АОНО ВПО «Институт менеджмента, маркетинга и финансов»

На правах рукописи

Владыкин Сергей Николаевич

ПОРТФЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И КРАТКОСРОЧНЫЕ ИНВЕСТИЦИОННЫЕ СТРАТЕГИИ НА ФРАКТАЛЬНОМ ФОНДОВОМ РЫНКЕ РФ

специальность 08.00.13 – Математические и инструментальные методы экономики

Диссертация
на соискание ученой степени
кандидата экономических наук

Научный руководитель
доктор экономических наук, профессор
Яновский Леонид Петрович;

Воронеж – 2010

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3
ГЛАВА 1. ПРОБЛЕМЫ И ИСТОРИЧЕСКИЙ ОБЗОР ТЕОРИИ ФИНАНСОВОГО ИНВЕСТИРОВАНИЯ 9
1.1. Проблемные вопросы современной теории финансовых рынков 9
1.2 Фундаментальный и технический анализ финансовых рынков 15
1.3. Теория эффективных рынков 23
1.4. Статистические законы на фондовом рынке 32
ГЛАВА 2. ТЕОРИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПОРТФЕЛЕЙ ФИНАНСОВЫХ АКТИВОВ 43
2.1. Теория оптимального портфеля Тобина-Марковица 43
2.2. Портфельный анализ с учетом инвестиционного горизонта 48
2.3 Портфели с оптимальным темпом роста капитала 51
2.4. Портфели с оптимальным горизонтом инвестирования и транзакционные издержки 54
2.5. Расчеты оптимальных портфелей на российском фондовом рынке 58
2.6. Обобщенные портфели из квазипортфелей с различными периодами реинвестирования 61
2.7. Глобальный алгоритм поиска весовых коэффициентов оптимальных портфелей на основе метода стохастического лучевого поиска с эмуляцией «отжига» 65
2.7. Модель оценки финансовых активов (Capital Assets Pricing Model) 74
2.8. Arbitrage Pricing Theory- арбитражная теория оценивания 80
2.9. Векторный аналог теории CAPM. Коэффициенты Шарпа для инструментов с фиксированным горизонтом инвестирования 82
2.10. Средневзвешенный темп роста стоимости капитала (Weighted Average Rate of Growth of Capital, WARGC) 85
2.11. О связи между выбором стратегии рефинансирования портфеля и степенью уклонения от риска инвестора 86
ГЛАВА 3. КРАТКОСРОЧНЫЕ СТРАТЕГИИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ РЫНКА 98
3.1. Роль методов нелинейной динамики в прогнозировании случайных процессов с детерминированной компонентой 98
3.2. Оценка долговременной памяти у временных рядов на основе исследования поведения дисперсии ряда 108
3.3. Методология расчета локальных Гельдеровых экспонент и анализ их флуктуаций в предкризисный период 114
3.4. О пределах и возможностях прогнозирования временных рядов в естественных науках, природе и экономике 118
3.5. Механические торговые стратегии на основе оценки вероятности состояний скрытых Марковских цепей 120
ЗАКЛЮЧЕНИЕ 130
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК 131
ПРИЛОЖЕНИЕ 151

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Как известно, российскому рынку ценных бумаг присущи следующие особенности: неликвидность значительной доли ценных бумаг, доминирующее влияние игровых спекулятивных операций, резкое изменение тенденций, отсутствие зависимости стоимости акций от финансовых результатов эмитента, информационная непрозрачность, доминирующее значение политических и макроэкономических факторов, большая волатильность. Все это вызывает большие трудности для оценки и прогнозирования значений рыночных показателей и усложняет применение долгосрочных инвестиционных стратегий. Вследствие чего наиболее популярна сейчас активная стратегия управления портфелем, которая сводится к частому пересмотру портфеля в поисках финансовых инструментов, неверно оцененных рынком, и торговле ими с целью получить более высокую доходность. Однако такой подход трудно соотнести с традиционными способами построения оптимального рыночного портфеля, которые, в силу использования в своей основе средних значений доходности, рассчитаны на долгосрочные инвестиции (пассивную стратегию управления портфелем). В связи с этим возникает необходимость в разработке стратегий для краткосрочных портфельных инвестиций, по возможности свободных от предположений о рыночной эффективности, которая в последнее время очевидным образом нарушается.

В теоретическом плане остается много вопросов по исследованию влияния трансакционных издержек на результаты инвестирования.

Отметим, что особую роль в современной экономической науке, равно как и практической деятельности, играет проблематика рисков. Вопросы идентификации, систематизации, анализа, количественной оценки и управления рисками занимают важное место как на уровне теоретической литературы и научных исследований, так и в системе реальной экономики. Объективная реальность развития рынка свидетельствует о том, что на данном этапе требуются новые подходы к формированию портфеля ценных бумаг, новые способы оценки рыночного риска в условиях текущей сверх-рискованности российского рынка акций и невозможности долгосрочного и среднесрочного прогнозирования тенденций фондового рынка.

Степень разработанности проблемы. Начало исследований в области моделей портфельного инвестирования было положено Г. Марковицем в 1952 году. В настоящее время развитие теории оптимального портфеля продолжается. Значительный вклад в исследование рынка ценных бумаг внесли, прежде всего, лауреаты Нобелевских премий (Дж. Тобин, Г. Марковиц, У.Ф. Шарп, М. Шоулс, Р. Ингл), а также ряд других зарубежных (Г. Дж. Александер, Дж. В. Бейли, Г. Дженкинс, Дж. Линтнер, Д. Мерфи, Дж. Моссин, Д. Нельсон, С. Росси др.) и отечественных (Л.О. Бабешко, А.В. Воронцовский, В.В. Давнис, В.Н. Едронова, Ю.П. Лукашин, Я.М. Миркин, А.О. Недосекин, Л. П. Яновский, Е.М. Четыркин и др.) ученых.

Большое внимание проблематике рисков портфельного инвестирования также уделялось в работах К. Рэдхэда, С. Хьюса, И.Т. Балабанова, В.Р. Евстигнеева. Влияние трансакционных издержек на результаты портфельного инвестирования в теоретическом аспекте изучалось в недавней монографии Ю.Кабанова и М.Сафариана. Г.А. Агасандян и Ф.И. Ерешко рассмотрели случай многопериодных портфелей и локально-оптимальные стратегии в задаче управления портфелем ценных бумаг в динамике.

Однако, как уже отмечалось, эти работы, в основном, касаются оценок риска долгосрочного портфельного инвестирования, тогда как современные рыночные реалии требуют аппарата для получения оценок риска в кратко-срочных стратегиях

Предметом исследования в настоящей работе являются теоретические и прикладные задачи формирования портфеля ценных бумаг с оптимальным горизонтом инвестирования, математический аппарат теории CAPM для мониторинга рыночной доходности активов, теоретические основы построения краткосрочных стратегий прогноза динамики рыночного индекса.

Объектом исследования избраны– динамика базовых активов торгуемых на биржах РТС , ММВБ, FORTS.

Цели и задачи диссертационной работы. Целью данного исследования является выявление эмпирических закономерностей динамики индекса российского фондового рынка и развитие математического аппарата формирования оптимального портфеля ценных бумаг для стратегий долгосрочного инвестирования с применением нового критерия оценки устойчивости портфеля, а также построение на основе выявленных закономерностей краткосрочной торговой стратегии с использованием фьючерса индекса РТС.

Для **реализации** поставленной цели в диссертационной работе были поставлены и решены следующие задачи:

1) изучены современные подходы к формированию портфеля ценных бумаг на основе теории фрактального рынка;

2) методика глобальной оптимизации экстремальных задач с ограничениями на основе стохастического лучевого поиска оптимального решения методом эмуляции «отжига» распространена на задачи поиска оптимальных весов инвестиционного портфеля;

2) на основе новых показателей устойчивости роста стоимости портфеля разработаны оптимальные портфели с учетом стратегии рефинансирования и выбора инвестиционного горизонта;

4) осуществлено тестирование программной реализации алгоритмов формирования портфеля ценных бумаг и торговых стратегий;

5) разработан векторный вариант известной CAPM модели финансового рынка учитывающий инвестиционный горизонт и степень уклонения от риска инвестора.

6) проведен анализ возможных состояний (анализ «русел» и «джокеров») для временного ряда индекса РТС, и на основе проведенного исследования

предложена краткосрочная стратегия работы на рынке FORTS фьючерсами на индекс РТС.

Область исследования. Диссертационная работа выполнена в рамках п.1.6. «Математический анализ и моделирование процессов в финансовом секторе экономики …», паспорта специальности 08.00.13 – «Математические и инструментальные методы экономики».

