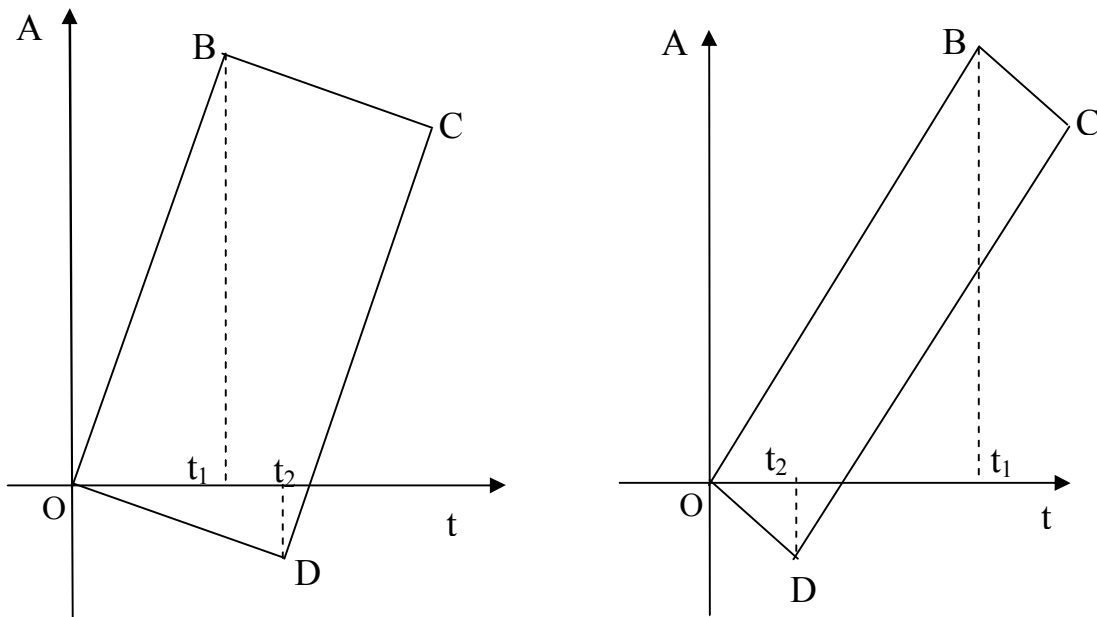


Рис. 2.7 Варианты взаимного расположения точек t_1, t_2 .

В случае использования плановой траектории $f(t) = t$ минимум максимального значения риска достигается при условии $t_1 = t_2 = \frac{1}{2}$. Заметим, что

эта ситуация наиболее удобна в смысле отыскания точки контроля, которая здесь определяется единственным образом. В точке контроля заново пересчитываются параметры системы, и, если они изменились, портфель может быть переформирован.

Стоит отметить, что $t_2 = \frac{k_2 t_{pl} - A_{pl}}{k_2 - k_1}$ является точкой раздела влияния D-

оценок: при $0 \leq t < t_2$ выполняется неравенство $d_1 > d_2$; при $t_2 < t \leq 1$ справедливо неравенство $d_2 > d_1$. Действительно, при $d_2 = d_1$:

$$\frac{(k_2 t - f(t))(A_{pl} + k_1 t - k_1 t_{pl} - f(t))}{t(A_{pl} - k_1 t_{pl})(k_2 - k_1)} = \frac{(k_2 t - f(t))(A_{pl} + k_1 t - k_1 t_{pl} - f(t))}{(t_{pl} - t)(k_2 t_{pl} - A_{pl})(k_2 - k_1)} \Rightarrow$$
$$\frac{1}{t(A_{pl} - k_1 t_{pl})} = \frac{1}{(t_{pl} - t)(k_2 t_{pl} - A_{pl})} \Rightarrow t = \frac{k_2 t_{pl} - A_{pl}}{k_2 - k_1} = t_2.$$

Таким образом, мы получили формулы, выражающие оценку величины риска недостижения цели (неполучения запланированного дохода) в задаче управления портфелем активов для нескольких (наиболее естественных) классов возможных траекторий поведения системы в зависимости от значений k_1 и k_2 – то есть максимальной и минимальной скоростей движения системы к цели в планов периоде.

II.4. Некоторые статистические закономерности рынка ценных бумаг

В этом разделе мы исследуем некоторые статистические закономерности, присущие российскому рынку ценных бумаг. Этот анализ преследует сразу несколько целей.

Во-первых, мы попытаемся ответить на вопрос: можно ли выделить классы наиболее статистически значимых траекторий поведения системы в плановом периоде в зависимости от величины этого периода?

Во-вторых, для прогнозирования параметров системы в плановом периоде нам необходимо определить возможные наборы входных данных для нейронных сетей. Например, кажется достаточно очевидным факт влияния изменений западных индексов на котировки российских ценных бумаг. Мы попытаемся определить степень и особенности этого влияния.

В-третьих, на основе предлагаемых в данном диссертационном исследовании алгоритмов в ООО «Инвестиционная палата» была разработана торговая система, для функционирования которой требовалось выработать торговые правила, в частности для стоп-приказов на продажу и покупку акций, для чего тоже требовался анализ статистических данных.

Вначале рассмотрим вопрос о связи российского и западных рынков акций. Будем использовать ежедневные данные индексов FTSE, Dow-Jones и ММВБ за годовой период. В качестве параметров сравнения выберем не сами курсы индексов, а «доходности», то есть относительные приращения цен в процентах, определяемые как $y_t = 100 * (x_t - x_{t-1}) / x_{t-1}$, где y_t - доходность индекса в день t , x_t - курс индекса в день t , x_{t-1} курс индекса в день $t-1$. Этот показатель в меньшей мере зависит от темпов инфляции, чем само значение курса.

Для проведения статистического анализа использовались данные за 2007 год, взятые на сайте www.finam.ru.

Вначале анализировалась зависимость цены открытия индекса ММВБ на данный день от цены закрытия индексов FTSE и Dow-Jones за предыду-

ший день (то есть, в соответствии с графиком работы бирж в 2007 году, значения Dow-Jones на 1-00 по московскому времени и ММВБ НА 10-00 того же дня). Рассмотрим полученную таблицу коэффициентов корреляции доходностей y_t для индексов ММВБ, FTSE и Dow-Jones.

Таблица 2.1

Корреляция доходностей ММВБ, FTSE и Dow-Jones

	FTSE	DJ	ММВБ
FTSE	1,000000	0,694428	0,412802
DJ	0,694428	1,000000	0,513613
ММВБ	0,412802	0,513613	1,000000

Из таблицы виден высокий (приблизительно 0.7) коэффициент корреляции для **FTSE** и **DJ**, что неудивительно ввиду высокой степени интегрированности западных финансовых рынков. Кроме того, можно говорить о слабой (но присутствующей) корреляции индекса ММВБ на данный день от цен закрытия индексов FTSE и Dow-Jones, причем с индексом Dow-Jones корреляция выше. Затем подобный анализ был проведен ежемесячно, чтобы проследить, как менялась корреляция между этими индексами в течение года. При этом была выявлена интересная особенность. Коэффициент корреляции между ММВБ и Dow-Jones в течении всего года, как правило, положительный и, в среднем, равен указанному в таблице значению. Коэффициент корреляции между ММВБ и FTSE часто имеет значения разного знака, в том числе большие по модулю.

Пример.

Таблица 2.2

Корреляция доходностей ММВБ, FTSE и Dow-Jones в сентябре.

	FTSE	DJ	ММВБ
FTSE	1,000000	0,332592	-0,819334
DJ	0,332592	1,000000	0,166615
ММВБ	-0,819334	0,166615	1,000000

Корреляция доходностей ММББ, FTSE и Dow-Jones в октябре.

	FTSE	DJ	ММББ
FTSE	1,000000	0,438639	0,749427
DJ	0,438639	1,000000	0,876524
ММББ	0,749427	0,876524	1,000000

Для выявления причины этого явления проведен дополнительный анализ, в результате которого выяснено, что корреляция между ММББ И FTSE в 2007 году увеличивалась в периоды падения Dow-Jones и уменьшалась в периоды его роста.

Далее для трех рассматриваемых индексов был проведен тест причинности по Гранжеру. С помощью статистики причинности Гранжера определяют, помогают ли лаговые значения переменной x_t предсказывать другую переменную y_t . Тест Гранжера — это F -статистика для гипотезы о том, что запаздывающие значения переменной x_t могут быть исключены из уравнения регрессии:

$$y_t = a_0 + \sum_{j=1}^m a_j y_{t-j} + \sum_{j=1}^m b_j x_{t-j} + \varepsilon_t. \quad (2.26)$$

Гипотеза H_0 формулируется как $b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0$. Отклонение этой гипотезы указывает на то, что предшествующие значения x_t могут быть полезны для предсказания y_t . Выбор размера лага m , вообще говоря, может влиять на результат теста, поэтому он, как правило, проводится для нескольких разных значений m .

Статистика по Гранжеру показывает, что доходности индекса Dow-Jones помогают предсказывать доходности индекса ММББ, при уровне значимости 5% (p -значение равно 0.02), а доходности индекса FTSE — нет (p -значение равно 0.27). В таблице показаны p -значения для F -тестов, что лаги переменной из строки с пометкой "Регрессор", не входят в приведенную форму уравнения для переменной из столбца с пометкой "Зависимая переменная". Вы-

числено по векторной авторегрессии с 4 лагами для всего годового выборочного периода.

Таблица 2.4

Тест причинности по Гранжеру

Зависимая переменная	Регрессор		
	ММВБ	FTSE	DJ
ММВБ	0	0.27	0.02

Теперь рассмотрим курсы акции пяти компаний РАО ЕЭС, Сбербанк, Газпром, Лукойл, ОАО МТС за один календарный год (2007). Целью анализа является проверка некоторых статистических гипотез. Рассматриваются курсы акций в 10.00, 13.00 и 17.00, то есть курс открытия, курс через три часа после открытия и курс закрытия. Вводятся следующие обозначения: k_1 – курс открытия, k_2 – курс через первые три часа, k_3 – курс закрытия.

Выдвигается гипотеза №1 о том, что *знак приращения курса за первые три часа и знак приращения курса за целый день совпадают*. Для проверки считается количество дней, в которые эта гипотеза выполняется, и количество дней, в которые не выполняется. Гипотеза №1 верна, если $((k_1 \geq k_2) \text{ и } (k_1 \geq k_3))$ или $((k_1 \leq k_2) \text{ и } (k_1 \leq k_3))$.

Гипотеза №1 неверна во всех остальных случаях. Результаты приводятся в следующей таблице.

Таблица 2.5

Статистика совпадений приращений курса за 3 часа и по итогам дня

	Всего	Верно	Неверно	Верно,%	Неверно,%
Сбербанк	246	190	53	78,46	21,54
Лукойл	248	182	60	75,81	24,19
РАО ЕЭС	248	185	60	75,81	24,19
Газпром	248	180	61	75,40	24,60
ОАО МТС	248	187	58	76,61	23,39

Выдвигается гипотеза №2 о том, что *знак приращения курса за первые*

три часа и знак приращения курса за последующие четыре часа совпадают. Для проверки считается количество дней, в которые эта гипотеза выполняется, и количество дней, в которые не выполняется.

Таблица 2.6

Статистика совпадений приращений курса за первые 3 часа после открытия и за последующие 4 часа.

	Всего	Верно	Неверно	Верно,%	Неверно,%
Сбербанк	246	134	112	54,47	45,53
Лукойл	248	130	118	52,42	47,58
РАО ЕЭС	248	138	110	55,65	44,35
Газпром	248	127	121	51,21	48,79
ОАО МТС	248	140	108	56,45	43,55

Гипотеза №2 верна, если

(($k_1 \geq k_2$) и ($k_2 \geq k_3$)) или (($k_1 \leq k_2$) и ($k_2 \leq k_3$)).

Гипотеза №2 неверна во всех остальных случаях. Результаты приводятся в таблице 2.6.

Далее рассматриваются дни, в которые курс открытия больше курса через первые три часа и больше курса закрытия (то есть *итог первых трех часов и итог дня отрицательные*). Необходимо узнать, на сколько процентов относительно курса открытия в таких случаях падает курс через первые три часа.

Таблица 2.7

Статистика падений курса за первые 3 часа после открытия в те дни, когда итог дня был отрицательный.

	Всего	Мат. ожидание	Дисперсия
Сбербанк	98	0,716	0,362
Лукойл	98	0,728	0,291
РАО ЕЭС	108	0,649	0,300
Газпром	91	0,666	0,227
ОАО МТС	89	0,711	0,289

Если верно, что в данный день ($k_1 \geq k_2$) и ($k_1 \geq k_3$), то для него рассчитывается величина трехчасового падения в процентах: $((k_1 - k_2)/k_1) * 100\%$. Для полученной выборки процентов падений находятся математическое ожидание и дисперсия. Результаты приводятся в таблице 2.7.

Далее отдельно рассмотрим случаи, когда итог дня был отрицательный и итог трех часов отрицательный, но итог дня лучше итога первых трех часов (рис.2.8).

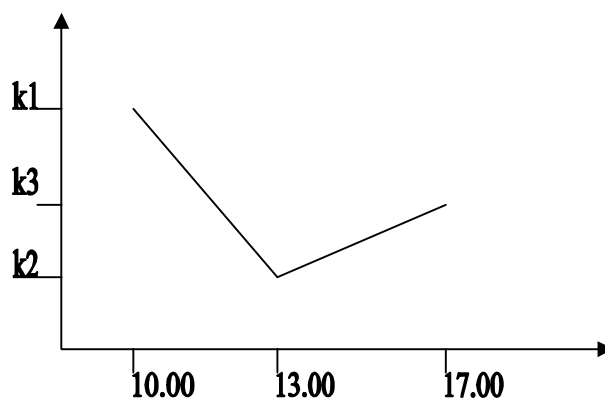


Рис. 2.8 Случай, когда итог дня отрицательный, но после 13-00 курс акции вырос.

Если верно, что ($k_1 \geq k_2$) и ($k_1 \geq k_3$) и ($k_2 \leq k_3$), то рассчитываются $((k_1 - k_2)/k_1) * 100\%$. Для данной выборки также находится математическое ожидание и дисперсия. Результаты приводятся в таблице 2.8.

Таблица 2.8

Статистика падений курса за первые 3 часа после открытия в те дни, когда итог дня был отрицательный, но итог дня лучше итога трех часов.

	Всего	Мат. ожидание	Дисперсия
Сбербанк	29	0,855	0,532
Лукойл	30	0,998	0,347
РАО ЕЭС	29	1,012	0,491
Газпром	27	0,918	0,26
ОАО МТС	27	0,998	0,405

Далее для каждой рассматриваемой акции каждый день вычисляется величина m - минимальное значение курса этой акции в течение первых трех часов. Затем рассматриваются дни, в которые итог оказывался положительным и для таких дней находится значение максимального падения курса в течение первых трех часов.

То есть, если верно, что $(k_1 \leq k_3)$, то рассчитываются $((k_1 - m)/k_1) * 100\%$. Для данной выборки находятся математическое ожидание и дисперсия. Результаты приводятся в следующей таблице.

Таблица 2.9

Статистика максимальных падений курса в течении 3 часов после открытия в те дни, когда итог дня был положительный.

	Всего	Мат. ожидание	Дисперсия
Сбербанк	119	0,606	0,447
Лукойл	116	0,526	0,300
РАО ЕЭС	117	0,468	0,232
Газпром	119	0,533	0,331
ОАО МТС	132	0,601	0,389

Все расчеты проводились с помощью программ Statistica и MS Excel.