Теоретическую и методологическую основу исследования составили современная теория финансовых рынков, а также последние достижения в области математического моделирования. В процессе работы над диссертацией использовались труды отечественных и зарубежных ученых в области построения моделей портфельного инвестирования, инвестиционного менеджмента, применения метода стохастических направлений решения экстремальных задач с ограничениями к анализу фондовых рынков.

Информационно-эмпирическую базу исследования составили материалы научной периодической печати, архивы котировок цен акций и индексов, расположенные на официальных сайтах ЗАО Финам (www.finam.ru) и Российской Торговой Системы (www.rts.ru). Обработка данных проводилась на ПЭВМ с использованием пакетов статистического анализа данных, оригинальных программ на языке JAVA, тестирование представленных методик осуществлялось с помощью программного обеспечения, используемого в деятельности ООО «Инвестиционная палата».

Научная новизна заключается в разработке подхода к управлению портфелем ценных бумаг, отличающегося от существующих тем, что портфельный анализ проводится с учетом нового критерия доходность- риск, на учете склонности инвестора к риску, с учетом горизонта инвестирования и числа реинветирований капитала портфеля.

Научную новизну содержат следующие результаты диссертационного исследования:

— разработана методика формирования портфеля ценных бумаг, обеспечивающая применение стратегий инвестирования с учетом числа реинвестирований капитала и горизонта инвестирования; рассчитаны по новой методике оптимальные портфели для инструментов российского фондового рынка;
— предложены различные варианты нового двупараметрического критерия доходность–устойчивость для оценки качества портфельных стратегий, в рамках которого, в частности, доходность связывается с не со средней доходностью, а с темпом роста капитала портфеля, а оценка устойчивости основана на величине расхождения между средней арифметической и средней геометрической доходностью портфеля;
— исследована связь между стратегией реинвестирования портфеля и склонностью инвестора к риску, путем построения риск-нейтральных и риск-уклоняющихся функций полезности для стратегии Марковица, стратегии «купил и держи», модели Мертона – Самуэльсона;
— предложен векторный аналог известной модели CAPM, построеный на основе оценки связи темпа роста доходности актива с темпом роста доходности рыночного индекса с учетом числа реинвестирований в актив на протяжении заданного инвестиционного горизонта;
— построена скрытая Марковская цепь состояний, свойства которой позволили создать работоспособную стратегию краткосрочного прогнозирования рыночного индекса, опираясь на эмпирические свидетельства о том, что индекс РТС обладает значительной детерминированной компонентой;
— предложен и реализован для расчета весов оптимального портфеля алгоритм стохастического лучевого поиска, с эмуляцией «отжига», поиска глобального решения экстремальной задачи с ограничениями. Данный алгоритм ранее применялся в теории финансов для расчета коэффициентов нейросетевых моделей.

Практическая значимость исследования заключается в том, что сформулированные выводы и предложения, разработанные модели и алгоритмы могут быть использованы финансовыми учреждениями, частными инвесторами, разработчиками информационно-аналитических систем, другими субъектами рынка ценных бумаг в качестве инструментария для получения дополнительной информации, способствующей повышению степени обоснованности инвестиционных решений.

Апробация результатов работы. Основные результаты исследования докладывались и обсуждались на: семинарах и научных сессиях экономического факультета Воронежского государственного университета; Основные результаты исследования докладывались и обсуждались на: семинарах и научных сессиях Института Менеджмента, Маркетинга и Финансов; I международной научно-практической Интернет-конференции «Анализ, моделирование и прогнозирование экономических процессов» (Волгоград, 2009), 32-й Международной школе-семинаре «Системное моделирование социально-экономических процессов» (Вологда, 2009); V и VI Международной научно-практической конференции «Экономическое прогнозирование: модели и методы» (Воронеж, 2009-2010).

Внедрение результатов исследования. Предложенные методы, модели и программы прошли успешную верификацию на реальных временных рядах российского фондового рынка. Отдельные результаты диссертационного исследования нашли применение в практической деятельности компании ЗАО «ОТ-ОЙЛ» и частных инвесторов. Результаты исследований применяются при чтении курсов лекций «Биржевое дело», «Информационные технологии в экономике», «Финансовая математика» в Институте менеджмента, маркетинга и финансов (Воронеж).

Публикации. По теме диссертационного исследования опубликовано 8 работ, в том числе 3 статьи в изданиях, рекомендованных ВАК России ([21 - 23]), и 5 работ в журналах заргистрированных в Роскомнадзоре и сборниках трудов конференций.

ГЛАВА 1. ПРОБЛЕМЫ И ИСТОРИЧЕСКИЙ ОБЗОР ТЕОРИИ ФИНАНСОВОГО ИНВЕСТИРОВАНИЯ

1.1. Проблемные вопросы современной теории финансовых рынков

Современная экономическая теория финансовых рынков вступила в новую фазу своего развития. Это обусловлено несколькими факторами. Во-первых, усложнением и глобализацией мировой экономики. Во-вторых, внедрением в науку математических методов нелинейной динамики. В-третьих, появление новейших компьютерных технологий, сделавших возможным исследование сложных явлений и процессов.

Непредсказуемость рынков капитала, неожиданные скачки цен и непонятные тренды, также внезапные падения, переживаемые экономикой как тяжелые кризисы, – все это предмет исследования ученых-экономистов. Но многие явления еще не поддаются объяснению. Диссертация посвящена применению методов теории сложных систем к теории портфельного инвестирования и решению проблемы краткосрочного прогнозирования нелинейной рыночной динамики.

К настоящему времени исследователям становится ясно, почему ныне господствующая линейная парадигма анализа рынков все более и более становится неадекватной для описания и моделирования быстрых изменений, непредсказуемых скачков, неожиданных качественных проявлений и сложных взаимодействий отдельных составляющих современного мирового рыночного процесса.

Рудд и Клэссинг (Rudd, Classing, [193]) подтверждают сверхприбыли, полученные от нерыночных факторов, на своей шестифакторной модели риска BARRA E1. По этой модели, основанной на CAPM, было найдено, что четыре источника нерыночного риска (рыночная вариабельность, низкая оценка стоимости и неуспех, незрелость и малость, финансовый риск) заключают в себе возможность значительных нерыночных прибылей. Эти факторы прибыли, говорят Рудд и Клэссинг, «далеки от случайности» и доказывают, что полусильная ЕМН не отражает действительности. Такие аномалии давно наводят на мысль, что линейная парадигма требует изменения, которое приняло бы их в расчет.

Стало известно довольно много свойств финансовых временных рядов подтверждающих неадекватность описания и моделирования этих рядов на основе линейной парадигмы. К таким свойствам можно отнести следующие:

1. Присутствие автокорреляций для временных рядов доходностей для очень малых временных промежутков (до 20 мин на развивающихся рынках и до 5 минут на развитых рынках США и Европы), позволяющие успешно играть на рынке спекулянтам специализирующимся на получении прибыли в промежутке между ценой предложения и спроса (скальперам).

2. Присутствие «тяжелых хвостов» в безусловных распределениях доходности привело к предположению о степенных законах распределений не включающих как частный случай нормальное распределение и устойчивые распределения с бесконечной дисперсией. Одноко точное определение формы таких распределений оказалось довольно трудной задачей, так как параметры оказались зависящими от выбранного временного интервала.

3. Ассиметрия больших потерь и доходов. Можно наблюдать, что после быстрых и больших потерь в стомости акций рынок восстанавливает свою первоначальную стоимость за гораздо больший промежуток времени.

4. Мультифрактальность, отсутствие самоподобия форм распределений**.** Формы распределений на различных временных горизонтах различны, но с увеличением длины временного промежутка форма распределения доходностей приближается к нормальному распределению.

5. Кластеризация волатильности: различные меры волатильности (изменчивости) показывают положительную автокорреляцию , которая ведет к тому, что области с высокой волатильностью образуют временные кластеры длиной в несколько дней.

7. Условно-тяжелые хвосты распределений. Даже после коррекции доходностей с помощью моделей условной гетероскедастичности (моделей типа GARCH) остатки демонстрируют присутствие тяжелых хвостов в распределениях (правде эти хвосты гораздо «тоньше», чем в исходном безусловном распределении доходностей).

8. Медленное степенное, с показателем степени в интервале $\beta \in [0.2,\ 0.4]$, убывание автокорреляций абсолютных приращений, положительных и отрицательных приращений доходностей. Этот факт показывает существование «долговременной памяти» в рядах доходностей.

9. Эффект левериджа. Большинство мер волатильности отрицательно коррелируют с объемами продаж.