Проведенные статистические исследования используются для обоснования принятия решений купли-продажи на рынке акций. В частности, на их основе решается вопрос о «выходе в деньги» по результатам 3 часов торговой сессии или «консервации в бумагах» в расчете на позитивный итог дня.

Кроме того, полученная статистика показывает, что итог дневной торговой сессий в 75-80 процентах случаях совпадает с итогом первых трех часов торговли. Это означает, что в случае, если плановый период равен одному дню, траектория движения системы к цели должна быстрее расти в начале дня, чем в конце. Это, в частности, определило выбор для отдельного исследования траекторий вида $f(t) = t^\alpha$, $\alpha > 0$ и

$$f(t) = \begin{cases} k_3 t, & 0 \leq t \leq t_0 \quad (1 - e \text{ звено}); \\ 1 - k_4(1 - t), & t_0 < t \leq 1 \quad (2 - e \text{ звено}), \end{cases} \quad k_3 > k_4.$$

Отметим, что в процессе тестирования торговой системы были рассмотрены и многие другие классы траекторий, но наилучших результатов при ежедневном пересмотре портфеля удалось добиться при использовании траектории вида $f(t) = t^{0.75}$.

Если плановый период составляет несколько дней, то наиболее простым предположением является равномерное движение системы к цели, то есть траектория вида $f(t) = t$. Отдельного рассмотрения, конечно, заслуживают функции, составленные из n участков кривых вида $f(t) = t^\alpha$, $\alpha > 0$, где n – количество дней, составляющих плановый период.

В заключение отметим, что статистическое исследование проводилось в начале 2008 года. В связи с наступившим мировым экономическим кризисом в настоящий момент изменились некоторые характеристики рынка, задействованные в этом исследовании, в частности, резко возросла волатильность котировок. Повторное исследование на данных 2008 года не проводилось, так как аналитики ожидают, что после завершения острой фазы кризиса такие параметры, как волатильность, вернутся в свои обычные рамки.

Выводы к главе 2.

1. С использованием аппарата D-оценок Руссмана управление портфелем ценных бумаг может рассматриваться как процесс достижения цели системой переменной структуры, а риск, в свою очередь, определяться как степень угрозы недостижения и являться функцией положения системы относительно цели.
2. Задача управления портфелем ставится следующим образом: сформировать портфель таким образом, чтобы риск, трактуемый как максимум трудности достижения цели этого портфеля, при движении системы вдоль некоторой предполагаемой траектории $A = f(t)$ был минимален. Целью в данном случае является получение дохода A_{pl} за время t_{pl} .
3. С помощью аппарата D-оценок выводятся формулы оценки портфельного риска для произвольной непрерывной траектории в плановом периоде.
4. Анализ статистических данных позволяет указать наиболее значимые классы траекторий движения системы.
5. Для этих траекторий получены конкретные формулы оценки портфельного риска, которые позволили предложить алгоритмы формирования портфеля, приносящего запланированный доход с минимально возможным в плановом периоде риском.
6. Для реализации этих алгоритмов (в частности, оценки параметров системы в плановом периоде) необходим разработанный аппарат прогнозирования коридора значений доходности для каждой акции, которая может быть включена в портфель.

III. РАЗРАБОТКА И ПРАКТИЧЕСКОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИНТЕТИЧЕСКОЙ МЕТОДИКИ УПРАВЛЕНИЯ ПОРТФЕЛЕМ

III.1 Подготовка данных для нейросетевого анализа

В главе 1 уже отмечалось, что при описании рыночной ситуации необходимо переходить от рядов котировок (содержащих тренды, циклы и т.п.) к рядам приращений этих котировок. Рис. 3.1 иллюстрирует целесообразность такого перехода. На верхнем графике приведены значения котировок, на нижнем – абсолютные приращения этих значений. Как видим, диапазон изменения приращений значительно уже и не содержит ярко выраженных трендов.

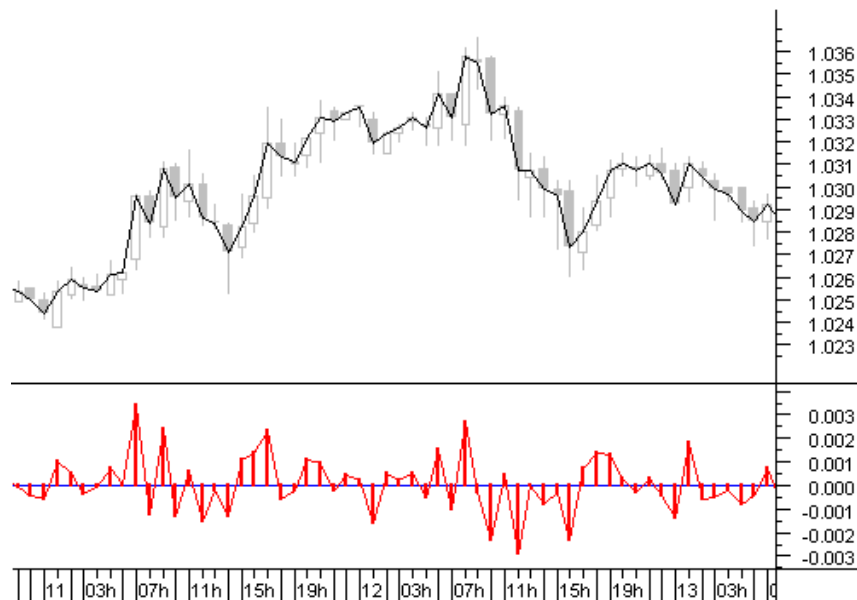


Рис. 3.1. Описание рыночной ситуации при помощи приращений котировок.

Но такого преобразования данных на практике, как правило, бывает недостаточно. Это связано с тем, что ряды приращений котировок зачастую бывают противоречивыми, в том смысле, что схожим наборам входных данных зачастую соответствуют совершенно разные (например, противоположные по знаку) выходные значения. Кроме того, ряды рыночных котировок часто содержат шумы или резкие всплески, которые были обусловлены определенными внешними факторами и могут никогда не повториться в дальнейшем. Все это усложняет задачу обучения нейронной сети и требует разработки специальных алгоритмов подготовки входных данных.

Обратившись к естественным обучающимся системам, можно заме-

титель, что чаще всего обучение происходит не сразу на всем обучающем множестве (которым для естественных систем являются объекты реального мира), а на его упрощенной модели, отражающей лишь некоторые примеры и закономерности. По мере усвоения более простого материала модель становится все более подробной и адекватной. Т.е. обучение происходит как бы «от простого к сложному». По аналогии с этим, введем понятие «сложность» обучающей выборки (ОВ) для нейронной сети.

Под **сложностью** ОВ [12] будем подразумевать сложность ее аппроксимации нейронной сетью, которую для пары наборов $(X, Y)_i, (X, Y)_j$ можно охарактеризовать следующим образом [5]:

$$L_{ij} = \frac{\|Y_i - Y_j\|}{\|X_i - X_j\|}, \quad (3.1)$$

где X и Y - соответственно входные и выходные векторы нейронной сети.

Сложность воспроизведения всей ОВ может быть получена расчетом среднего или максимального и минимального значений L_{ij} для всех пар наборов. Применение соотношения (3.1), в теории непрерывных функций называемого константой Липшица, с целью оценки обучающей возможности ОВ обсуждалось в литературе и показало свою практическую значимость [12].

Введенное таким образом понятие сложности интуитивно понятно. Действительно, сеть тем труднее обучить, чем больше в обучающей выборке присутствует наборов, для которых входные векторы близки друг к другу, а выходные далеки.

Одним из способов снижения сложности ОВ является искусственное сближение выходных векторов для наборов, входные вектора которых находятся близко друг к другу. При этом выходной вектор набора k упрощенной выборки ОВ' рассчитывается как среднее выходных векторов наборов исходной выборки ОВ, взвешенное по функции от расстояния до входного вектора k -ого набора:

$$Y'_k = \frac{\sum_i Y_i * c_{ik}}{\sum_i c_{ik}}. \quad (3.2)$$

Здесь c_{ik} ($0 \leq c_{ik} \leq 1$) - весовые коэффициенты, вычисленные с помощью специальной взвешивающей функции. Роль взвешивающей функции может выполнять функция от расстояния между входными векторами, удовлетворяющая следующим условиям:

1. Существовать и быть неотрицательной на всем множестве возможных значений расстояния.
2. Убывать с увеличением расстояния.
3. В зависимости от некоторого параметра α изменять скорость убывания. (Параметр α задает степень упрощения исходной выборки).

Одной из наиболее известных и широко применяемых функций, удовлетворяющих перечисленным условиям, является функция Гаусса, которую и предлагается использовать в качестве взвешивающей.

На рис. 3.1 приведен график этой функции.

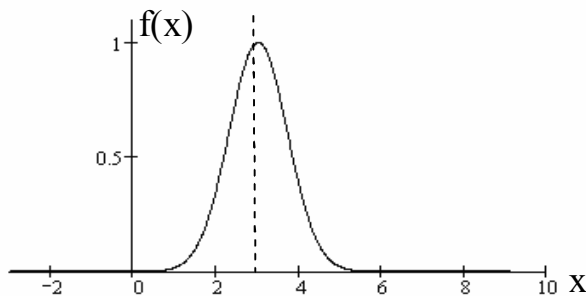


Рис. 3.1. График функции Гаусса.

Таким образом, весовые коэффициенты в формуле (3.2) будут вычисляться следующим образом:

$$c_{ik} = e^{-\left(\frac{\|X_i - X_k\|}{\alpha}\right)^2}. \quad (3.3)$$

Здесь $\alpha > 0$ - параметр, задающий ширину (отклонение) функции и определяющий ее влияние. Функция Гаусса принимает свое максимальное значение, равное единице, при $X_i = X_k$ и убывает при удалении X_i от X_k .

Таким образом, в формуле (3.2) коэффициент $c_{kk} = 1$ (это максимальный коэффициент), $c_{ik} \approx 0$, если $\|X_i - X_k\| \geq \alpha$

Рассмотрим пример.

Пусть $\alpha = 0.1$;

$$X_1=(0.1, 0.2, 0.3, 0.4), Y_1 = 0.5;$$

$$X_2=(0.2, 0.2, 0.3, 0.4), Y_2 = 0.1;$$

$$X_3=(0.7, 0.3, 0.1, 0.5), Y_3 = 0.3.$$

Тогда $c_{23} = c_{32} = c_{13} = c_{31} \approx 0, c_{12} = c_{21} = 0.368$;

$$Y_1' = 0.392;$$

$$Y_2' = 0.208;$$

$$Y_3' = 0.3.$$

($Y_3' = Y_3$, так как X_3 «не похож» на X_2 и X_1 ; значения Y_2' и Y_1' сблизались по сравнению с Y_2 и Y_1 , так как X_2 и X_1 близки)

Заметим, что при уменьшении значения параметра сближения $\alpha > 0$ преобразованная (упрощенная) выборка будет приближаться к исходной.

Ниже приведены примеры упрощения обучающей выборки, представляющей собой значения курсов некоторой акции (изображены исходные данные и преобразованные).

Для количественной оценки упрощения ОВ в процессе обучения НС введем следующие величины:

$\delta(OB; OB')$ - отклонение упрощенной выборки от исходной;

$\delta(НС; OB')$ - ошибка нейронной сети на упрощенной выборке OB' ;

$\delta(НС; OB)$ - ошибка нейронной сети, обученной на упрощенной выборке, рассчитанная для исходной выборки OB .

Пусть эти величины определены как среднее расстояние между выходными векторами в выбранной метрике. Тогда имеет место неравенство:

$$\delta(OB; OB') + \delta(НС; OB') \geq \delta(НС; OB) . \quad (3.4)$$

Это позволяет воспользоваться левой частью неравенства в качестве кри-

теряя остановки обучения, а не тратить время на дополнительный расчет $\delta(НС; ОВ)$.

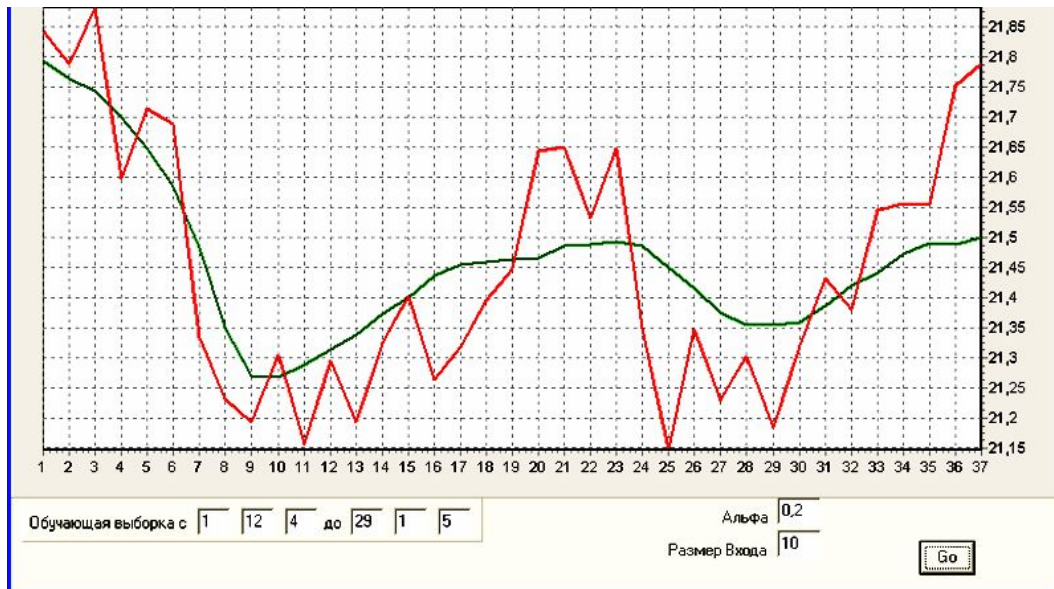


Рис. 3.2. График исходной и упрощенной (при $\alpha = 0,2$) обучающей выборки

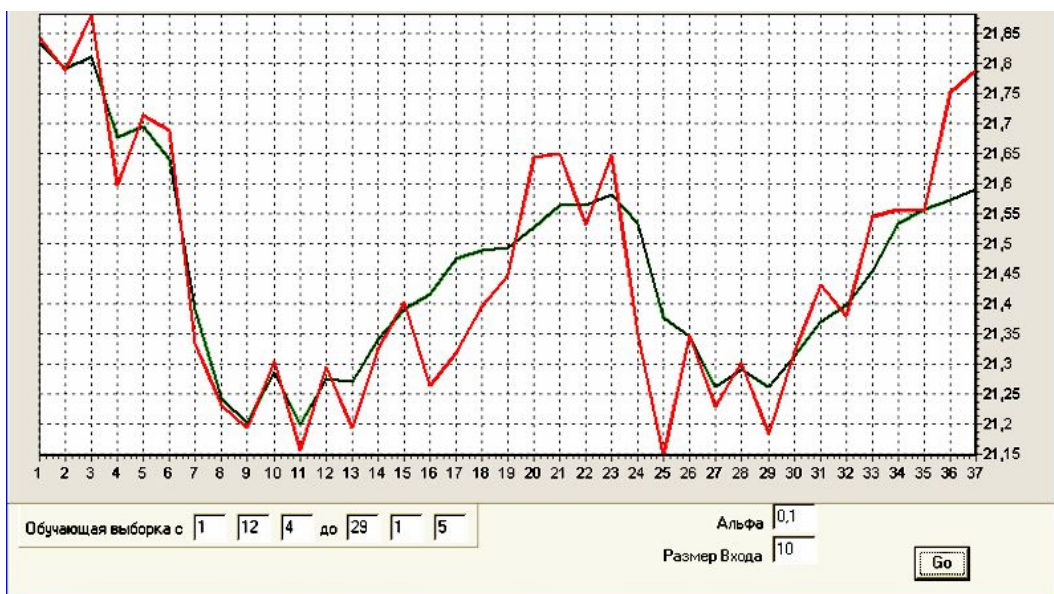


Рис. 3.3 График исходной и упрощенной (при $\alpha = 0,1$) обучающей выборки

Вместе с тем, нет необходимости обучаться на $ОВ'$ с точностью, большей точности самой $ОВ'$. Следовательно, должно выполняться соотношение:

$$\delta(ОВ; ОВ') \geq \delta(НС; ОВ'). \quad (3.5)$$

Учитывая (3.4) и (3.5), можно предложить следующую *схему* обучения НС:

- 1) Задается начальное значение параметра упрощения.