10. Ассиметрия временных шкал. Меры волатильности оперирующие с данными на больших прошлых временных интервалах лучше предсказывают будущую волатильность на малых промежутках времени, чем меры волатильности на малых прошлых временных интервалах.

Во многих современных работах обосновывается, почему именно нелинейная парадигма позволяет не только добиться качественно нового уровня понимания современных рыночных процессов, но также постепенно превращает прогнозирование и моделирование экономических показателей и доходностей финансовых инструментов различных секторов рынка из изощренных приложений статистического анализа в сложный, но весьма эффективный вид современного бизнеса.

В начале 1990-ых годов была разработана новая парадигма – «Гипотеза Фрактального Рынка» (FMH), которая создавалась как альтернатива к «Гипотезе Эффективного Рынка» (EMH). FMH придает особое значение влиянию информации и инвестиционным горизонтам в поведении инвесторов.

Основные пять предположений выдвинуты Петерсом [79-80] для FMH:

1) Рынок создают множество индивидуумов с большим количеством различных инвестиционных горизонтов.

Поведение трейдера с однодневным инвестиционным горизонтом радикально отличается от поведения управляющих пенсионного фонда. Для первого инвестиционный горизонт измеряется минутами, а для второго – годами.

2) Информация по разному влияет на различные инвестиционные горизонты.

Для трейдера с однодневным инвестиционным горизонтом первичная деятельность – это торговля. Подобный трейдер будет в большей степени интересоваться информацией, получаемой из технического анализа. Большинство подобных трейдеров имеют короткие инвестиционные горизонты, и для них фундаментальная информация имеет небольшое значение. С другой стороны, большинство фундаментальных аналитиков и экономистов, кто также присутствуют на рынке, имеют длинные инвестиционные горизонты. Они склонны думать, что технические тренды плохо применимы для долгосрочных инвесторов. В структуре FMH оба направления анализа: технический и фундаментальный справедливы, потому что влияние информации в основном зависит от каждого индивидуального инвестиционного горизонта.

3) Основополагающим фактором, влияющим на стабильность рынка, является ликвидность (уравновешивает спрос и предложение). Ликвидность достигается когда рынок состоит из множества инвесторов с множеством различных инвестиционных горизонтов.

Исходя из этого, если поступает информация, определяющая значительное снижение цен для коротких инвестиционных горизонтов, долгосрочные инвесторы будут покупать, так как они не оценили данную информацию так высоко. Когда рынок теряет эту структуру, и инвесторы имеют одинаковые инвестиционные горизонты, тогда рынок становится нестабильным, потому что пропадает ликвидность. Рынок переходит в фазу «свободного падения» – происходит не просто движение цен вниз, а возникают целые «дыры» между ценами ближайших сделок. Подобные явления можно было наблюдать и в момент кризиса 1987 года на фондовом рынке США, когда инвесторы, обескураженные ужесточением монетарной политики Федерального Казначейства, поменяли свои фундаментальные предпочтения выбросив на рынок слишком большое количество акций; и в кризисе 1998 года в России, когда «толпа» инвесторов стала сбрасывать ГКО, после того как с рынка ушли и краткосрочные, и долгосрочные инвесторы вследствие неясности относительно динамики обменного курса рубль/доллар в ближайшей перспективе.

Уход долгосрочных инвесторов приведет к тому, что на рынке определится торговля, базирующаяся на одинаковых информационных установках, преимущественно техническом анализе (или феномен поведения толпы). Обычно, рыночный горизонт становится коротким, когда долгосрочная перспектива становиться неясной (как правило, по политическим причинам). Таким образом, рыночная стабильность определяется диверсификацией (фрактальной структурой) инвестиционных горизонтов участников. Рынок стабилен, потому что различные инвестиционные горизонты оценивают информационный поток по-разному, и может быть обеспечена ликвидность, если произошел крах на одном из многих инвестиционных горизонтов.

4) Цены отражают комбинацию краткосрочного технического анализа и долгосрочной фундаментальной оценки.

Таким образом, в краткосрочной перспективе изменения цен будет более волатильно, чем в долгосрочной перспективе. Определенный тренд на рынке отражает изменения в ожидаемом доходе, базирующимся на изменении экономической ситуации. Краткосрочные тренды в большей степени результат поведения толпы. Нет оснований верить, что краткосрочный тренд отражает долгосрочный экономический тренд.

5) Если риск не связан с экономическим циклом, то не будет существовать долгосрочных трендов. Торговля, ликвидность и информация для короткого инвестиционного горизонта будет доминировать.

Если рынок связан с экономическим ростом в долгосрочной перспективе, то риск будет снижаться постоянно, потому что экономический цикл доминирует. Экономический цикл менее волатилен чем торговая активность, который делает доход в долгосрочной перспективе менее волатильным.

Цель FMH создать модель поведения инвестора и движения рыночных цен, которая соответствует наблюдениям. Когда рынок стабилен, EMH и CAPM работают достаточно хорошо. Но как только наступает паника и обвал рынка, эти модели дают сбой. Это не является неожиданностью, так как EMH, APT и CAPM являются равновесными моделями, они не приспособлены к нестабильным условиям. Нестабильность имеет место, когда рынок теряет свою фрактальную структуру и для всех участников инвестиционные горизонты становятся одинаковые.

На наш взгляд, одной из важнейших задач фундаментальной экономической науки является разработка моделей, максимально близко отражающих реалии современного мира. Если говорить более конкретно о моделях финансовых рынков, то можно заметить, что на данный момент не осталось ни одной классической модели, на которую бы еще не обрушивалась критика, и при этом нет какой-то единой новой модели, которая бы устранила недостатки прошлых моделей. Такая модель могла бы сыграть положительную роль для науки, экономики и финансовой системы, как мировой, так и любой национальной.

Подход к моделированию финансовых рынков, предложенный в данной работе, предполагает использование неоднородного, гетерогенного инвестора как инвестора, который устанавливает цены на рынке. То есть, он олицетворяет собой совокупность различных инвесторов, присутствующих на рынке. А индивидуальные инвесторы по-разному влияют на рынок.

Степень их влияния зависит от того, каким состоянием они обладают, как они относятся к риску, и какова их скорость реакции на внешние события и на рыночные колебания, а также как они оценивают будущие доходности финансовых инструментов, каков у них горизонт инвестирования.

Исследование Тверски (Tversky, [211]) говорит о том, что когда потери приемлемы, люди идут на риск: они больше похожи на азартных игроков, если эта игра не грозит обернуться большими потерями

Таким образом, справедливо предположение Петерса [79], что люди не признают трендов и не реагируют на них до тех пор, пока эти тренды хорошо не установятся. Они не начинают экстраполировать явление в течение некоторого времени его развития. Затем они принимают решение, которое обусловлено накопленной, но до некоторого момента игнорируемой информацией. Такое поведение отличается от предполагаемых действий рационального инвестора, который немедленно использует новую информацию. Утверждение о том, что люди не признают обоснованной информации, если она не совпадает с их прогнозом, в большой мере соответствует человеческой природе, и это согласуется со взглядом Тверски, полагающим, что люди в своих собственных предсказаниях склонны быть слишком самоуверенными.

В связи с этим и возникает основной вопрос построения моделей построения портфеля инвестора – каким образом сформировать сам портфель и стратегию его управления, чтобы показатели и возможности инвестирования, характеризующие индивидуальных инвесторов, были оптимизированы соответственно показателям, характеризующим рынок, соответствовали кластерному характеру реакции различных групп инвесторов на рыночные реалии (в отличие от гипотезы мгновенной реакции рационального инвестора в теории эффективного рынка).

1.2 Фундаментальный и технический анализ финансовых рынков

Традиционно выделяют три основных направления в поисках инструментов для анализа и прогнозирования финансовых активов: это фундаментальный, технический и количественный виды анализа [81]. Начиная с 1920-х и вплоть до середины 1970-х гг. в рыночном анализе доминировали фундаменталисты (последователи фундаментального анализа) и техники (последователи технического анализа). В 1950-е годы к ним добавилась третья группа – сторонников количественного стохастического анализа (последователи Башелье). Один из основателей фундаментального анализа Бенджамин Грехем был также и одним из первых пропагандистом количественного метода. Грехем утверждал, что, анализируя компанию, никогда не следует разговаривать с ее руководством, а сфокусироваться стоит исключительно на числах, так как руководство всегда может убедить аналитика в своей точке зрения.

С развитием компьютерных технологий чистый фундаментальный анализ начал сдавать свои позиции, технический анализ расширяться за счет включения в себя все более изощренных инструментов [54], а количественный стохастический анализ окончательно отделился от фундаментального. Количественники стали покупать и продавать акции исключительно на основании количественного анализа, не обращая внимания на реальный бизнес компании или ее текущую рыночную стоимость (так, инвестиционная компания под управлением Д.Е. Шоу, http://www.deshaw.com, используя сложные алгоритмы отыскания малейших приращений цен на рынке, порой отвечает за целых 50% объема торгов на Нью-йоркской фондовой бирже за день). Рассмотрим данные подходы более подробно.