- 2) Формируется упрощенная выборка, рассчитывается $\delta(OB; OB')$.
- 3) Производится обучение сети до выполнения одного из условий:
 - а) $\delta(OB; OB') + \delta(НС; OB') \leq \delta_{DOP}$, где δ_{DOP} - допустимая ошибка, определяемая требуемой точностью. Обучение оканчивается.
 - б) $\delta(OB; OB') \geq \delta(НС; OB')$. Тогда – уменьшение параметра α , переход на шаг 2.

Данный алгоритм позволяет изменить процесс обучения так, что в начале НС будет обучаться основным тенденциям и закономерностям, несколько теряя в точности, но зато не повторяя присутствующий в исходной выборке шум. По мере усложнения выборка OB' будет приближаться к исходной и, в конечном итоге, либо повторит ее, либо обеспечит достаточную точность решения задачи, что для НС будет означать финальный этап обучения.

Таким образом, использование адаптивного упрощения OB позволяет снизить время и, что более важно, повысить качество обучения НС. Это достигается в основном за счет снижения избыточной подробности обучающего множества на ранних этапах обучения, что вполне характерно для естественных обучающихся систем.

Используемые в подходе преобразования относятся только к исходным данным и не затрагивают алгоритма настройки весовых коэффициентов НС. Это делает подход совместимым со многими известными методами ускоренного обучения НС, тем самым давая дополнительный выигрыш во времени и качестве обучения.

Отметим, что возможно неравномерное упрощение OB , когда коэффициент упрощения различен для каждого набора и определяется с учетом ошибки НС на данном наборе, а не на всей выборке в среднем.

Как отмечалось ранее, задача нейросетевого прогнозирования может решаться как задача аппроксимации (нелинейной регрессии) или как задача классификации. Во втором случае выходом нейронной сети является номер класса, к которому принадлежит прогнозируемая величина. (Например: первый класс - существенное увеличение курса акции, второй класс – существен-

ное уменьшение курса, третий класс – незначительное увеличение или уменьшение). При использовании такого подхода введенное ранее понятие сложности ОВ не применимо. Способом повышения качества ОВ может стать предварительная (до начала процесса обучения) классификация обучающихся наборов.

Вместо общей оценки сложности введем в рассмотрение две новые характеристики ОВ: показатель **повторяемости** ОВ, характеризующий сходство образов внутри каждого из классов ОВ, и показатель **противоречивости** ОВ, характеризующий сходство образов в разных классах. Очевидно, что оба этих показателя интуитивно связаны со сложностью: можно сказать, что чем ниже повторяемость и выше противоречивость, тем выше сложность ОВ.

Рассмотрим эти показатели подробнее. Учитывая, что НС являются универсальным средством аппроксимации, противоречивыми будем считать наборы, описывающие одинаковые ситуации, но принадлежащие к разным классам. Для оценки противоречивости наборов перейдем от описания входного вектора в виде значений временного ряда (ВР) к его описанию в виде номеров классов, к которым принадлежат соответствующие значения ВР. Возьмем два набора: $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n, c_a\}$ и $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n, c_b\}$, где $a_i, b_i (i = 1..n)$ — значения временного ряда, c_a, c_b — номер класса распознаваемого образа. Для определения степени противоречивости перейдем к векторам $A' = \{a'_1, a'_2, \dots, a'_n, c_a\}$ и $B' = \{b'_1, b'_2, \dots, b'_n, c_b\}$, где $a'_i, b'_i (i \in 1; n)$ — номер класса, соответствующего значению прогнозируемой величины $a_i, b_i (i = 1..n)$. Наборы A и B считаются противоречивыми, если $a'_i = b'_i (i = 1..n)$ и $c_a \neq c_b$.

Противоречивость наборов A и B вычисляется по формуле:

$$\delta_{ab} = \left| \frac{c_a - c_b}{n_c - 1} \right|$$
, где n_c — общее число классов в ОВ. Противоречивость ОВ

определяется как
$$\delta_l = \frac{1}{n_l} \sum_{i=1}^{n_l} \sum_{j=1}^{n_l} \delta_{ij}$$
, где n_l — число наборов в ОВ.

Наборы A и B считаются повторяющимися, если $a'_i = b'_i (i = 1..n)$ и $c_a = c_b$. Повторяемость наборов для класса c_i определяется как $\rho_i = \frac{n_i^p}{n_i^c}$, где n_i^p — число повторяющихся наборов в классе i ; n_i^c — общее число наборов в классе i . Повторяемость ОВ: $\rho_l = \frac{1}{n_c} \sum_{i=1}^{n_c} \rho_i$, где n_c — общее число классов в ОВ.

На основе анализа повторяемости ОВ делается заключение о том, насколько удачно выбраны вид и размер описания ситуации.

На рис. 3.4 приведено 9 экспериментально полученных классов для разных вариантов сочетания повторяемости и противоречивости ОВ

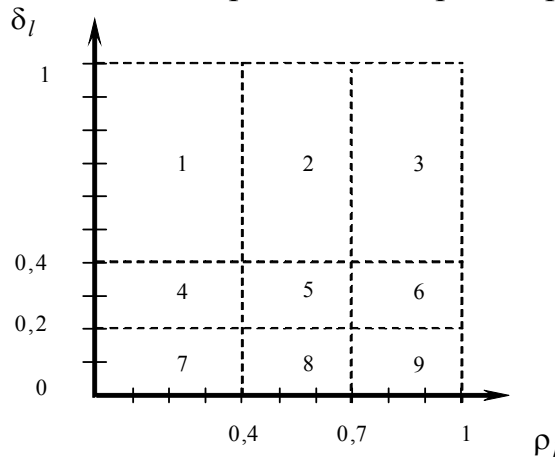


Рис 3.4. Варианты сочетания повторяемости и противоречивости ОВ

Рассмотрим, как попадание в какой-либо из этих классов характеризует успешность обучения НС.

1 — обучение НС затруднено, задача в таком виде не может быть решена, в первую очередь необходимо применение методов повышения повторяемости ОВ (например, увеличение ОВ).

2 — обучение НС затруднено, решение задачи неустойчивое, необходимо применение методов снижения противоречивости данных ОВ (например, увеличение числа входов НС).

3 — обучение НС затруднено, необходимо применение методов снижения противоречивости данных ОВ, классы сформированы некомпактно,

они должны быть укрупнены.

4 — решение задачи неустойчиво, проявляется эффект переобучения, необходимо применение методов повышения повторяемости.

5,6 — решение задачи неустойчивое, может проявляться эффект переобучения, рекомендовано изменение способа разбиения на классы.

7 — необходимо применение методов повышения повторяемости.

8 — оптимальное сочетание значений параметров повторяемости и противоречивости ОВ для качественного обучения НС.

9 — идеальное сочетание значений параметров повторяемости и противоречивости, для реальных приложений практически нереализуемо.

Увеличение размера входов НС может гарантировать получение непротиворечивой ОВ. В то же время, такой способ снижения противоречивости ОВ имеет существенный недостаток — вместе с противоречивостью существенно снижается и повторяемость полученной ОВ. Малая повторяемость ОВ приводит к переобучению НС [12] и неспособности сети обобщать полученный опыт на будущие значения прогнозируемой величины. Описанное противоречие подтверждает существенную значимость правильного выбора размера описания ситуации для ВР.

III.2 Методы формирования комитета нейроэкспертов

Современные методы обучения многослойных искусственных нейронных сетей (ИНС) подразумевают случайное формирование первоначальных значений весовых (настроечных) коэффициентов. В этой связи предсказания сетей, обученных на одной и той же выборке данных, могут отличаться. Этот недостаток можно превратить в достоинство, организовав комитет нейроэкспертов, состоящий из нескольких ИНС. Разброс в предсказаниях экспертов позволяет получить представление о «качестве» получаемых прогнозов. Среднее значений комитета дает лучшие предсказания, чем средний эксперт из этого же комитета, причем снижение ошибки может быть довольно заметным [30]. Таким образом, метод комитетов может существенно повысить качество прогнозирования.

Как уже отмечалось ранее, нейросетевое моделирование может базироваться не только на временном ряде приращений котировок, а использовать в качестве входных данных еще и различные финансовые и иные показатели, значения которых влияют на изменение курса прогнозируемой акции. Поскольку выявить все такие факторы (и степень их влияния) однозначно, как правило, сложно, это является дополнительным аргументом в пользу использования не единственной нейронной сети, а комитета нейронных сетей.

Более того, как показал анализ статистических данных в главе 2, одни и те же факторы в одни периоды рынка (например, когда наблюдается убывающий тренд) могут оказывать влияние на котировки, а в другие (когда тренд растущий) не оказывать.

Сети-эксперты, входящие в нейросетевой комитет, могут отличаться друг от друга наборами входных данных (факторов влияния), архитектурой, методами обучения, специальным образом организованными обучающими выборками. Задача подготовительного (тестового) этапа в этом случае заключается еще и в эффективной организации комитета, исключении из него заведомо «некомпетентных» (дающих неудовлетворительные прогнозы) се-

тей-экспертов, разработка механизма согласования прогнозов с целью получения единого решения.

Идею использования нейросетевого комитета для прогнозирования приращений котировок, предложенную в работе Ежова и Шумского [30], можно существенно развить, если отказаться от использования среднего арифметического значения прогнозов всех сетей комитета в качестве итогового. Вместо этого, можно, например, обучить еще одну нейронную сеть («руководителя комитета»), входами которой будут прогнозы всех нейроэкспертов, а выходом – итоговый прогноз комитета (рис. 3.5).

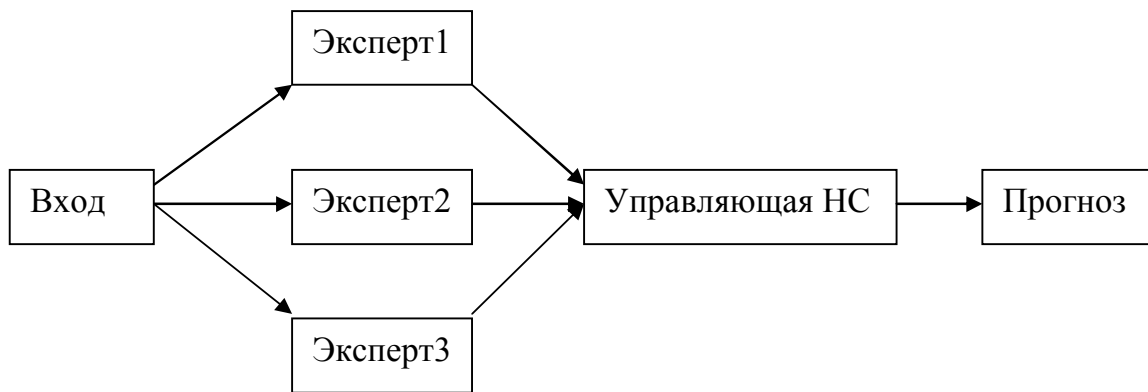


Рис. 3.5 Архитектура модели управления комитетом нейроэкспертов

Другим подходом может являться введение понятия «специализации» экспертов. С этой целью предлагается провести предварительную кластеризацию входных образов обучающего множества, то есть разбить исходную выборку на несколько (2-5) групп схожих входных наборов. Например, в некоторые группы данных могут попасть наборы, характеризующиеся растущим трендом, в другие – убывающим и т.п.

Для проведения такой предварительной кластеризации обучающего множества может быть использована специальная самоорганизующаяся нейронная сеть, называемая картой Кохонена. Далее для каждого кластера выделяется как минимум два нейроэксперта, которые обучаются только на данных, попавших в этот кластер. Таким образом, создаются подкомитеты нейроэкспертов, специализирующихся на прогнозировании в условиях той или иной сложившейся рыночной ситуации.

В режиме функционирования комитета входной образ сначала анализируется картой Кохонена, чтобы определить, к какому из имеющихся входных кластеров он относится. Затем итоговый прогноз вырабатывается подкомитетом, специализацией которого является данный кластер.

Нейросетевая карта специализированных экспертов может использоваться не только в процессе прогнозирования, но и для аналитических целей. В частности, на основе карты по мере поступления запросов можно сделать вывод о проблемных областях комитета (например, выявить кластеры, эксперты которых отличаются худшим качеством прогноза). Это дает новую стратегию обучения и пополнения комитета новыми моделями.

Наконец, при использовании третьего подхода к формированию комитета нейроэкспертов, все нейронные сети обучаются на одних и тех же данных, но в комитет изначально включаются сети, отличающиеся принципиально разной архитектурой (многослойные персептроны, рекуррентные сети, RBF –сети и любые другие, хорошо зарекомендовавшие себя при решении задач прогнозирования). Каждая из этих сетей по-своему решает задачу нелинейной аппроксимации отображения $F : X \rightarrow y$, где X – входной вектор сети, y - выходное (прогнозное) значение. Поэтому разница в прогнозах, выдаваемых экспертами, будет следствием не только случайности начальных значений весовых коэффициентов сетей, но и принципиального различия этих сетей.

После завершения этапа обучения все входные данные обучающей выборки кластеризуются, как и при использовании предыдущего подхода. А затем для каждого нейроэксперта определяется коэффициент его *компетентности* на данных каждого кластера (например, в процессе экспериментального тестирования было замечено, что вероятностная сеть обеспечивает более высокое качество прогноза в условиях наличия растущего тренда курса акции, а сеть, обученная по алгоритму обратного распространения, наоборот, убывающего). В процессе функционирования сети коэффициенты компетентности корректируются в зависимости от величины ошибок прогноза ней-

роэсперта на данных этого кластера. Объединение экспертов в ансамбль при решении задачи итогового прогнозирования производится с весами, соответствующими коэффициентам компетентности нейроэспертов для того кластера, в который попадает анализируемый входной вектор.

Предложенные подходы являются примером *нелинейного* объединения алгоритмов в комитет. В общем случае получение теоретических построений, описывающих точность таких моделей, затруднено. На практике используют обычные методы перекрестного оценивания и валидационные выборки.

Остановимся теперь на типах нейросетей, которые могут входить в состав нейроэспертов для прогнозирования рыночных котировок. Как уже отмечалось, это могут быть классические нейросетевые архитектуры, такие как многослойный персептрон, рекуррентная сеть Эльмана, RBF –сет, карта Кохонена.

Алгоритмы обучения базовых нейронных сетей, рекомендуемых к включению в прогнозирующий нейросетевой комитет, приведены в Приложении 1. В связи с тем, что они достаточно широко представлены в литературе ([25], [43],[67], [81]), мы не будем их подробно рассматривать, лишь приведем обобщенную схему процесса обучения и функционирования произвольной нейронной сети комитета (рис. 3.6).

Наконец, остановимся на возможных типах входных данных, на основе которых каждая из сетей-экспертов будет делать прогноз.

В качестве поступающих на входы ИНС данных могут выступать как приращения цен одного типа, например цен закрытия, так и комбинации приращений разных типов цен в пределах одного временного интервала. Например, информация, содержащаяся в «свече», а именно, цены: открытия, максимальная, минимальная, закрытия, может подаваться на 4 входных нейрона.

Такой подход к прогнозированию можно рассматривать как нейросетевой аналог анализа «японских свечей», поскольку прослеживается прямая аналогия с попытками некоторых трейдеров найти закономерности в комби-

нациях последних «японских свечей», образовавшихся на графике.

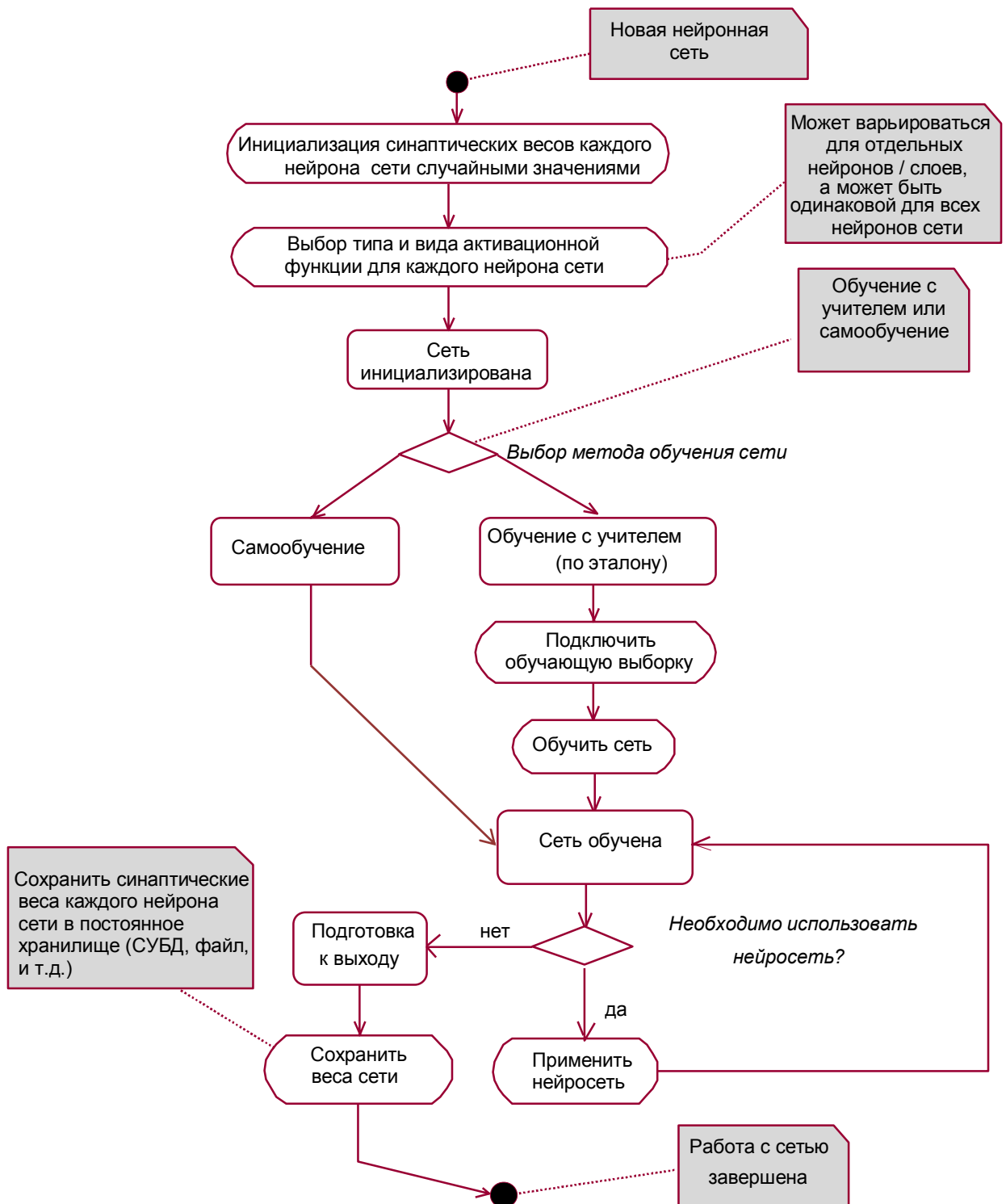


Рис. 3.6 Обобщенная схема процесса обучения и функционирования нейронной сети.

Альтернативным представлением входной информации можно считать значения технических индикаторов, построенные на основе ценовой динамики. Очевидные плюсы такого подхода:

а) значение каждого из индикаторов зависит от определенного числа значений временного ряда в прошлом, таким образом использование совокупности нескольких индикаторов позволяет охватить рынок широким взглядом и посмотреть на рыночную ситуацию в прошлом с различных точек зрения.

б) многочисленность индикаторов затрудняет их использование, тогда как каждый из них может оказаться полезным в применении к конкретному финансовому ряду.

в) выборка с индикаторами обычно достаточно мала, и, соответственно, количество входных нейронов сети не велико.

Поскольку значения технических индикаторов, как известно, лежат в совершенно разных диапазонах, обязательным условием их использования является предварительное перемасштабирование в одинаковый интервал (рис. 3.7).

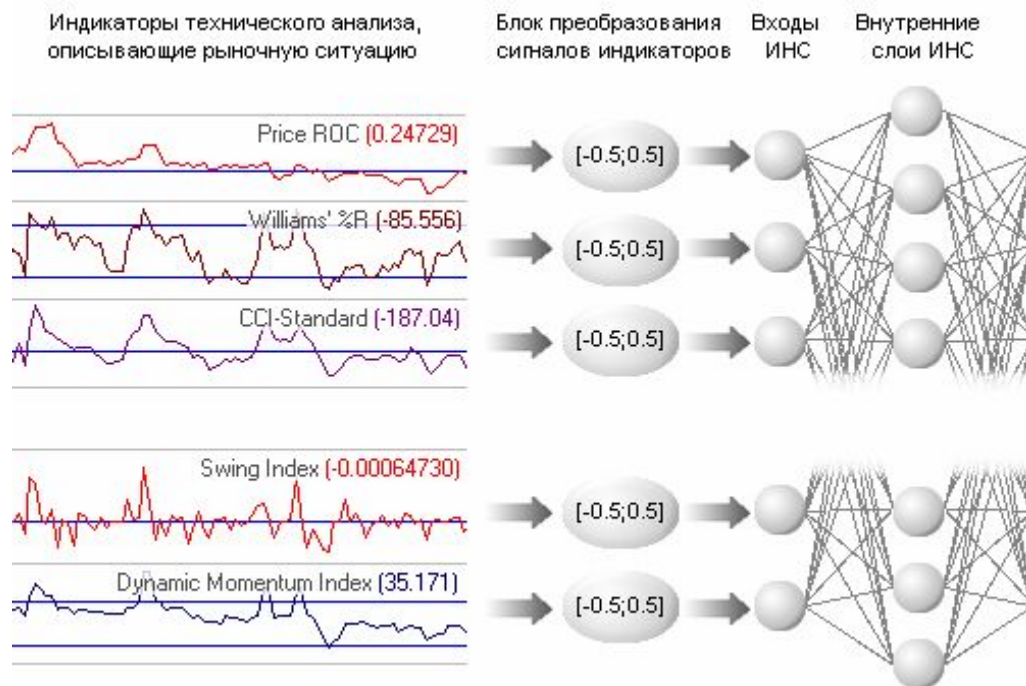


Рис. 3.7. Преобразование значений индикаторов технического анализа

Необходимо отметить, что в обучающую выборку стоит отбирать наиболее значимую комбинацию технических индикаторов, которую и следует затем использовать в качестве входов нейросети. Решить задачу выбора необходимых индикаторов можно при помощи оптимизационных методов и тех же нейронных сетей.

III.3 Алгоритмы совместного применения комитетов нейросетей и D-оценок Руссмана к задаче управления портфелем активов

В параграфе II.2 получены формулы, выражающие оценку величины риска неполучения запланированного дохода в задаче управления портфелем активов для нескольких (наиболее естественных) классов возможных траекторий поведения системы в зависимости от значений максимальной и минимальной скоростей движения системы к цели в плановом периоде. Заметим, что значения минимального и максимального дохода (т.е. прироста стоимости) портфеля в плановом периоде являются линейными комбинациями соответствующих значений входящих в портфель акций. Таким образом, для каждой акции, которая может быть включена в портфель, мы должны иметь возможность оценить “коридор” возможных значений ее прироста в плановом периоде. Самый простой подход – взять в качестве V_{min} минимальный прирост стоимости данной акции за несколько предшествующих периодов аналогичной длины, а в качестве V_{max} – максимальный. Однако, этот подход не всегда удачен, в частности, он не позволяет учесть возможную смену тренда в поведении акции, а также резкие скачки курсов акций. С целью более точного прогнозирования коридора прироста каждой акции предлагается использовать подход, основанный на нейросетевом прогнозировании.

Как известно из практики нейросетевого моделирования, максимальную (High) и минимальную (Low) цену акции в будущем периоде на основании данных прошлых периодов удается прогнозировать со значительно более высокой точностью, чем итоговую цену (Close) [12, 34, 56]. Для иллюстрации этого факта рассмотрим пример прогнозирования часового графика швейцарского франка (CHF), взятый из работы [12]. Для тестирования нейронной сети было взято 3000 часовых баров. Из рис. 3.8 видно, что наиболее эффективным представляется прогнозирование максимальной и минимальной цены бара (верхний и нижний графики) Средний график – прогноз цены закрытия бара (Close). На рисунке видно, что он гораздо хуже приближает истинное

значение. Это подтверждается статистическим анализом ряда ошибок нейронной сети, результаты которого приведены в табл. 3.1 (в таблице для сравнения также представлены статистические характеристики “наивного” прогноза, построенного на повторении своего предыдущего значения).



Рис. 3.8. Прогнозирование часового графика швейцарского франка.

Таблица 3.1

Статистический анализ ряда ошибок нейронной сети.

Прогноз	Дисперсия	Стандартное отклонение	Стандартная ошибка
High	0.0000036174	0.0019019345	0.0000344386
Low	0.0000049034	0.0022143565	0.0000400957
Close	0.0000069029	0.0026273376	0.0000475736
Сегодня как вчера	0.0000071148	0.0026673511	0.0000482981

Похожие выводы (о лучшей прогнозируемости рядов максимальной и минимальной цен по сравнению с ценой закрытия) получаются и при исследованиях этих рядов методами нелинейной динамики [104].

Исходя из вышеизложенного, можно ожидать, что нейросетевой подход позволит достаточно хорошо описывать возможный «коридор» поведения системы в течении планового срока t_{pl} .

Если появилась возможность определять параметры системы V_{min} и V_{max} в плановом периоде, то можно предложить следующую последовательность этапов управления портфелем активов (рис. 3.9).



Рис. 3.9. Последовательность этапов при управлении портфелем ценных бумаг

Остановимся подробнее на представленных этапах.

Процесс подготовки данных для нейросетевого комитета подробно описан в п. III.1. Отметим, что данные формируются в соответствии с плановым периодом и должны отражать статистику за предыдущие временные интервалы такой же величины.

Прогнозирование значений максимального и минимального прироста цен всех рассматриваемых активов в плановом периоде осуществляется с помощью нейросетевого комитета, процесс управления которым представлен в п. III.2

Выбор целевого прироста, то есть величины $A_{пл}$ имеет большое значение. Если взять в качестве $A_{пл}$ величину максимального прогнозируемого прироста стоимости какой-либо акции, то риск любого сформированного портфеля будет максимален и одинаков. Практическое тестирование метода показало, что величина $A_{пл}$ должна находиться в пределах 70-80 процентов от максимального прогнозируемого прироста. Далее параметры системы нормируются на величины $A_{пл}$, $t_{пл}$, и в дальнейшем они считаются равными единице.

Определение предполагаемой траектории поведения системы в плановом периоде осуществляется на основе анализа статистических данных, представленного в п. II.4. В частности, если длина планового периода (до нормировки) составляет 1 день (это означает, что риски активов, входящих в портфель, будут пересматриваться ежедневно, и, в зависимости от их изменения, портфель, возможно, будет переформировываться), то наиболее вероятными траекториями являются кривые вида $f(t) = t^\alpha$, при $0 < \alpha < 1$ (как уже отмечалось, в процессе тестирования лучше всего себя зарекомендовало значение $\alpha = 0.75$) либо описанные в п. II.2 двузвенные ломаные вида:

$$f(t) = \begin{cases} k_3 t, & 0 \leq t \leq t_0 \quad (1 - e \text{ звено}); \\ 1 - k_4(1 - t), & t_0 < t \leq 1 \quad (2 - e \text{ звено}), \end{cases}$$

Если плановый период составляет несколько дней, то наиболее статистически оправданным оказалось предположение, что система движется к

цели равномерно, то есть предполагаемой траекторией является функция $f(t) = t$.

Процесс формирования оптимального портфеля осуществляется на основе выполнения следующих действий:

- a) численного перебора всех возможных (доступных в данный момент) вариантов комплектования портфеля активами;
- b) определения значений V_{min} и V_{max} для каждого такого варианта;
- c) вычисления оценок риска для каждого рассматриваемого варианта комплектования портфеля с учетом выбранной траектории поведения системы;
- d) выбора портфеля с минимумом максимального значения оценки риска неполучения запланированной прибыли в плановом периоде.

III.4 Обзор результатов тестирования представленных алгоритмов

В Приложении 2 приведена таблица, в которой содержатся данные о тестировании разработанного по результатам п. III.1-III.2 нейросетевого комитета на котировках акций Газпрома в период с 15.05.2008 по 29.08.2008.

Первый столбец таблицы содержит дату, во втором столбце приводится цена закрытия акций Газпрома в этот день.

Третий столбец содержит прогноз комитета на поведение котировок акций Газпрома в следующий день (SHORT - прогноз на падение, LONG - на рост).

Четвертый столбец информирует, было ли решение комитета верным (True) или неверным (False).

Можно подсчитать, что на данной тестовой выборке 21 раз комитет прогнозирует рост котировки на следующий день и советует открыть длинную позицию (LONG). Из них правильно предсказано 16 дней (76% случаев). 45 раз комитет прогнозирует падение котировки и советует открыть короткую позицию (SHORT). При этом правильно предсказано 29 дней (64% случаев). Всего тестовая выборка включает 66 дней. Из них 45 дней комитет правильно предсказал поведение котировок (68% случаев).

Эта статистика показывает, что данный комитет рост котировок пока предсказывает более уверенно, чем их падение, поэтому есть направления для его усовершенствования. Однако можно заметить интересный факт: ошибки сети в большей степени связаны с тем, что в летние месяцы 2008 года (особенно в августе) сеть предсказывала падение курса чаще, чем оно случилось на самом деле, и это можно сейчас трактовать как определенный предвестник наступившего в сентябре обвала котировок.