Фундаментальный анализ. Фундаментальный анализ [44,64,73] основывается на изучении общих экономических условий, состояний отраслей экономики, положении отдельных компаний, чьи ценный бумаги обращаются на рынке. Фундаментальный анализ применяют в основном среднесрочные и долгосрочные инвесторы. Отличительной чертой фундаментального анализа является изучение сущности происходящих на рынке процессов, ориентация на установление глубинных причин изменения экономической ситуации путем выявления сложных взаимосвязей между различными явлениями.

В применении к анализу ценных бумаг можно выделить следующие уровни проведения фундаментального анализа [29].

Первый уровень - анализ состояния экономики в целом. Эта информация помогает выяснить, насколько общая ситуация благоприятна для инвестирования. Макроэкономическая ситуация имеет огромное значение, и неустойчивость на этом уровне может повлиять на ожидаемый доход даже по перспективным активам. К факторам влияющим на макроэкономическую обстановку относятся не только экономические, но и политические и социальные факторы.

С точки зрения экономики, исследователи выделяют ряды макроэкономических индикаторов, воздействие которых оказывает ощутимое влияние на финансовые рынки

Отметим, что для того, чтобы правильно понять смысл изменения экономических индикаторов и оценить их последствия, необходимо учитывать циклический характер экономики [62]. Одно и тоже значение экономического индикатора может иметь разный экономический смысл в зависимости от того, на какой стадии экономического цикла (рецессии, восстановления или подъема) оно наблюдается.

Второй уровень фундаментального анализа – отраслевой анализ. В результате проведения данного анализа инвестор выбирает отрасль, представляющую для него интерес. Ведь даже в условиях мощного экономического подъема инвестирование совсем не в любую отрасль может гарантировать прибыль и позволит избежать потерь.

Третий уровень фундаментального анализа – анализ компаний, в ходе которого изучаются финансово-хозяйственное положение компаний за несколько последних лет, эффективность управления, прогнозируются перспективы развития. Исследователь пытается оценить определить истинную, справедливую стоимость исследуемого актива. Сравнивая такую справедливую стоимость с текущей оценкой рынка (рыночной ценой), делается вывод о переоцененности или недооцененности товара. Основоположниками такого "стоимостного" инвестирования считаются Бенджамин Грехем и Дэвид Додд.

Несмотря на то, что, фундаментальный анализ, является попыткой объективно отразить экономические условия функционирования компаний, отметим, что сама фундаментальная информация часто «нечеткая» и «размытая», и, как следствие, интерпретация такой информации зависит от субъективного мнения человека ее интерпретирующего. Кроме того, те, кто пользуются этим типом инвестирования, основывают свои решения на информации, которая, как правило, уже известна всем основным участникам рынка, а значит, информация может быть уже учтена в цене акций.

Тем не менее, на рынке можно заметить, что компании, имеющие фундаментальные преимущества, в долгосрочном плане имеют рост котировок акций, превосходящий среднерыночную динамику. Если же рынок «упал», то акции именно таких компаний падают медленнее, а при возобновлении роста быстрее остальных возвращаются к своей прежней стоимости. Эти причины указывают на полезность применения фундаментального анализа при оценке финансовых инструментов для долгосрочной работы стратегического инвестора.

Технический анализ. Исторически технический анализ имел два места рождения [90,100]. Более раннее – это феодальная Япония XVII века, где был разработан метод «Росоку но аси» или более просто - «японские свечи». Здесь он применялся для прогноза цен на рисовой бирже. Позже, только в 80-х годах двадцатого века этот метод переживет свое возрождение благодаря С. Нисону, описавшему «японские свечи» в своей книге [76]. Для западного человека предпосылки появления технического анализа появились в 90-х годах XIX века с серии передовиц Чарльза Доу в "Уолл Стрит

Джорнал". Принципы, изложенные Доу [74], пользовались им для анализа индексов. В настоящее время суть этих принципов может быть выражена тремя постулатами технического анализа:

1. Рыночная цена учитывает все. Суть этого утверждения состоит в том, что любые факторы (экономические, политические, психологические и т.д.) уже учтены рынком и включены в цену. Из аналогичного предположения исходит и теория эффективного рынка, где данное утверждение по отношению к этой теории будет подробно рассмотрено. Из первого постулата следует, что единственное, что требуется для прогнозирования – это анализ графика цены финансового актива. Но, как справедливо замечает Э.Найман [75], у этого утверждения есть спорные моменты. Так, существует естественное ограничение информативности и знаний, присущее как отдельному человеку, так и рыночному сообществу в целом. Кроме того, существует обратная связь между рынком и людьми, торгующими на нем. Изменение цены оказывает прямое влияние на поведение трейдеров. Кроме того, существуют примеры того, как отдельные маркетмейкеры, используя свое знание о торговых системах, «двигают» рынком [90]. Поэтому данный постулат является лишь только неким вероятностным допущением и оценкой того, что большую часть информации рынок уже точно оценил.

2. Рынок подчиняется тенденциям. В общем случае под тенденцией понимается зависимость курса финансового актива от времени. Большинство методов технического анализа направлены на выявление тенденции и следование ей в течение всего времени существования последней. Второй постулат отражает тенденциозность, свойственную человеку и предполагает следующие следствия:

- действующий тренд, по всей вероятности, будет развиваться далее, нежели изменит направление;

- действующая тенденция будет развиваться до тех пор, пока не ослабнет.

Выделяют три типа трендов:

- «Бычий тренд» - продолжительное движение цены вверх. Определение "бычий" возникло по аналогии с быком, поднимающим вверх на своих рогах цену;

- «Медвежий тренд»- продолжительное движение цены вниз. Здесь аналогия в том, что медведь вставая на задние лапы, наваливается сверху, подминая передними лапами жертву под себя. «Медведи» своими действиями способствуют движению цены сверху-вниз;

- «Боковой тренд» - точней это даже и не тренд, а просто «боковое движение» без определенного направления, как бы «в бок». Еще такое движение называют «флэт». Это движение цены, являющееся самым сложным периодом для торговли, превалирует по времени (примерно занимает две трети от всего периода времени) и зачастую способствует разорению неопытных трейдеров. Отметим, что на определение тренда и направленно большинство методов технического анализа.

3. Рынок закономерен. Именно это утверждение декларирует целесообразность распознавания паттернов (типичных графических позиций) на графике цены и является необходимым условием не только для технического, но и для статистического анализа. Фактически на этом основаны все экстраполяционные методики прогнозирования будущего. Закономерность в рынок вносит шаблонность действий людей и повторяемость их реакций. Получается, что технический анализ является средством статистической оценки массовой человеческой психологии. Справедливая критика этого постулата связана с тем, что массовое поведение на рынке основано не только на массовой психологии, но и на методах, которыми пользуется сообщество трейдеров, а эти методы в свою очередь достаточно быстро меняются и модифицируются, создаются новые. Тем самым многие паттерны и торговые стратегии перестают приносить доход по прошествии определенного промежутка времени.

Фигурами (или ценовыми моделями) в техническом анализе называются устойчивые комбинации пиков и впадин, появления которых позволяет с определенной долей вероятности предположить о дальнейшем ходе движения и ценовом ориентире этого хода. На сегодняшний день создано несколько тысяч индикаторов, расчеты которых унифицированы на базе похожих компьютерных алгоритмов. По значениям трендовых индикаторов и наклону кривых к оси времени можно судить о силе тренда и его длительности. Существенный недостаток таких индикаторов – в невозможности спрогнозировать дальнейшее развитие рынка на их базе.

Все индикаторы трендового анализа хорошо работают в пределах устойчивого тренда и практически бесполезны во флэте. Как показывает практика [90], на рынке менее 30% времени господствует тенденция, а все остальное время – боковое движение, когда цены двигаются в пределах узкого диапазона. С целью охвата флэта и для успешного существования на нем, был разработан класс индикаторов, называемых осцилляторами. Как следствие, осцилляторы хорошо работают на боковом рынке и плохо во время тренда (подают много ложных сигналов).

В целом, любые индикаторы и осцилляторы являются ничем иным как цифровыми фильтрами, так как они изменяют частотный спектр сигнала в некотором направлении. И техническому аналитику приходится сталкиваться с серьезной проблемой нестационарности временных рядов, и, как следствие, возможностью, что оптимизированные технические инструменты, хорошо работающие в прошлом, могут плохо работать в будущем. Эта нестационарность приводит к тому, что спектр ценовых колебаний одного и того же рынка будет зависеть от времени его вычисления.

При сравнении пользы от фундаментального и технического анализа, отметим, что они различаются в двух ключевых моментах [75]: цели анализа и дальности взгляда. В фундаментальном анализе главной целью является определение истинной, справедливой стоимости исследуемого актива. Сравнивая такую справедливую стоимость с текущей оценкой рынка (рыночной ценой), делается вывод о переоцененности или недооцененности актива.

В техническом анализе главной целью является исследование текущего состояния рынка, определение господствующей тенденции и ключевых ценовых уровней.

При сравнении целей технического и фундаментального анализа видно, что они учитывают в своей работе разные временные горизонты. Первый дает возможность спрогнозировать ближайшее будущее, второй же позволяет заглянуть в далекое. И только в сочетании этих двух взглядов аналитик пробует получить наиболее реальную картину будущего. Из-за разницы временных горизонтов фундаментальный анализ используется, в основном, инвесторам, рассчитывающими на реализацию долгосрочных стратегий, а технический анализ используется игроками, как правило, для краткосрочных и среднесрочных спекуляций.

В диссертации разработана портфельная стратегия инвестирования расчитанная на стратегических инвесторов и опирающаяся на выбор оптимального горизонта инвестирования и частоты реинвестирования, зависящие от степени склонности инвестора к риску и максимизирующая устойчивый темп роста рисковой части капитала.

В важном частном случае нейтральности инвестора к риску получается известная стратегия максимизации средней доходности Гарри Марковица.

В диссертации предлагается также векторный вариант теории CAPM, исследующий рынок ценных бумаг с позиций групп инвесторов с различными горизонтами инвестирования и числа реинвестирований в долгосрочном периоде рискованной части капитала.

Хорошо известно, что осуществлять удачный прогноз цен акций в любой момент времени невозможно, так как рынок в подавляющем большинстве случаев непредсказуем. Этот тезис является основой теории эффективного рынка. Поэтому, во второй части работы предлагается краткосрочная стратегия для спекулятивных игроков, основанная на выявленных устойчивых скрытых Марковских состояниях рынка, позволяющих с определенной вероятностью в некоторые моменты времени получать удовлетворительные краткосрочные прогнозы рыночной динамики.

1.3. Теория эффективных рынков

В 1900 году Луи Башелье была опубликована диссертация «Математическая теория спекуляций» [122]., французского математика, представившего свои тезисы в отделение наук Парижской Академии 29 марта 1900 г. для получения степени доктора математики. Его учителем был Пуанкаре, один из величайших математиков своего времени.

Основная идея работы состоит в том, что, выражаясь современным языком, вероятностные методы математической физики могут быть использованы для анализа динамики рыночных цен, если от самих цен активов перейти к их приращениям [58]. Л. Башелье [106, стр. 46] считал, что цены $S^{(\Delta)} = (S_{k\Delta}^{(\Delta)})$ меняют свои значения в моменты времени t = Δ, 2Δ,…, (где Δ - интервал времени) следующим образом:

$$S_t^{(\Delta)} = S_0 + \xi_\Delta + \xi_{2\Delta} + ... + \xi_{k\Delta}, \qquad (1.1)$$

где $(\xi_{i\Delta})$ - независимые одинаково распределенные случайные величины, принимающие значение $\pm\sigma\sqrt{\Delta}$ с вероятностями ½. Предельным переходом по $\Delta \to 0$ получаем случайный процесс:

$$S_t = S_0 + \sigma \cdot W_t, \ t\geq 0, \qquad (1.2)$$

где характеристикой волатильности выступает σ^2 (дисперсия процесса), $W(t)$ - стандартный винеровский процесс, то есть случайный процесс с начальным значением W_0 и с независимыми на непересекающихся промежутках нормально распределенными приращениями. Башелье определил вероятность ценовых изменений, записав уравнение, которое теперь называется уравнением Чепмена—Колмогорова и описывает винеровский процесс, удовлетворяющий уравнению диффузии (это положение было переоткрыто Эйнштейном в его статье 1905 года о броуновском движении).

В случае наличия локального тренда модель Башелье имеет вид

$$S_t = S_0 + \mu \cdot t + \sigma \cdot W_t,\ t \geq 0, \qquad (1.3)$$

где μ - коэффициент дрейфа тренда.

То есть, в диссертации утверждалось, что рыночные цены являются случайным процессом со стационарными приращениями, что теперь принято называть броуновским движением, или виннеровским процессом (названного так в честь Н. Виннера, построившего данный процесс в 1927 году). Стоит отметить, современниками работа Башелье была проигнорирована и получила должное признание лишь спустя полвека.

Проблема распределения ценовых изменений рассматривалась различными авторами, начиная с 1950 годов., когда математики начали проявлять интерес к моделированию цен на фондовых рынках. Исходное предложение Башелье о гауссовском распределении ценовых изменений было скоро заменено моделью, в которой цены акций имели логнормальное распределение, т. е. следовали геометрическому броуновскому движению.

В 1953 году появилась работа М. Кенделла [159] с которой, можно считать, и начался современный период исследований финансовых характеристик. В то время среди торговцев на финансовом рынке бытовало мнение, что движение цены подвержено неким циклам и ритмам, и только благодаря выявлению этих закономерностей, и возможно движение цен. М.Кенделл хотел изучить эту цикличность в поведении цен акций. Он проанализировал статистические данные цен по двум десяткам акций за период 10 лет с 1928 по 1938 гг. и так и не обнаружил ни ритмов, ни циклов, и более того, поведение цен выглядело так, как если бы «…демон Случая извлекал случайным образом число… и добавлял его к текущему значению для определения цены… в следующий момент». То есть [106, стр. 44], логарифмы цен $S = S_n$ ведут себя как случайное блуждание, и если

$$h_n = \ln \frac{S_n}{S_{n-1}},\ \text{то}\ S_n = S_O e^{H_n}, \quad n \geq 1,$$

где H_n есть сумма независимых случайных величин $h_1, ..., h_n$.

После работ М. Кенделла интерес к изучению динамики финансовых показателей резко увеличился, появлялось все больше работ, содержащих аргументы в пользу гипотезы случайного блуждания [180]. Особенно стоит отметить работы П. Самуэльсона [194], который ввел понятие геометрического броуновского движения (называемое также логарифмическим или экономическим)

$$S_t = S_0 e^{\sigma \cdot W_t + (\mu - \sigma^2 / 2)t}, \qquad (1.4)$$

где t ≥ 0, W_t - стандартное броуновское движение; S_t - цена акции, понимаемое как среднее геометрическое между ценами спроса и предложения.

Работы Самуэльсона устраняли недостаток модели Башелье, в которой цены активов могли принимать отрицательные значения.

Позже, в теории Блэка-Шоулса [126] расчетов стоимости опциона модель рыночных цен как броуновского движения была уже основной, какой она является и для более поздних исследований стохастической финансовой математики.

В результате исследований Башелье и теоретических построений, вытекающих из теорий общего экономического равновесия и теории рациональных ожиданий, появилась гипотеза эффективного рынка (Efficient Market Hypothesis – EMH). Работы, ставшие основой EMH, были собраны Кутнером [133,134] в его труде под названием «Случайный характер цен фондового рынка». В этой книге содержатся логические предпосылки того, что в 60-х годах было формализовано Фамэ как EMH. Говоря об эффективном рынке, Фамэ [146-147] имеет в виду его эффективность относительно имеющейся у участников рынка и относящейся к делу информации (то есть мы имеем дело не с операционной, а с информационной эффективностью рынка).

Теоретики EMH Лори и Гамильтон в своих работах писали, что бесполезно тратить усилия по добыче и анализу любой информации для получения таких доходов. Этим утверждением они «выбили почву из под ног» у профессионального сообщества инвесторов, и не удивительно, что новость о бесполезности фундаментального и технического анализа для прогнозирования рынка это сообщество восприняло не очень дружелюбно.

Однозначное принятие гипотезы эффективного рынка сталкивается, однако, с рядом препятствий. Одно из наиболее известных среди них состоит в наличии аномалий финансового рынка: общепризнанных, но необъяснимых структур в рядах доходностей. Список наиболее часто встречаемых аномалий включает календарные эффекты, такие как “эффект января”, указывающий на более высокие доходности в течение первого месяца по отношению к другим месяцам года, и “эффект выходного дня”, согласно которому во второй половине дня в пятницу и в понедельник утром активы имеют тенденцию продаваться по несколько завышенной цене. Так, «январский эффект», который описывает избыточную доходность акций американских компаний в декабре-январе каждого года, можно объяснить поведением в период уплаты бонусов. Инвесторы, как правило, предпочитают не рисковать в последний месяц бюджетного года и до момента выплаты годового бонуса. Так, финансовый год инвестиционных фондов начинается в ноябре: в течение месяца управляющим фондами выплачивают бонусы за предыдущий год, а в середине декабря они начинают работать на бонус следующего года на фоне недостатка аппетита на риск у маркетмейкеров, чей бонусный период заканчивается в середине января. Вследствие неликвидности рынок акций растет на небольших объемах.