При этом еще стоит отметить, что если пытаться просто случайным образом предсказывать направления движений котировок, то процент совпадений в среднем будет равен 50. Однако статистика сайтов инвестиционных компаний, показывает, что начинающий трейдер в среднем правильно угады-

вает всего лишь 45% изменений котировок, что несопоставимо с числом изменений, верно угаданных комитетом.

На основе прогнозов данного нейросетевого комитета была сформирована торговая система, выставившая акции Газпрома в длинную или короткую позицию, в соответствии с прогнозом комитета.

На рис. 3.10 более темным цветом (выше расположенная ломаная) изображена динамика стоимости портфеля, включавшего одну акцию Газпрома и управляемого этой системой. Более светлым цветом (ниже расположенная ломаная) изображена динамика цены акции Газпрома (она же - динамика стратегии инвестора Buy And Hold, заключающейся в том, чтобы совершить покупку акции в начальный момент и больше не продавать).

Прибыль, полученная торговой системой в указанный период за счет торговли акциями Газпрома, составила 14.5%, тогда как курс самих акций за это время упал на 32.8%.

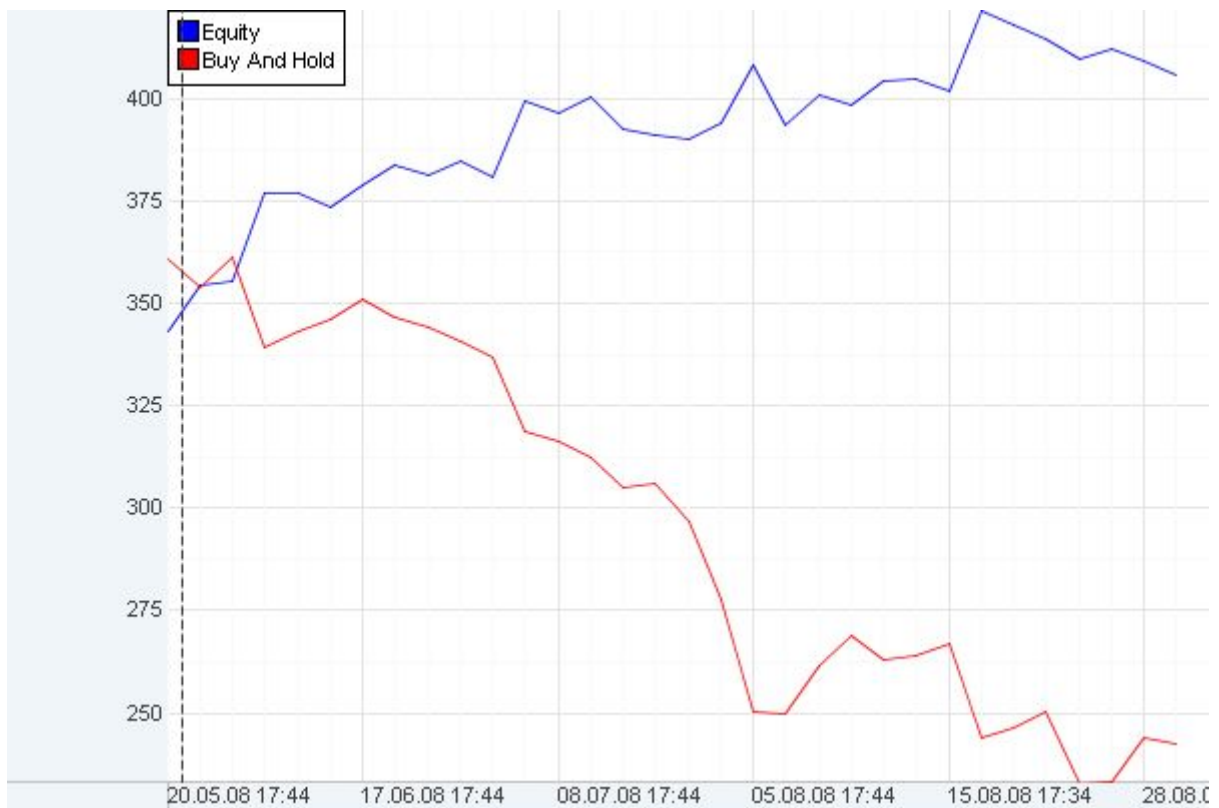


Рис. 3.10. Сравнение прибыли от торговли акциями Газпром с ценой самих акций

Теперь рассмотрим результаты тестирования предсказаний нейросетевым комитетом коридора из максимальной и минимальной цен на примере акций Сбербанка (Рис. 3.11). В ходе тестирования прогнозировались ежедневные максимумы и минимумы котировок акций за период с 01.09.2007 по 06.10.2007

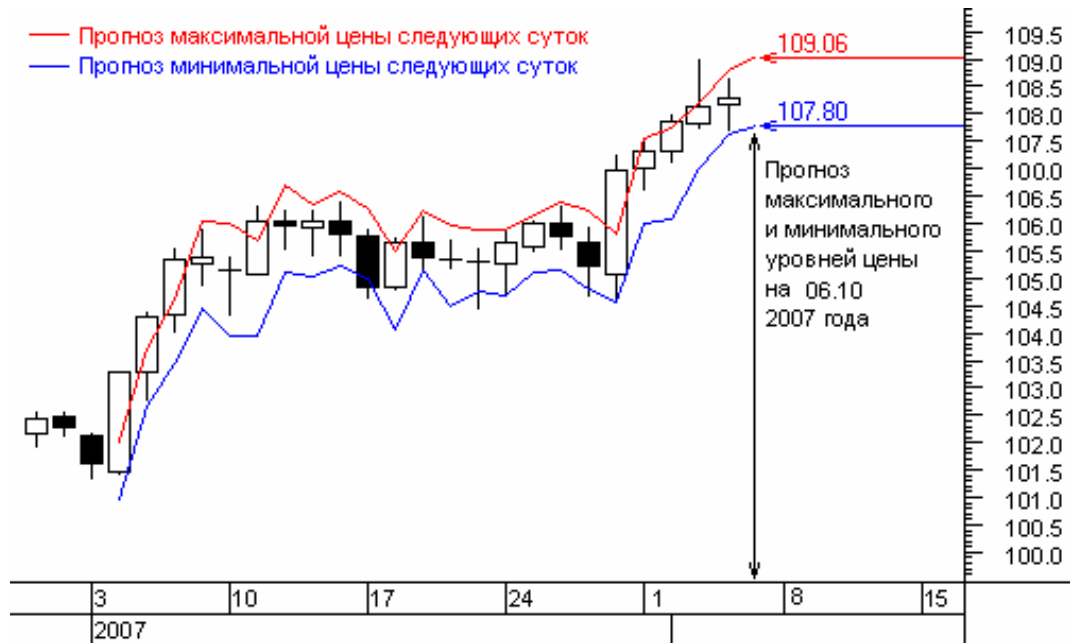


Рис. 3.11. Прогнозирование дневных максимумов и минимумов котировок акций Сбербанка

Как видно из графика, точность прогнозирования минимальной цены оказалась выше точности прогнозирования максимальной цены. Но в целом, качество прогноза можно считать удовлетворительным. Минимальная цена всего 3 раза вышла за границу прогнозного значения из 23 тестовых дней. Максимальная цена 8 из 23 раз оказалась выше прогнозного значения. В 60% случаев верно были предсказаны обе границы коридора.

Заметим, что можно было бы добиться практически 100% попадания будущей цены в коридор предсказанных значений, увеличивая на некоторую величину прогноз максимальной цены и уменьшая прогноз минимальной. Или, например, за основу при определении такого коридора можно было бы взять известный технический индикатор Полосы Боллинджера [34] (что и было сделано в ходе одного из вычислительных экспериментов). На рис.

3.12 приведен пример вычерчивания полос Боллинджера для цен акций того же Сбербанка в 2008 году.



Рис. 3.12. Индикатор Полосы Боллинджера.

Действительно, процент попадания минимальной и максимальной цен в указанный коридор при использовании полос Боллинджера возрастает, но существенно (в несколько раз, и это видно на графиках) снижается точность прогнозирования самих этих максимальных и минимальных значений, а именно они используются при определении оценок риска.

Рассмотрим теперь данные по операциям на ММВБ, осуществленным с помощью торговой системы, формирующей портфель активов согласно описанной в п. III.3 методике совместного применения комитетов нейросетей и D-оценок Руссмана.

На рис. 3.13 приведен график изменения стоимости такого портфеля ценных бумаг (верхняя кривая) в период с 01.06.2006 по 01.03.2007 года в сравнении со стоимостью “индексного” портфеля ММВБ (нижняя кривая) с аналогичным стартовым капиталом и в тот же период. Из приведенного графика видно, что доходность нашего портфеля в указанный период значи-

тельно (более чем в два раза) превышает среднюю рыночную доходность, что подтверждает практическую эффективность применения D-оценок Руссманна и комитетов нейросетей для управления портфелем активов.



Рис. 3.13. График изменения доходности портфеля ценных бумаг в сравнении с изменением индекса ММВБ.

Выводы к главе 3

1. Введение в рассмотрение понятий сложность, противоречивость и повторяемость обучающей выборки для нейронной сети и анализ исходных данных с точки зрения этих понятий позволяет уменьшить время, требуемое для обучения сети на временных рядах приращений котировок акций и существенно повысить качество этого обучения.

2. Использование комитетов нейронных сетей вместо отдельных сетей повышает качество прогнозирования и позволяет преодолеть неопределенности, связанную с требуемым алгоритмами обучения случайным формированием первоначальных значений весовых коэффициентов сетей.

3. Использование нейросетевого прогнозирования коридора прироста каждой акции с целью более точного определения параметров системы в плановом периоде позволяет усовершенствовать представленный в главе II подход к управлению портфелем на основе D-оценок Руссмана и предложить синтетическую методику управления портфелем активов.

4. Разработанная синтетическая методика на примере динамики доходности формируемого с ее помощью портфеля ценных бумаг в сравнении с динамикой индекса ММВБ доказывает свою практическую пригодность для ее использования на финансовом рынке.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе на основе выполненных теоретических и прикладных исследований в области управления портфелем финансовых активов сформулированы следующие выводы:

1. В связи с тем, что в настоящее время российский рынок акций является нестабильным, методики краткосрочного портфельного инвестирования являются пока более востребованными, чем долгосрочные. Однако традиционные подходы к формированию оптимальных портфелей финансовых активов рассчитаны на долгосрочное инвестирование, так как для оценок риска и доходности они используют усредненные по большому промежутку времени характеристики. Поэтому возникает необходимость в разработке подходов к определению оценок риска и доходности портфельных инвестиций для краткосрочных стратегий (а также долгосрочных, но подразумевающих частый пересмотр портфеля)

2. В качестве основы для получения оценок риска могут быть выбраны D-оценки Руссмана, позволяющие трактовать риск как степень угрозы неполучения заявленной доходности в течение инвестиционного периода. Риск при этом становится переменной величиной и зависит от текущей доходности портфеля. С использованием аппарата D-оценок Руссмана управление портфелем ценных бумаг может рассматриваться как процесс достижения цели системой переменной структуры.

3. На основе полученных оценок риска можно сформировать новую краткосрочную стратегию управления инвестиционным портфелем. При этом задача управления портфелем ставится следующим образом: сформировать портфель таким образом, чтобы риск, трактуемый как максимальная степень угрозы неполучения запланированной доходности, при движении системы вдоль некоторой предполагаемой траектории $A = f(t)$ был минимален. Целью управления в данном случае является получение дохода A_{pl} за время t_{pl} .

4. С помощью аппарата D-оценок могут быть выведены формулы оценки

портфельного риска для произвольной непрерывной траектории в плановом периоде. При этом анализ статистических данных позволяет указать наиболее значимые классы траекторий движения системы. Для этих траекторий выводятся конкретные формулы оценки портфельного риска, позволяющие предложить алгоритмы формирования портфеля, приносящего запланированный доход с минимально возможным в плановом периоде риском. Для реализации этих алгоритмов (в частности, оценки параметров системы в плановом периоде) необходим разработанный аппарат прогнозирования коридора значений доходности для каждой акции, которая может быть включена в портфель.

5. Оценки коридора значений доходности портфеля в предстоящем краткосрочном периоде могут быть получены с помощью нейросетевого моделирования, поскольку нейронные сети на сегодняшний день являются одним из самых эффективных инструментов в области краткосрочного прогнозирования. Однако использование нейросетевого подхода требует тщательной подготовки исходных данных, так как от этого зависит итоговое качество прогнозирования. Введение в рассмотрение понятий сложность, противоречивость и повторяемость обучающей выборки для нейронной сети и анализ исходных данных с точки зрения этих понятий позволяет уменьшить время, требуемое для обучения сети на временных рядах приращений котировок акций и повысить качество этого обучения.

6. Использование комитетов нейронных сетей вместо отдельных сетей дает возможность дальнейшего повышения качества прогнозирования и позволяет преодолеть неопределенности, связанные с требуемым алгоритмами обучения нейронных сетей случайным формированием первоначальных значений весовых коэффициентов связей.

7. Использование нейросетевого прогнозирования коридора прироста каждой акции с целью более точного определения параметров системы в плановом периоде позволяет усовершенствовать представленный подход к управлению портфелем на основе D-оценок Руссмана и предложить синтети-

ческую методику управления портфелем активов. Разработанная синтетическая методика на примере динамики доходности формируемого с ее помощью портфеля ценных бумаг в сравнении с динамикой индекса ММВБ доказывает свою практическую пригодность для ее использования на финансовом рынке.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Айвазян С.А. Прикладная статистика и основы эконометрики: Учебник для вузов / С.А Айвазян, В.С. Мхитарян. – М.: ЮНИТИ, 1998. – 1022 с.
2. Бабунашвили М. К. Оперативное управление в организационных системах/ М. К Бабунашвили, М. А. Бермант, И. Б. Руссман // Экономика и математические методы. -1971.- Т.7. №3. -С. 120 –132.
3. Бабунашвили М. К. Контроль и управление в организационных системах/ М. К Бабунашвили, М. А. Бермант, И. Б. Руссман // Экономика и математические методы.- 1969.- Т.5, №2. - С. 480 –492.
4. Балабанов И.Т. Риск-менеджмент/ И.Т. Балабанов. – М.: Финансы и статистика, 1996. – 192 с.
5. Барбаумов В.Е. Финансовые инвестиции: учеб. / Е.В. Барбаумов, И.М. Гладких, А.С. Чуйко. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 544 с.
6. Беляков С.С. О возможности получать прогнозные знания из остаточной нерегулярной компоненты временных рядов с памятью / С.С. Беляков // Проблемы регионального управления, экономики, права и инновационных процессов в образовании: Сборник трудов IV Междунар. науч.-практ. конф.– Таганрог: Изд-во ТИУиЭ, 2004. – С. 21-27.
7. Берколайко М.З. О некоторых методах формирования и управления портфелем активов. Часть 1/ М.З. Берколайко, И.Б. Руссман// "Экономическая наука современной России", РАН.- 2004.- №1.- С. 18-32.
8. Берколайко М.З. О некоторых методах формирования и управления портфелем активов. Часть 2/ М.З. Берколайко, И.Б. Руссман// "Экономическая наука современной России", РАН. – 2004.- №2.- С. 25-36.
9. Берколайко М.З. Использование D–оценок Руссмана для управления портфелем активов/ М.З. Берколайко, И.Л. Каширина, К.Г. Иванова // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. – Воронеж: Воронеж. гос. ун-т, 2008.- №1. – С. 102-110.

10. Берколайко М.З. Трудности в смысле И. Б. Руссмана и оценка надежности управления / М.З. Берколайко, Ю.В. Долгих, К.Г. Иванова // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. – Воронеж: Воронеж. гос. ун-т, 2008. – №2. – С. 78-84.
11. Берколайко М.З. Управление портфелем ценных бумаг, основанное на системном подходе и нейросетевом моделировании / М.З. Берколайко, К.Г. Иванова // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского политехнического университета. – 2008. – №6. – С. 241-245.
12. Боровиков В.П. STATISTICA: искусство анализа данных на компьютере. Для профессионалов / В.П. Боровиков. – СПб.: Питер, 2001. – 656 с.
13. Бэстенс Д.-Э. Нейронные сети и финансовые рынки. Принятие решений в торговых операциях/ Д.-Э. Бэстенс, В.-М. Берг, Д. Вуд - М.: ТВП , 1997.- 235 с.
14. Васин А.С. Стохастические свойства курсов иностранных валют / А.С. Васин // Финансы и кредит. – 2005. – №17(185). – С. 15-26.
15. Вейсвеллер Р. Арбитраж. Возможности и техника операций на финансовых и товарных рынках. Пер с англ. – М.: Церих-ПЭЛ, 1993. – 208 с.
16. Винс Р. Математика управления капиталом. Методы анализа риска для трейдеров и портфельных менеджеров/ Р. Винс - М: Альпина Бизнес Букс, 2007.- 400 с.
17. Винтизенко И.Г. Прогнозирование в моделях экономических систем / И.Г. Винтизенко, И.М. Колесников, М.Г. Шадуев. – Кисловодск: Изд. центр Кисловодского института экономики и права, 2001. – 100 с.
18. Волков М.В. Структура и классификация рынка ценных бумаг. Операции с ценными бумагами в деятельности банков. Управление портфелем ценных бумаг / М.В. Волков // Финансы и кредит. – 2005. – №10(178). – С. 31-40.
19. Воробьев С.Н. Управление рисками в предпринимательстве: монография / С.Н. Воробьев, К.В. Балдин. – М.: Дашков и К, 2006. – 772 с.

20. Воронин В.П. Учет ценных бумаг : учеб. пособие / В.П. Воронин, Н.Г. Сапожникова. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 400 с.
21. Воронцовский А.В. Инвестиции и финансирование: Методы оценки и обоснования. – СПб.: Изд-во С.-Петербург. гос. ун-та, 2003. – 528 с.
22. Воронцовский А.В. Управление рисками: учеб. пособие / А.В. Воронцовский. – СПб.: Изд-во С.-Петербург. гос. ун-та, 2000. – 206 с.
23. Глухов В.В. Финансовый менеджмент: Участники рынка, инструменты, решения / В.В. Глухов, Ю.М. Бахрамов. – СПб.: Специальная литература, 1995. – 430 с.
24. Давнис В.В. Адаптивное прогнозирование: модели и методы: монография / В.В. Давнис. – Воронеж: Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 1997. – 196 с.
25. Давнис В.В. Адаптивные модели: анализ и прогноз в экономических системах / В.В. Давнис, В.И. Тинякова. – Воронеж: Воронежский государственный университет, 2006. – 380 с.
26. Давнис В.В. Прогнозные модели экспертных предпочтений: монография / В.В. Давнис, В.И. Тинякова. – Воронеж: Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2005. – 248 с.
27. Давнис В.В. Управление эффективностью портфеля на основе прогнозных оценок / В. В. Давнис, А.А. Нагин // Экономическое прогнозирование: модели и методы: Материалы Междунар. науч.-практ. конф.– Воронеж: Воронеж гос. ун-т, 2005. – Ч.II. – С. 281-285.
28. Евстигнеев В.Р. Портфельные инвестиции в мире и России: выбор стратегии/ В.Р. Евстигнеев.- М.: Финансы и статистика 2002.- 304 с.
29. Едророва В.Н. Учет и анализ финансовых активов: акции, облигации, векселя / В.Н. Едророва, Е.А. Мизиковский. – М.: Финансы и статистика, 1995. – 267 с.
30. Ежов А.А. Нейрокомпьютинг и его применения в экономике и бизнесе/ А.А. Ежов, С.А. Шумский. - М.: МИФИ, 1998. – 224 с.
31. Занг В.Б. Синергетическая экономика. Время и переменны в нелинейной экономической теории / В.Б. Занг. – М.: Мир, 1999. – 335 с.

32. Иванова К.Г. Анализ некоторых закономерностей временных рядов на рынке ценных бумаг / К.Г. Иванова // Экономическое прогнозирование: модели и методы: материалы IV междунар. науч.-практ. конф. / под ред. проф. В.В. Давниса – Воронеж: Воронеж. гос. ун-т, 2008. – С. 49-53.
33. Каширина И.Л. Прогнозирование финансовых рынков с использованием искусственных нейронных сетей /И.Л. Каширина, К.Г. Иванова // Системное моделирование социально-экономических процессов: труды 30-й междунар. науч. школы-семинара. – Воронеж: Воронеж. гос. ун-т, 2007. – Ч. II. – С. 51-56.
34. Каширина И.Л. Методы повышения качества обучения нейронных сетей в задачах прогнозирования / И.Л. Каширина, К.Г. Иванова // Системы управления и информационные технологии. – 2007. – №4. – С. 31-36.
35. Каширина И.Л. Управление портфелем ценных бумаг с использованием нейросетевого комитета / И.Л. Каширина, К.Г. Иванова // Системное моделирование социально-экономических процессов: труды 31-й междунар. науч. школы-семинара.– Воронеж: Воронеж. гос. ун-т, 2008. – Ч. III. – С. 131-135.
36. Клапко А.О. Математическое моделирование и прогнозирование цен на фондовом рынке: автореф. дис. канд. экон. наук / А.О. Клапко – Москва, 2005. – 24 с.
37. Ковалев В.В. Финансовый анализ: Управление капиталом. Выбор инвестиций. Анализ отчетности/ В.В. Ковалев – М.: Финансы и статистика, 1995. – 432 с.
38. Концевая Н.В. О методах определения «длины памяти» рынка и пути их использования для оптимизации торговых систем на валютном рынке / Н.В. Концевая // Экономическое прогнозирование: модели и методы: Материалы Междунар. науч.-практ. конф. – Воронеж: Воронеж. гос. ун-т, 2006. – Ч. 2. – С. 22-29.

39. Костина Н.И. Финансовое прогнозирование в экономических системах: учеб. пособие / Н.И. Костина, А.А. Алексеев. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. – 285 с.
40. Крисилов В. А. Предварительная оценка качества обучающей выборки для нейронных сетей в задачах прогнозирования временных рядов / В. А. Крисилов, Р. А. Тарасенко// Тр. Одес. Политехн. Ун-та. Одесса, 2001. - Вып.1. С.90-96.
41. Кричевский М. Л. Интеллектуальные методы в менеджменте / М.Л. Кричевский. – СПб.: Питер, 2005. – 304 с.
42. Кузнецова Л.Г. Экскурс в теорию блужданий и ее использование для оценки стоимости финансовых активов / Л.Г. Кузнецова // Финансы и кредит. – 2005. – №28(196). – С. 67-71.
43. Лиховидов В.Н. Фундаментальный анализ мировых валютных рынков: методы прогнозирования и принятия решений / В.Н. Лиховидов - г. Владивосток.: Forexclub, 1999. - 234 с.
44. Лукашин Ю.П. Статистические методы изучения фондового рынка / Ю.П. Лукашин // Вопросы статистики. – 1995. – №7. – С. 14-21.
45. Ляшенко В.И. Фондовые индексы и рейтинги / В.И. Ляшенко. – Д.: Сталкер, 1998. – 320 с.
46. Магнус Я.Р. Эконометрика: Учеб. / Я.Р. Магнус, П.К. Катышев, А.А. Пересецкий. – М.: Дело, 2004. – 576 с.
47. Маккей Ч. Наиболее распространенные заблуждения и безумства толпы / Ч. Маккей. – М.: Альпина Паблишер, 2003, - 844 с.
48. Маковецкий М.Ю. Роль рынка ценных бумаг в инвестиционном обеспечении экономического роста / М.Ю. Маковецкий. – Финансы и кредит. – 2004. – №19(157). – С. 11-24.
49. Маковецкий М. Ю. Использование финансовых инструментов рынка ценных бумаг в инвестиционном процессе / М.Ю. Маковецкий. – Финансы и кредит. – 2005. – №31(199). – С. 19-37; №32 (200). – С. 14-24; №33 (201). – С. 53-63.

50. Малюгин В.И. Рынок ценных бумаг: Количественные методы анализа: Учеб.пособие/ В.И. Малюгин – М.: Дело, 2003. – 320с.
51. Меньшиков И.С. Финансовый анализ ценных бумаг: Курс лекций/ И.С. Меньшиков – М.:Финансы и статистика, 1998. – 360 с.
52. Миркин Я.М. Ценные бумаги и фондовый рынок / Я.М. Миркин. – М.: Перспектива, 1995. – 532 с.
53. Миркин Я.М. Рынок ценных бумаг России: воздействие фундаментальных факторов, прогноз и политика развития / Я.М. Миркин. – М.: Альпина Паблишер. – 2002. – 624 с.
54. Мэрфи Дж. Технический анализ фьючерсных рынков: теория и практика / Дж. Мэрфи. – М.: Сокол, 1996. – 592с.
55. Найман Э.Л. Путь к финансовой свободе: Профессиональный подход к трейдингу и инвестициям / Э. Л. Найман. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2004. – 480 с.
56. Найман Э.Л. Треjder – инвестор / Э.Л. Найман. - Киев.: ВИРА-Р, 2000. – 640 с.
57. Нименя И.Н. Эконометрика. / И.Н. Нименя– Спб.: Издательский Дом «Нева», 2003 – 224с.]
58. Перепелица В.А. Математическое моделирование экономических и социально-экологических рисков: монография / В.А. Перепелица, Е.В. Попова. – Ростов н/Д.: Изд-во Рост. ун-та, 2001. – 126 с.
59. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. – М.: Мир, 2000. – 333 с.
60. Поляков В.В. Мировой рынок: вопросы прогнозирования / В.В. Поляков. – М.: КНОРУС, 2004. – 240 с.
61. Рынок ценных бумаг и его финансовые институты: учеб. пособие / Под ред. В.С. Торкановского. – СПб.: АО «Комплект», 1994. – 421 с.
62. Руссман И.Б. Непрерывный контроль процесса достижения цели/И.Б. Руссман, А.А. Гайдай//Управление большими системами: Сб. трудов института проблем управления РАН.- Выпуск 7, 2004.- с. 106-113.

63. Рэдхэд К. Управление финансовыми рисками/ К. Рэдхэд, С.Хьюс. – М.: ИНФРА-М, 1996. – 288 с.
64. Сорнетте Д. Как предсказывать крахи финансовых рынков: критические события в комплексных финансовых системах / Д. Сорнетте. – М.: Интернет-трейдинг, 2003. – 400 с.
65. Срагович В.Г. Теория адаптивных систем / В.Г. Срагович. – М.: Наука, 1976. – 320 с.
66. Суржко А.В. О развитии рынка ценных бумаг в России / А.В. Суржко // Финансы и кредит. – 2005. – №14(82). – С. 55-57.
67. Твардовский В. В. Секреты биржевой торговли: торговля акциями на фондовых биржах / В.В. Твардовский, С.В. Паршиков. – М.: Альпина Бизнес-Букс, 2004. – 368 с.
68. Тюрин Ю.Н. Статистический анализ данных на компьютере / Ю.Н. Тюрин. А.А. Макаров. - М.: ИНФА-М, 1998. – 528 с.
69. Уоссермен Ф. Нейрокомпьютерная техника: Теория и практика/ Ф. Уоссермен. – Перевод на русский язык Ю. А. Зуев, В. А. Точенов. – М.: Мир, 1992.-296 с.
70. Уотшем Т.Дж. Количественные методы в финансах: учеб. пособие для вузов / Т. Дж. Уотшем, К. Паррамоу. – М.: Финансы, ЮНИТИ, 1999. – 527 с.
71. Хаертфельдер М. Фундаментальный и технический анализ рынка ценных бумаг / М. Хаертфельдер, Е. Лозовская, Е. Хануш. – СПб.: Питер, 2005. – 352 с.
72. Хакен Г. Синергетика. Иерархия неустойчивости в самоорганизующихся системах и устройствах: Пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 423 с.
73. Хорн Дж. К. Ван. Основы управления финансами / Дж. К. Ван. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 800 с.
74. Царегородцев В.Г. Предобработка обучающей выборки, выборочная константа Липшица и свойства обученных нейронных сетей // Материа-

- лы X Всеросс. семина. "Нейроинформатика и ее приложения", Красноярск, 2002. 185с. . С.146-150.
75. Шарп У. Инвестиции / У. Шарп, Г. Александер, Дж. Бейли. – М.: ИНФРА-М, 2006. – XII, 1028 с.
76. Швагер Дж. Технический анализ. Полный курс / Дж. Швагер. – М.: Альпина Паблишер, 2001. – 768 с.
77. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Том I: Факты. Модели / А.Н. Ширяев. - М., ФАЗИС, 1998
78. Шоломицкий А.Г. Теория риска. Выбор при неопределенности и моделирование риска: учеб. / А.Г. Шоломицкий; Гос. ун-т – Высшая школа экономики. – М.: ГУ ВШЕ, 2005. – 400 с.
79. Эконометрика : учеб. / Под ред. И.И. Елисейевой. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 576 с.
80. Яновский Л.П. О некоторых новых индикаторах - осцилляторах технического анализа финансовых временных рядов / Л.П. Яновский, Д.А. Филатов // Математические и инструментальные методы экономики: Сб. научных трудов. Вып. 1. /Под ред. д.т.н., проф. Матвеева М.Г. – Воронеж: 2004: - с.36-43.
81. Яновский Л.П. Оценка степени детерминированности временных рядов валют и курсов акций на российском финансовом рынке / Л.П. Яновский, Д.А. Филатов // Экономическое прогнозирование: модели и методы 2004 г. Материалы Всероссийской научно-практической конференции. 18-19 марта 2004 г. 2 часть. Под редакцией проф. В.В. Давниса – Воронеж: ВГУ, 2004: -с.228-232.
82. Янукян М.Г. Современные тенденции развития международного рынка ценных бумаг / М.Г. Янукян // Финансы и кредит. – 2005. – №5(173). – С. 52-57.
83. Baillie R.T. Fractionally Integrate GARCH / R.T. Baillie, T. Bollerslev, H.-O Mikkelsen // Journal of Econometrics. 1996. V. 74. №1.