Говоря об искажениях рынка, связанных с мотивацией, необходимо особо отметить нелегальные практики, такие как коррупция и фальсификация отчетности. Но даже если исключить аномалии, связанные с непрозрачностью и прочими особенностями компенсационных схем, следует обратить внимание на то, что, ожидая значительный приток денег от нерациональных источников, рациональные трейдеры часто вместо того чтобы противостоять им, объединяются с ними (momentum trading), желая заработать.

Арбитраж на рынках может быть лимитирован и в силу того, что рациональные трейдеры не могут откорректировать поведение менее опытных и менее рациональных (noise traders — от английского слова noise, означающего шум нерациональных трейдеров.

Другим примером неэффективности, влияющей на рынок в целом, является поведение фонд-менеджеров. Поскольку контракты на управление деньгами заключаются на год, менеджеры не заинтересованы в долгосрочных вложениях, опасаясь краткосрочной волатильности [206].

Можно также упомянуть “эффект размера”, в соответствии с которым небольшие предприятия часто обеспечивают более высокую доходность по отношению к крупным предприятиям. Существует также свидетельство наличия индикаторов недооцененности акций, таких как высокое отношение цена — доходность (*P/E*) и дивидендный выход. Вопрос возможности использования этих аномалий для извлечения сверхнормальной прибыли остается открытым. Трансакционные издержки, а также синхронная попытка других инвесторов использовать те же аномалии, могут помешать достичь желаемого результата. Другой вызов гипотезе эффективного рынка проистекает из изучения психологии поведения, лежащей в основе решений инвесторов и использующих ее для объяснения таких феноменов, как избыточная и недостаточная реакция цен на новую информацию.

Многие исследования подтвердили, например, что такие неточные реакции участников рынка на информацию ведут к возникновению предсказуемости на рынке, что может привести к получению дополнительной доходности. Влияние психологии на рыночную эффективность является в настоящее время одним из направлений активных исследований на финансовом рынке.

Одним из наиболее признанных явлений является феномен толпы, указывающий на возможность длительных отклонений цены финансового актива от его фундаментальной стоимости в результате подражательного поведения экономических агентов. Кроме того, по наблюдению Петерса (1996), можно выделить еще один фактор, ведущий к неточной реакции цен на поступление новой информации, а именно излишнюю уверенность инвесторов в собственных субъективных оценках, которая не является полностью обоснованной имеющейся у них информацией. По этой причине участники рынка могут реагировать на новую информацию не немедленно (вследствие неготовности отказаться от своих предшествующих оценок), а с некоторым запозданием. Таким образом, в качестве альтернативы традиционному представлению, согласно которому все колебания цены актива связаны только с появлением новой неожиданной информации, предлагается подход, делающий упор на психологические особенности поведения участников рынка. В любом случае, очевидно, что традиционная теория финансовых рынков, как и любая экономическая модель, пытается упростить реальность. При этом важно, чтобы такого рода упрощения не препятствовали корректному восприятию картины реального мира в целом. Представляется, однако, что в рассматриваемом случае искажения оказываются достаточно значительными. По меткому замечанию Бернстайна, “колоссальный объем торговли на сегодняшних рынках является важным индикатором того, что эффективность рынка в чистом виде нерелевантна реальному миру инвестиций”. Так, например рынок производных инструментов в десятки раз превышает рынок реальных инвестиционных вложений.

Далее, в самом понятии рыночной эффективности скрывается внутреннее противоречие. Для того чтобы прийти к этому заключению, необходимо сформулировать условия эффективности рынка. Рынки не становятся эффективными автоматически. Эффективность рынка возникает за счет действий инвесторов, осуществляющих торговлю и реализующих методы, направленные на попытку переиграть рынок. Можно перечислить следующие условия, необходимые для устранения неэффективности. Во-первых, неэффективность рынка должна обеспечивать основу для создания метода, позволяющего переиграть рынок и получить дополнительную доходность. Для этого нужно, чтобы актив, являющийся источником неэффективности, торговался, и трансакционные издержки реализации упомянутого выше метода были ниже прибыли, ожидаемой от его реализации. Во-вторых, должны существовать инвесторы, максимизирующие прибыль, которые обнаруживают потенциальную дополнительную доходность и оказываются в состоянии воспроизвести метод, обеспечивающий такую отдачу, а также имеют ресурсы, достаточные для того, чтобы участвовать в торговле данным активом вплоть до устранения неэффективности.

Таким образом, существует внутреннее противоречие, состоящее в утверждении, что возможность переиграть рынок отсутствует, с одной стороны, при одновременном требовании, чтобы инвесторы непрерывно искали пути переигрывания рынка и таким образом делали его эффективным, — с другой. Если бы рынки были эффективными, а инвесторы – рациональными, то инвесторы должны были бы прекратить поиск неэффективности, что привело бы к тому, что рынки вновь потеряли бы свою эффективность. Решение состоит в постулировании того, что агенты ведут себя так, как если бы рынки не были эффективными. Логичным кажется представлять эффективный рынок как самокорректирующийся механизм, где неэффективность периодически возникает, но и быстро исчезает, как только инвесторы ее обнаруживают и используют в торговле. Сейчас поиском признаков неэффективности (возможности арбитража) занимаются уже в большей степени не отдельные трейдеры, а многочисленные торговые роботы, ищущие малейшие арбитражные возможности на финансовых рынках всего мира.

Ранее мы уже упоминали о том, о работах посвященных попыткам определить, являются ли те или иные рынки эффективными, но, как было отмечено Э. Ло, “она <гипотеза эффективного рынка> обезоруживающе проста для постулирования, имеет далеко идущие последствия, как для академических исследований, так и для повседневной деловой практики, и в то же время она оказывается удивительно стойкой к попыткам как подтвердить, так и опровергнуть ее эмпирически". Однако эта констатация не означает, что следует отказаться от любых попыток проверки гипотезы эффективного рынка, напротив, такая проверка является чрезвычайно интересным полем для деятельности всех исследователей в области финансовых рынков.

В течение последних десятилетий XX века теория эффективных рынков подверглась доработке для того, чтобы описать различные ситуации неэффективности. Была разработана общепринятая к настоящему времени система классификации рыночной эффективности, согласно которой насчитывается три формы эффективного состояния рынка, описываемых различными вариантами гипотезы рыночной эффективности в зависимости от вида используемой информации:

- **слабая форма** гипотезы предполагает использование информации полученной в результате исследования изменений цен, объемов торгов, и др. в прошлые периоды. Тот факт, что в течение последних трех дней цена какой-либо акции возрастала, никак не поможет спрогнозировать ее завтрашнюю цену. Если на рынке имеется слабая форма EMH, то не имеет смысла заниматься техническим анализом.

- **умеренная форма** гипотезы предполагает использование всей доступной информация всем участникам рынка: официальная отчетность о финансово-производственном положении компании и перспективах компании, различные фундаментальные экономические индикаторы (значения процентных ставок, обменных курсов, данные ВВП и т.д.). При этом в процессе поиска дополнительной информации участниками рынка, последняя меняет свой статус с конфиденциальной (инсайдерской) на публичную и отражается в ценах.

- **сильная форма** гипотезы предполагает использование всей возможная информация, относящаяся к делу, которая может быть известна (включая инсайдерскую информацию, известную только сотрудникам руководством компании). Сильная форма гипотезы, в отличие от умеренной формы, говорит о том, что рынки являются эффективными не только вследствие проводимого поиска и анализа информации, а вообще, по своей фундаментальной и объективной природе.

Наиболее приемлемой для сообщества инвесторов оказалась умеренная форма гипотезы. Эта форма не исключала полезность поиска информации и получение дополнительной прибыли в течение временного промежутка, когда и конфиденциальная информация постепенно становилась публичной и приводила к благоприятному для информированных заранее инвесторов поведению цены.

Но рядового инвестора, никак не назовешь «хорошо информированным», и, кроме того, он редко оперативно реагирует на поступление новой информации, относящейся к делу (что, как известно, в гипотезе эффективного рынка и является причиной изменения цен). Благодаря этому, EMH привела к появлению и широкому распространению новых финансовых инструментов, зачастую отражающих пассивное управление капиталом, включая и так называемые «индексные фонды». Оптимальной инвестиционной стратегией в условиях эффективного рынка оказывается стратегия «купи и держи». Специфика же работы индексных фондов и состоит в том, что выбирается определенный индекс акций (например, для американского рынка ценных бумаг, это может быть индекс DJI30 или S&P500 и др.), и средства клиентов диверсифицируются в пропорции близкой к пропорции распределения акций в соответствующем индексе.

Ниже, в соответствующем разделе диссертации, мы покажем, что стратегия «купи и держи» при наличии финансовых резервов не является оптимальной.

1.4. Статистические законы на фондовом рынке

В данном параграфе рассматривается теория статистических законов фондового рынка охватывающая распределение доходностей инструментов, объемов торговли и числа совершаемых сделок. Появление этой теории было мотивировано многочисленными эмпирическими подтверждениями о степенном характере законов распределения доходностей инструментов, объемов торговли, числа и размеров совершаемых сделок на различных рынках.

Приведем пример, который показывает, что распределения доходностей значительно отличаются от классических распределений (нормального, принятого за эталон в теории эффективного рынка и распределения Коши, рассматривавшегося на первых порах как альтернатива нормальному). Приведем график нормализованного (в отклонениях σ) распределения доходности индекса SP-500 за период 1996-2003 гг и соответствующие графики нормального и Коши распределений построенные по эмпирическим данным

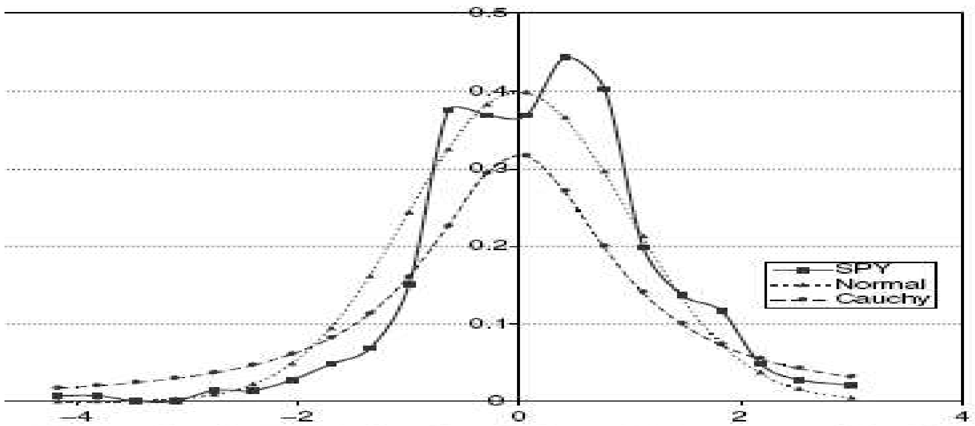

Рис. 1. Графики эмпирического, нормального и Коши распределений построенные по данным доходностей индекса SP-500 за период 1996-2003гг.[203]

1. *Степенные распределения доходностей*. Пусть P_t обозначает цену акции или величину индекса рынка. Определим доходность на временном

интервале Δt как $r_t = \ln(P_t/P_{t-\Delta t})$. Эмпирические исследования[1],) показывают, что кумулятивная функция распределения модулей доходностей $\int_r^{\infty} f(|x|)dx$ для акций 1000 крупнейших компаний США и нескольких индексов основных международных финансовых рынков имеет порядок убывания r^{-3}. Тот же результат справедлив для положительных и отрицательных доходностей в отдельности.

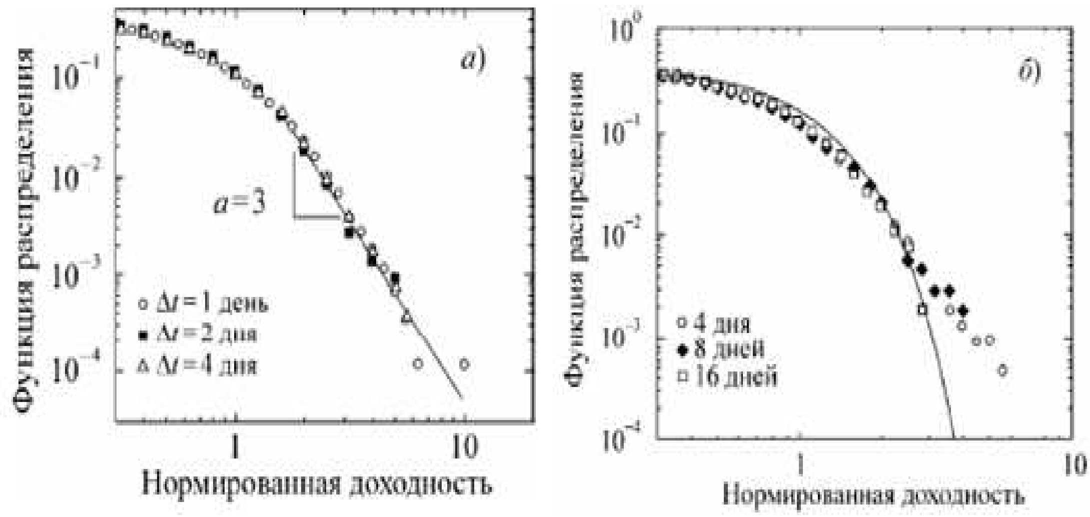

Рис. 2. Распределение доходности индекса SP500 ([69

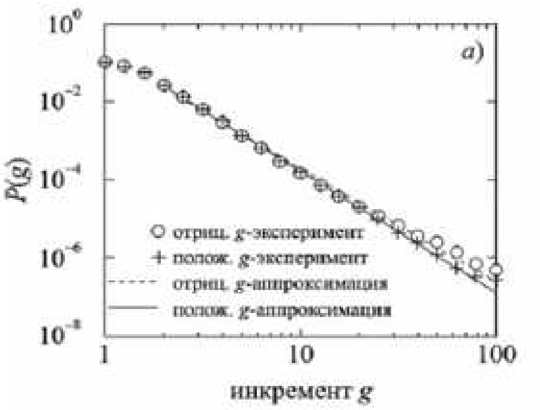

Рис.3.Распределение положительных и отрицательных приращений индекса NYSE, NASDAQ, AMEX [69]

---

[1] Gopikrishnan, Parameswaran, Vasiliki Plerou, Luis Amaral, MartinMeyer, and H. Eugene Stanley, “Scaling of the Distribution of Fluctuations of Financial Market Indices,” Physical Review E, LX (1999), 5305-5316.

На рис. 3 анализировались также базы данных трех главных американских бирж: Нью-Йоркской Фондовой биржи (NYSE), Американской Фондовой биржи (AMEX), и Национальной Ассоциации Дилеров Ценных бумаг с Автоматизированым Предложением (NASDAQ) за полный двухгодичный период с января 1994 по декабрь 1995: всего примерно 40 млн. записей курсов акций [69] .

Имеются достаточно плотные по времени данные по фондовым индексам (РТС), а также по курсам акций – голубых фишек (на ММВБ)

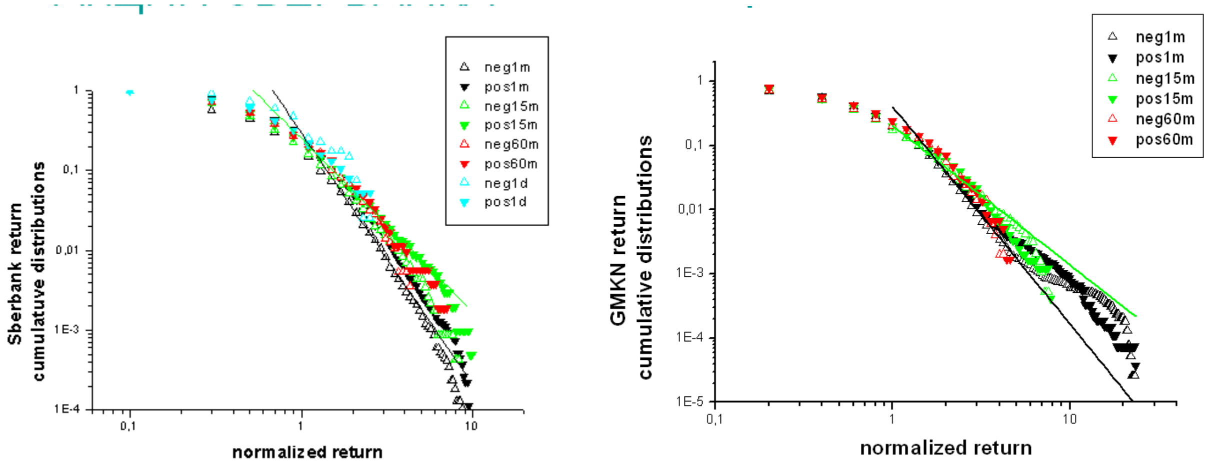

Рис. 4. Распределение доходностей акций Сбербанка и Норникеля

После масштабирования по величине флуктуации все распределения доходностей становятся похожими. Все «хвосты» распределений укладываются в диапазон от $x^{-2.16}$ для положительных 15-мин. доходностей до $x^{-3.33}$для отрицательных 1-мин доходностей. Однако при больших временных промежутках Δt можно отметить приближение распределения к гауссовому