84. Black F. The Pricing of Options and Corporate Liabilities / F. Black, M. Scholes // *Journal of Political Economy*. – 1973. – Vol. 81 – Pp. 637-654.
85. Callan E. A Theory of Social Imitation / E. Callan, D. Shapiro // *Physics Today*. 27, 1974.
86. Cambell J. Y. and other. The Econometric of Financial Markets / J. Y. Cambell. – New Jersey: Princeton. University, 1997.
87. Cootner P. The Random Character of stock Market Prices. Cambridge: MIT Press, 1964 b.
88. Dacorogna M.M., Muller U.A. Moment Condition for the HAR_{CH}(k) Models. Preprint. Zurich: “Olsen & Associates”, May 30, 1995.
89. Devaney R.L. An Introduction to Chaotic Dynamical Systems / R.L. Devaney. – Redwood City.: Addison-Wisley Publishing Company, 1989.
90. Engle R. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation / R. Engle // *Econometrica*. – 1982. – № 50. – Pp. 987-1007.
91. Engle R. Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The “ARCH-M Model”/ R. Engle, D. Lilien, R. Robins // *Econometrica*. – 1987. – № 55.
92. Engle R. Modelling the Persistence of Conditional Variances / R. Engle, T. Bollerslev // *Econometric Reviews*. – 1986. – № 5.
93. Fama, E.F and Roll, R. Some properties of symmetric Stable Distributios // *Journal of the American Statistical Associations* 63, 1968.
94. Hurst H. E. Long-term Storage of Reservoirs / H.E. Hurst // *Transactions of the American Society of Civil Engineers*. 116, 1951.
95. Kendeall M.G. The analysis of economic time-series. Part I. Prices // *Journal of the Royal Statistical Society*. 1953. V. 96. P.11-25.
96. LeBaron B. A Fast Algorithm for the BDS Statistic // *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*. ЯНВАРЬ 1997. Vol. 2. No. 2. P. 53-59.
97. Mandelbrot B. The Variation of Certain Speculative Prices / B. Mandelbrot. – Cambridge: MIT Press, 1964.

98. Markowitz H.M. Portfolio Selection / H.M. Markowitz // Journal of Finance. – 1952.– Vol. 7, №1. – Pp. 77-91.
99. Markowitz H.M. Mean-variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Market / H.M. Markowitz. – Oxford; N.Y.: Blackwell, 1987. – 387 p.
100. Markowitz H.M. Portfolio Selection. Efficient Diversification of Investments / H.M. Markowitz. – Oxford; N.Y.: Blackwell, 1991. – 384 p.
101. Mossin J. Equilibrium in a Capital Asset Markets / J. Mossin // Econometrica. October 1966. – Pp. 768-783.
102. Nelson D.B. Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns / D.B. Nelson // Econometrica. – 1991. – V. 59. – Pp. 347-370.
103. Osborn M. Brownian Motion in the Stock Market / M. Osborn // The concepts, Cognition. 9, 1981.
104. Pindyck R.S. Econometric Models and Economic Forecasts / R.S. Pindyck, D.L. Rubinfeld. – McGraw-Hill, Inc. 1999.
105. Ragnar F. Editorial // Econometrica, 1:1, January 1933, p.2.
106. Roberts H.V. Stock-market «patterns» and financial analysis: Methodological suggestions // Journal of Finance. 1959. V. 14. P. 1-10.
107. Roll R. A Critique of Asset Pricing Theory's Tests / R. Roll // Journal of Finance and Economics. March 1977. – Pp. 129-176.
108. Ross S. A. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing / S.A. Ross // Journal of Economy Theory. – 1976. – Vol. 13, №3. – Pp. 343-362.
109. Ross Sh.M. An Elementary Introduction to Mathematical Finance: Options and Other Topics / Sh. M. Ross. – Cambridge University Press, 2003. – 253 p.
110. Ruelle D., Takens F. On the nature of turbulence. Comm. Math. Phys. 20, 167 (1971).
111. Samuelson P.A. Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly // Industrial Management Review, v.6, - 1965
112. Shanken J. On the Estimation of Beta-pricing Models / J. Shanken // Review Financial Studies . – 1992. – Vol. 5, №1. – Pp. 1-33.

113. Sharpe W.F. A Simplified Model for Portfolio Analysis / W.F. Sharpe // *Management Science*. – 1963. – Vol. 9, №2. – Pp. 277-293.
114. Sharpe W.F. Capital Asset Price: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk / W.F. Sharpe // *Journal of Finance* – 1964. – Vol. 19, №3. – Pp. 425-442.
115. Shephard N. Statistical Aspects of ARCH and Stochastic Volatility / N. Shephard. – In *Time Series Models in Econometrics, Finance and Other Fields*. L.: Chapman&Hall, 1996. – Pp. 1-67.
116. Sornette D., Johansen A., and Bouchaud, J. –P (1996). Stock market crashes, precursors and replicas, *Journal de Physique I, France* 6, 167-175.
117. Sterge A.J. On the Distribution of Financial Futures Price Changes / A.J. Sterge // *Financial Analysts Journal*. May/June 1989.
118. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence. In: *Dynamical Systems and Turbulence*. Lecture Notes in Mathematics, edited by D.A.Rand L.S.Young. Heidelberg: Springer-Verlag, 366-381 (1981).
119. Tobin J. Liquidity Preferences as a Behavior Toward Risk / J. Tobin // *Review Economic Studies*. – 1958. – Vol. 25, №6. – Pp. 65-68.
120. Tobin J. The Theory of Portfolio Selection / J. Tobin // *Theory of Interest Rates* / Ed. by F.H. Hahn, F.P.R. Brechling. – London: MacMillan, 1965. – Pp. 3-51.
121. Turner A.L. An Analysis of Stock Market Volatility / A.L. Turner, E.J. Weigel // *Russel Research Commentaries*, Frank Russel Company, Tacoma, WA, 1990.
122. Vaga T. The Coherent Market Hypothesis / T. Vaga // *Financial Analysts Journal*. – December/January, 1991.
123. Weidlich W. The Statistical Description of Polarization Phenomena in Society, *British Journal of Math. Statist. Psychology* 24, 1971. Pp. 251-266.

АЛГОРИТМЫ ОБУЧЕНИЯ БАЗОВЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ, СОСТАВЛЯЮЩИХ КОМИТЕТ НЕЙРОЭКСПЕРТОВ

Сеть обратного распространения

Нейронная сеть обратного распространения (или многослойный персептрон, как ее еще называют) состоит из нескольких слоев нейронов, причем каждый нейрон предыдущего слоя связан с каждым нейроном последующего слоя. В большинстве практических приложений оказывается достаточно рассмотрения двухслойной нейронной сети, имеющей входной (скрытый) слой нейронов и выходной слой (рис 1).

Матрицу весовых коэффициентов от входов к скрытому слою обозначим W , а матрицу весов, соединяющих скрытый и выходной слой, - как V . Для индексов примем следующие обозначения: входы будем нумеровать только индексом i , элементы скрытого слоя - индексом j , а выходы, соответственно, индексом k . Число входов сети равно n , число нейронов в скрытом слое - m , число нейронов в выходном слое - p . Пусть сеть обучается на выборке (X^t, D^t) , $t = \overline{1, T}$.

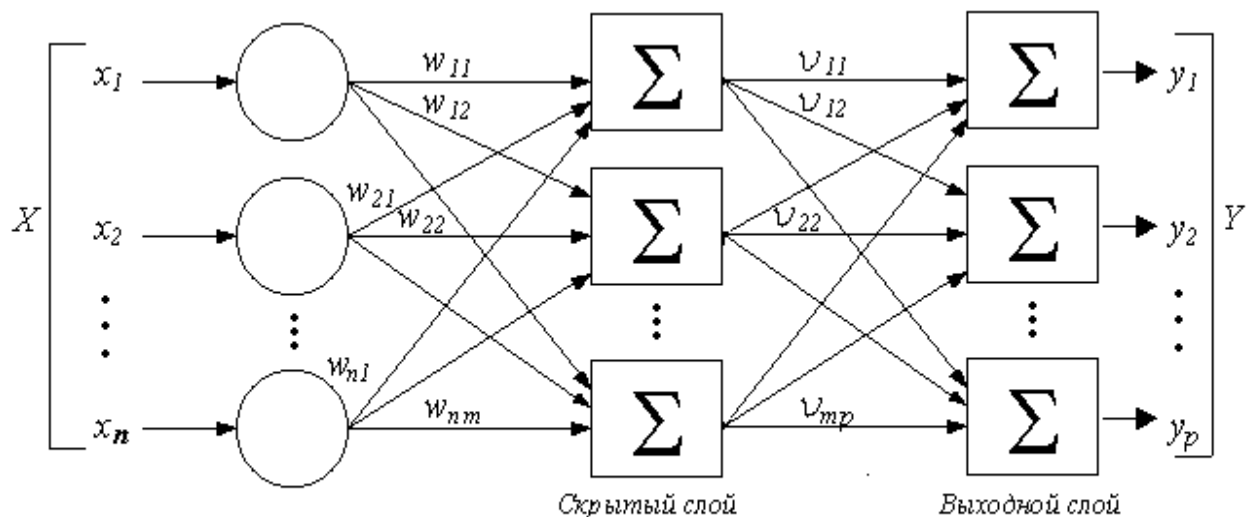


Рис. 1. Нейронная сеть обратного распространения

При обучении нейронной сети ставится задача минимизации целевой функции ошибки, которая находится по методу наименьших квадратов:

$$E(W, V) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p (y_k - d_k)^2,$$

где y_k – полученное реальное значение k -го выхода нейросети при подаче на нее одного из входных образов обучающей выборки; d_k – требуемое (целевое) значение k -го выхода для этого образа.

Обучение нейросети производится известным оптимизационным методом градиентного спуска.

В качестве активационной функции в сети обратного распространения обычно используется логистическая функция $f(s) = \frac{1}{1 + e^{-s}}$, где s – взвешенная сумма входов нейрона.

Алгоритм обучения сети обратного распространения ошибки

Шаг 1. Инициализация сети.

Весовым коэффициентам присваиваются малые случайные значения, например, из диапазона $(-0.3, 0.3)$; задаются ε -параметр точности обучения, α – параметр скорости обучения (как правило ≈ 0.1 и может еще уменьшаться в процессе обучения), N_{\max} – максимально допустимое число итераций.

Шаг 2. Вычисление текущего выходного сигнала.

На вход сети подается один из образов обучающей выборки и определяются значения выходов всех нейронов нейросети.

Шаг 3. Настройка синаптических весов.

Рассчитать изменение весов для выходного слоя нейронной сети по формулам

$$v_{jk}^{N+1} = v_{jk}^N - \alpha \frac{\partial E}{\partial v_{jk}}, \text{ где } \frac{\partial E}{\partial v_{jk}} = \delta_k y_j^c, \delta_k = (y_k - d_k) y_k (1 - y_k).$$

Рассчитать изменение весов для скрытого слоя по формулам

$$w_{ij}^{N+1} = w_{ij}^N - \alpha \frac{\partial E}{\partial w_{ij}}, \text{ где } \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \left(\sum_{k=1}^p \delta_k v_{jk}^{N+1} \right) y_j^c (1 - y_j^c) x_i$$

Шаг 4. Шаги 2-3 повторяются для всех обучающих векторов. Обучение завершается по достижении для каждого из обучающих образов значения

функции ошибки, не превосходящего ε или после максимально допустимого числа итераций.

Замечание 1. Количество входов и выходов сети, как правило, диктуется условиями задачи, а размер скрытого слоя находят экспериментально. Обычно число нейронов в нем составляет 30-50% от числа входов. В [6] получена приближенная оценка $m \sim \sqrt{T/n}$, где T – объем обучающей выборки, n – число входов сети. Слишком большое количество нейронов скрытого слоя приводит к тому, что сеть теряет способность к обобщению (она просто досконально запоминает элементы обучающей выборки). Если число нейронов в скрытом слое слишком мало, сеть оказывается просто не в состоянии обучиться.

Замечание 2. В результате слишком близкой подгонки может возникнуть проблема **переобучения**. Если данные в обучающей выборке содержали шумы, то в результате переобучения сеть запоминает эти шумы и утрачивает способность к обобщению. Для контроля за переобучением сети вся доступная исходная выборка должна быть разделена на два множества – обучающее ($\approx 75\%$ данных) и тестовое ($\approx 25\%$ данных). При этом обучение прекращается в момент, когда ошибка на тестовом множестве перестает убывать (даже если ошибка на обучающем множестве продолжает понижаться).

Модификации алгоритма обратного распространения

Модификации алгоритма обратного распространения связаны с использованием различных функций ошибки, других активационных функций, различных процедур определения направления и величины шага.

Если значения выходов большинства нейронов задолго до окончания обучения становятся близки к асимптотическим значениям функции активации (для логистической функции это 0 и 1), то возникает так называемый **паралич** сети. Производная функции активации в этом случае близка к 0 и весовые коэффициенты практически перестают изменяться. В итоге обучение становится неприемлемо медленным. Простейшим усовершенствованием метода градиентного спуска является введение т. н. **момента**, когда влияние

градиента на изменение весов накапливается со временем:

$$w_{ij}^{N+1} = w_{ij}^N + \Delta w_{ij}^N, \text{ где } \Delta w_{ij}^N = -\alpha \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} + \mu \Delta w_{ij}^{N-1}$$

В этом случае эффективный темп обучения увеличивается, причем существенно, если момент $\mu \cong 1$.

Дополнительное преимущество от введения момента - появляющаяся у алгоритма способность преодолевать мелкие локальные минимумы. Правда, недостатком данного метода является введение еще одного глобального настроечного параметра

Еще одной удачной модификацией обучения является **алгоритм RPROP**, в котором каждый вес имеет свой адаптивно настраиваемый темп обучения. RPROP использует лишь знаки частных производных по каждому весу, а не их значения:

$$w_{ij}^{N+1} = w_{ij}^N + \Delta w_{ij}^N \text{ где } \Delta w_{ij}^N = \begin{cases} \eta^+ \Delta w_{ij}^{N-1}, & \frac{\partial E^N}{\partial w_{ij}} \frac{\partial E^{N-1}}{\partial w_{ij}} > 0 \\ \eta^- \Delta w_{ij}^{N-1}, & \frac{\partial E^N}{\partial w_{ij}} \frac{\partial E^{N-1}}{\partial w_{ij}} < 0 \end{cases}$$

Если знак производной по данному весу изменил направление, значит предыдущее значение шага по данной координате было слишком велико, и алгоритм уменьшает его в $\eta^- \leq 1$ раз. В противном случае шаг увеличивается в $\eta^+ > 1$ раз для ускорения обучения вдали от минимума. Рекомендованные значения $\eta^- = 0.5$, $\eta^+ = 1.2$.

Рекуррентная сеть Эльмана

Многослойные рекуррентные сети представляют собой развитие однонаправленных сетей персептронного типа за счет добавления в них соответствующих обратных связей. Обратная связь может исходить либо из выходного, либо из скрытого слоя нейронов. В каждом контуре такой связи присутствует элемент единичной задержки, благодаря которому поток сигналов может считаться однонаправленным (выходной сигнал предыдущего временно-

го цикла рассматривается как априори заданный, который просто увеличивает размерность входного вектора сети). Представленная подобным образом рекуррентная сеть, с учетом способа формирования выходного сигнала, функционирует как однонаправленная персептронная сеть. Тем не менее, алгоритм обучения такой сети, адаптирующий значения синаптических весов, является более сложным из-за зависимости сигналов в момент времени t от их значений в предыдущие моменты и соответственно из-за более громоздкой формулы для расчета вектора градиента.

Рекуррентная сеть Эльмана естественным образом предназначена для моделирования временных рядов.

Сеть Эльмана характеризуется частичной рекуррентностью в форме обратной связи между скрытым и входным слоем, реализуемой с помощью единичных элементов запаздывания z . Обобщенная структура этой сети представлена на рис. 2.

Каждый скрытый нейрон имеет свой аналог в контекстном слое, образующем совместно с внешними входами сети входной слой. Выходной слой состоит из нейронов, однонаправленно связанных только с нейронами скрытого слоя, подобно сети RMLP. Обозначим внутренний вектор возбуждения сети x (в его состав входит также единичный сигнал поляризации), состояния скрытых нейронов - $v \in R^K$, а выходные сигналы сети - $y \in R^M$. При таких обозначениях входной вектор сети в момент t имеет форму

$$X(k) = [x_0(k), x_1(k), \dots, x_N(k), v_1(k-1), v_2(k-1), \dots, v_K(k-1)].$$

Веса синаптических связей первого (скрытого) слоя сети обозначим $w_{ij}^{(1)}$, а второго (выходного) слоя - $w_{ij}^{(2)}$. Если взвешенную сумму i -го нейрона скрытого слоя обозначить u_i , а его выходной сигнал - v_i , то

$$u_i(k) = \sum_{j=0}^{N+K} w_{ij}^{(1)} x_j(k),$$
$$v_i(k) = f_1(u_i(k)).$$

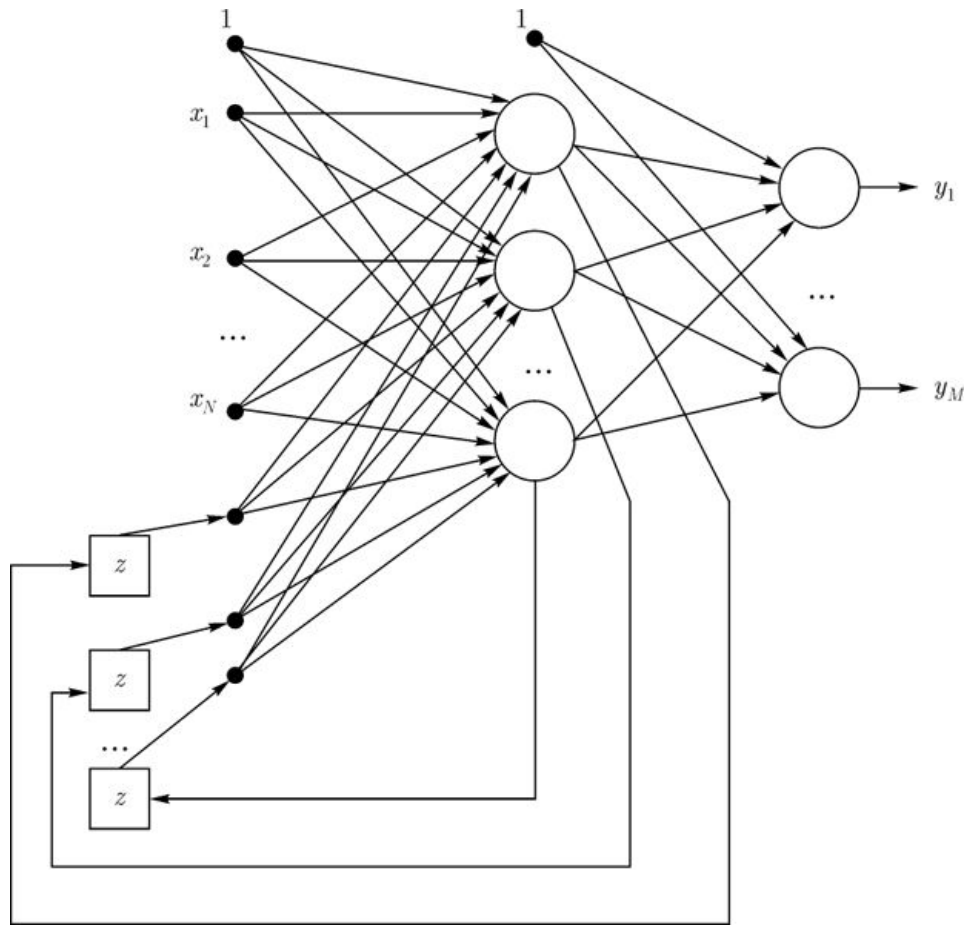


Рис. 2. Структура сети Эльмана

Веса $w_{ij}^{(1)}$ образуют матрицу $W^{(1)}$ синаптических связей скрытого слоя, а $f_1(u_i)$ - функция активации i -го нейрона этого слоя. Аналогично можно обозначить взвешенную сумму i -го нейрона выходного слоя g_i , а соответствующий ему выходной сигнал сети - y_i . Эти сигналы описываются формулами

$$g_i(k) = \sum_{j=0}^K w_{ij}^{(2)} v_j(k),$$
$$y_i(k) = f_2(g_i(k)).$$

В свою очередь, веса $w_{ij}^{(2)}$ образуют матрицу $W^{(2)}$, описывающую синаптические связи нейронов выходного слоя; $f_2(g_i)$ - функция активации i -го нейрона выходного слоя.

Несмотря на всю сложность структуры связей, обучение сети Эльмана проводится, примерно, по той же схеме, что и для многослойного персептро-

на. Основным отличием является, то что обучающая выборка теперь состоит не из отдельных образов, а из их последовательностей. Коротко опишем этот алгоритм.

Итак, пускай у нас есть обучающая выборка: $\{X^\alpha, Y^\alpha\}$; $\alpha = 1, 2, \dots, p$, где p - число элементов в последовательности. p - может быть фиксированным для всех последовательностей в обучающей выборке, а может и зависеть от α .

Алгоритм обучения сети Эльмана

Шаг 1. Придадим весам случайные значения.

Шаг 2. Возьмём некоторую последовательность $\{X_n^\alpha, Y_n^\alpha\}$ из обучающей выборки.

Шаг 3. Для пары образов $\{X_1^\alpha, Y_1^\alpha\}$, проведём коррекцию весов с помощью алгоритма обратного распространения ошибки, считая задержку пустой (нулевой сигнал), заполнив все элементы задержки, согласно конкретной архитектуре связей.

Шаг 4. Далее будем проводить коррекцию весов алгоритмом обратного распространения ошибки последовательно для всех остальных пар последовательности, каждый раз учитывая сигнал на задержке и заполняя её заново.

Шаг 5. Очистив задержку повторим шаги 1-3 для последовательностей в обучающей выборке, пока суммарная ошибка не станет достаточно мала.

Следует заметить, что обучение сходится медленнее и для качественного функционирования рекурсивной сети требуется, в общем случае, большее количество нейронов, чем для обычной. Однако эти недостатки перекрываются множеством достоинств:

- Способность обрабатывать последовательности образов, учитывая связь между элементами последовательности.
- Высокая способность к обобщению, как показано в [43] она выше даже чем у обычного многослойного персептрона.

Самоорганизующаяся карта Кохонена

Карта Кохонена (Self-Organizing Maps, SOM) имеет единственный выходной слой нейронов, расположенных в форме двумерной сетки (рис.3).

Путем обучения можно добиться того, что положение нейрона в выходном слое будет взаимосвязано с положением прототипов в многомерном пространстве входов сети: близким нейронам будут соответствовать близкие значения входов. Такая сеть формирует топологическую структуру, в которой похожие входные векторы образуют группы образов, близко находящиеся на топологической карте. Тем самым, появляется возможность строить топографические карты чрезвычайно полезные для визуализации многомерной информации.

Определим меру близости (соседства) нейронов на карте. Обозначим через d_{jk} расстояние на карте между нейронами с номерами j и k . Определим это расстояние следующим образом. Пусть нейрон j расположен в ячейке карты с индексами (i,l) , а нейрон k в ячейке (s,r) . Тогда $d_{jk} = \max\{|i - s|, |l - r|\}$.

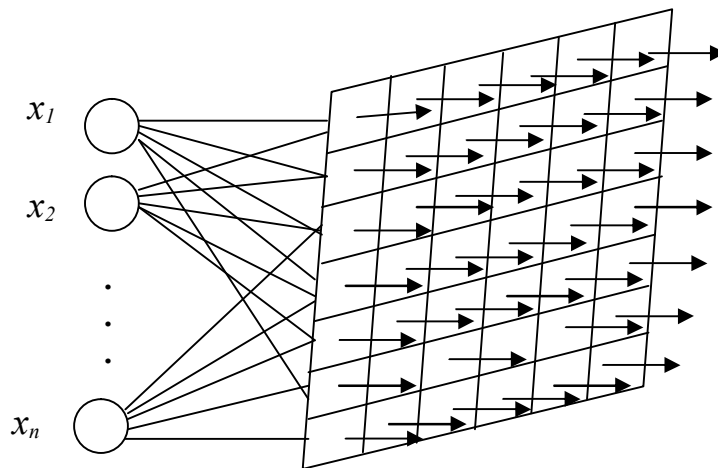


Рис. 3. Карта Кохонена. Каждая ячейка сетки представляет собой нейрон.

Рассмотрим пример, изображенный на рис. 4. В этом случае нейрон k расположен в ячейке $(3,5)$, а нейрон j в ячейке $(7,2)$. Расстояние между ними $d_{jk} = \max\{4,3\} = 4$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2								
3					<i>k</i>			
4								
5								
6								

7		j					
8							

Рис. 4. Расстояние между нейронами на карте Кохонена

Введем теперь функцию соседства нейронов $h(d_{jk})$, которая равна единице для самого нейрона (то есть при $j=k$) и убывает с увеличением расстояния между нейронами. В качестве функции соседства можно использовать функцию Гаусса, выбрав начальное значение $\sigma > 1$:

$$h(d_{jk}) = \exp(-d_{jk}^2 / \sigma^2).$$

Для выходного нейрона-победителя k , как и для остальных нейронов j векторы весов обновляются по правилу:

$$w_{ij}^{N+1} = w_{ij}^N + \alpha_N h(d_{jk})(x_i - w_{ij}^N), \quad j = \overline{1, m}$$

При этом, если $d_{jk} > 2\sigma$, то, при использовании функции Гаусса, $h(d_{jk}) \approx 0$, поэтому фактически будут меняться веса только тех нейронов, которые входят в зону соседства нейрона k (определяемую текущим значением σ). Радиус взаимодействия нейронов σ постепенно уменьшается в процессе обучения до значения, меньшего 0.5, так что на конечной стадии обучения мы возвращаемся к базовому правилу адаптации весов только нейрона-победителя.

Алгоритм обучения карты Кохонена

Шаг 1. Инициализация сети.

Весовым коэффициентам сети $w_{ij}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$ присваиваются начальные случайные значения. Задаются значения α_0 - начальная темп обучения и $\sigma_0 > 1$ - радиус первоначальной зоны соседства нейронов.

Шаг 2. Предъявление сети нового входного сигнала X .

Шаг 3. Вычисление расстояния от входа X до всех нейронов сети:

$$D_j = \sum_{i=1}^n (x_i - w_{ij}^N)^2, \quad j = \overline{1, m}$$

Шаг 4. Выбор нейрона $k, 1 \leq k \leq m$ с наименьшим расстоянием D_k (отне-

сение входного вектора X в кластер k).

Шаг 5. Настройка весов нейрона k и всех остальных нейронов карты:

$$w_{ij}^{N+1} = w_{ij}^N + \alpha_N h(d_{jk})(x_i - w_{ij}^N), \quad i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$$

Шаг 6. Уменьшение значений α_N, σ_N .

Шаг 7. Шаги 2-6 повторяются до тех пор, пока не стабилизируется распределение обучающих векторов по кластерам.

Замечание. Размер карты (количество нейронов в ней) зависит от объема обучающей выборки. Чаще всего используются карты размером от 225 (15×15) до 900 (30×30) нейронов.

Полученную карту можно использовать как средство визуализации при анализе данных. В результате обучения карта Кохонена классифицирует входные примеры на кластеры (группы схожих образов) и отображает многомерные входные данные на плоскости нейронов. Имея такое представление данных, можно визуально определить наличие или отсутствие взаимосвязи во входных данных.

Удобным инструментом визуализации данных является раскраска топографических карт, аналогично тому, как это делают на обычных географических картах. Каждый признак данных порождает свою раскраску ячеек карты - по величине среднего значения этого признака у данных, попавших в данный кластер. Собрав воедино карты всех интересующих нас признаков, получим топографический атлас, дающий интегральное представление о структуре многомерных данных.

Приложение 2

РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТИРОВАНИЯ НЕЙРОСЕТЕВОГО КОМИТЕТА

Date	Close	Decision	Correct
15.05.2008	352.25	SHORT	False
16.05.2008	365.26	SHORT	False
19.05.2008	367.40	SHORT	True
21.05.2008	365.06	SHORT	True
22.05.2008	356.95	SHORT	False
23.05.2008	363.57	SHORT	True

26.05.2008	360.50	SHORT	True
27.05.2008	353.97	LONG	True
28.05.2008	355.37	LONG	True
29.05.2008	361.00	SHORT	True
30.05.2008	360.09	SHORT	True
02.06.2008	356.00	SHORT	True
03.06.2008	354.12	SHORT	True
04.06.2008	342.50	SHORT	True
05.06.2008	340.77	SHORT	False
06.06.2008	345.30	SHORT	True
07.06.2008	336.14	SHORT	False
09.06.2008	339.10	LONG	True
10.06.2008	339.70	LONG	True
11.06.2008	343.00	SHORT	False
16.06.2008	346.00	LONG	True
17.06.2008	351.10	SHORT	False
18.06.2008	351.30	SHORT	True
19.06.2008	350.65	SHORT	True
20.06.2008	346.51	LONG	True
23.06.2008	348.07	SHORT	True
24.06.2008	338.20	SHORT	False
25.06.2008	340.55	LONG	True
26.06.2008	336.90	SHORT	False
27.06.2008	341.98	SHORT	True
30.06.2008	341.00	SHORT	True
01.07.2008	327.01	SHORT	True
02.07.2008	323.81	SHORT	True
03.07.2008	322.15	SHORT	True
04.07.2008	318.70	SHORT	True
07.07.2008	318.70	LONG	False
08.07.2008	316.09	SHORT	True
09.07.2008	312.40	LONG	False
10.07.2008	311.74	LONG	True
11.07.2008	305.10	SHORT	False
14.07.2008	313.69	SHORT	True
15.07.2008	305.00	SHORT	False
16.07.2008	306.02	LONG	True
17.07.2008	311.65	LONG	False
29.07.2008	273.00	LONG	True

30.07.2008	279.10	LONG	False
31.07.2008	277.89	SHORT	True
01.08.2008	273.22	SHORT	True
04.08.2008	263.40	SHORT	True
05.08.2008	250.30	LONG	False
07.08.2008	256.85	SHORT	True
08.08.2008	243.40	SHORT	False
11.08.2008	261.68	LONG	True
12.08.2008	269.00	SHORT	True
13.08.2008	263.21	LONG	True
14.08.2008	263.84	SHORT	False
15.08.2008	267.15	SHORT	True
18.08.2008	261.98	SHORT	True
19.08.2008	243.88	LONG	True
20.08.2008	246.25	SHORT	False
25.08.2008	231.39	LONG	True
26.08.2008	232.49	LONG	True
27.08.2008	233.21	SHORT	False
28.08.2008	241.99	LONG	True
29.08.2008	242.34	SHORT	False

LONG (комитет советует открыть длинную позицию) - 21 день. Правильно предсказано -16 дней (76% случаев)

SHORT (комитет советует открыть короткую позицию) - 45 дней. Правильно предсказано -29 дней (64% случаев)

Всего - 66 дней. Правильно– 45 дней (68% случаев)