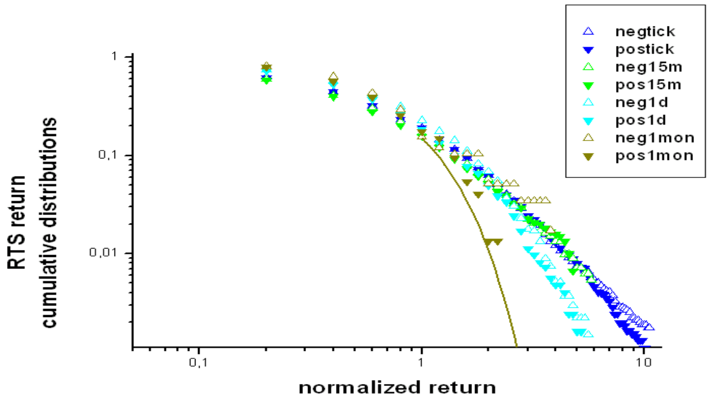

Рис. 5. Куммулятивное распределение доходности на бирже РТС (ось x – нормализованная доходность

Сплошная кривая отвечающая гауссовому распределению доходности практически совпадает с распределением месячных доходностей. В целом эмпирические результаты по распределению доходности на финансовых рынках при достаточно больших значениях *x* характеризуется кубическим законом убывания вероятности распределения

$$P(|r| > x) \sim \frac{1}{x^3}.^{2} \qquad (1.5)$$

2.Эмпирический закон распределения объемов торговых сделок имеет вид:

$$P(q > x) \sim \frac{1}{x^{3/2}}. \qquad (1.6)$$

Эти результаты были получены (Gopikrishman и др.)[3] и по данным французского рынка (Plerou и др.[4]) На рис. 6. показано распределение

[2] Напомним, что, введенные шведским математиком Миттаг-Леффлером, символы $\cong, \approx u \sim$, которые мы используем в диссертации, означают соответственно равенство в асимптотике, приближенное равенство и равенство в асимптотике с точностью до константы.Выражение f (x) ~ g (x) означает что f (x) /g (x) стремится к некоторой положительной постоянной (не обязательно к единице) при $x \to \infty$.

[3] Gopikrishnan, Parameswaran, Vasiliki Plerou, Xavier Gabaix, and H. Eugene Stanley, “Statistical Properties of Share Volume Traded in Financial Markets,” Physical Review E, LXII (2000), R4493-R4496.

[4] Plerou, Vasiliki, Parameswaran Gopikrishnan, Xavier Gabaix, and H. Eugene Stanley, “Quantifying Stock Price Response to Demand Fluctuations,” Physical Review E, LXVI (2002), 027104.

плотности объемов сделок со степенью убывания $x^{-2,5}$, что согласуется с формулой (1.6).

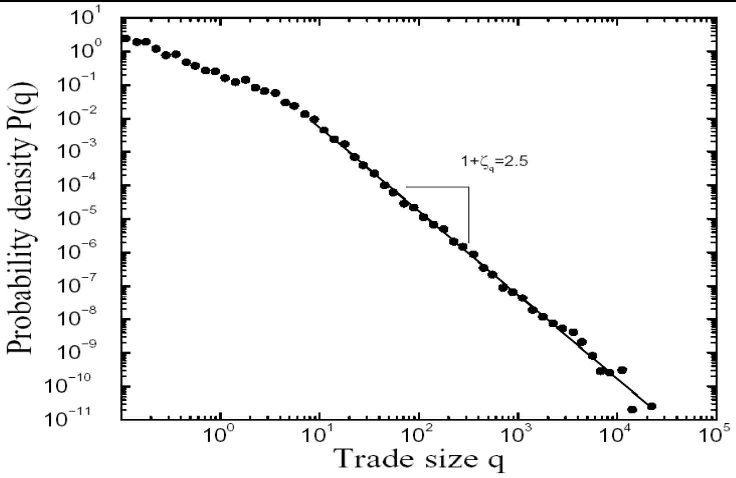

Рис.6. Плотность вероятности объема индивидуальных сделок размера qдля акций 30 крупнейших компаний на Парижской бирже с января 1995 по октябрь 1999. Рассчитано по 35 миллионам операций. Метод наименьших квадратов дает плотность распределения $q^{-(1+m)}$ для m=1,5$\pm$0,1. Источник (Plerou и др. 2002)

3. Эмпирический закон распределения числа n сделок на финансовом рынке может быть также представлен степенным законом распределения

$$P(N > x) \sim \frac{1}{x^{3,3}} \qquad (1.7)$$

4.Существует весьма тесная связь между изменением цены Δp и ростом объемов V операций на рынке, (Plerou и др. 2002) выражаемая соотношением:

$$\Delta p \sim V^{\alpha}, \text{ где } \alpha \cong \frac{1}{2}. \qquad (1.8)$$

5. Наконец, число крупных инвесторов на рынке (например, число хеджевых и паевых фондов) подчиняется *закону Ципфа*. Пусть S –величина капитала под управлением фонда. Тогда вероятность того, что фонд управляет капиталом величиной x и более подчиняется закону:

$$P(S > x) \sim \frac{1}{x}. \qquad (1.9)$$

Классическая теория рынка, например, теория CAPM оценивает доходность с позиции оценки индивидуального и общерыночного риска. В работе (Plerou и др. 2004)[5] предлагается теория объясняющая сильные движения рынка поведением крупных инвесторов. С позиции этой теории правдоподобно объясняется, например, как следует закон (1.6) для рыночных объемов сделок и закон распределения доходности (1.5) из закона (1.8) описывающего влияние больших объемов сделок на изменения цены инструмента.

Когда крупные инвесторы хотят за разумное время купить или продать крупные объемы акций, на рынке формируется направленное сильное движение, тренд. Неторопливая торговля приводит к более слабым движениям рынка. Но при этом могут быть нежелательные последствия в части потери доходности из-за информационных утечек.

Приведем набросок рассуждений для доказательства кубического закона распределения доходности. Пусть формула (1.8) имеет вид

$$\Delta p = \mathrm{h} \cdot V^{\alpha}, \text{ где } \alpha = \frac{1}{2}.$$

А формула распределения объемов (2): $P(q > x) \sim \dfrac{1}{x^{3/2}}$.

Тогда $$P(\Delta p > x) = P(h \cdot V^{\frac{1}{2}} > x) = P(V > (\frac{x}{h})^2) \sim ((\frac{x}{h})^2)^{-\frac{3}{2}} \sim x^{-3} \quad (1.9)$$

Так как доходность $r = \sum_j \Delta p_j + u$, где j - индекс суммирования по всем крупным сделкам в заданном интервале, u - влияние других факторов рынка. Предполагая в простейшем случае независимость всех слагаемых и пользуясь устойчивостью степенных законов распределения, предполагающих, что сумма устойчивых законов снова образует случайную

[5] Plerou, Vasiliki, Parameswaran Gopikrishnan, Xavier Gabaix, and H. Eugene Stanley, “On the Origins of Power-Law Fluctuations in Stock Prices,” Quantitative Finance, IV (2004), C11—C15.

величину с тем же законом распределения, получаем набросок доказательства кубического закона распределения доходности при крупных объемах торговли.

Основным предположением предыдущих рассуждений являлось предположение, что для крупных игроков с большими объемами торговли справедливо соотношение (1.8). Попытаемся вывести данную формулу исходя из модели рационального поведения крупного инвестора. Предположим, при отсутствии дрейфа $\mu \cdot T$ в изменении цены актива инвестор. который хочет продать или купить актив объема *V*, должен будет рассчитывать на линейную реакцию рынка за время T:

$$V = m(P \pm \Delta p)T = M \pm m\Delta pT,$$

где m - количество торгуемых активов в каждый момент времени, которое считается постоянным, и зависит от степени ликвидности рынка, P -цена актива. $M = mPT$ - некоторая рыночная константа для **данного** времени T. Тогда, имеем

$$\Delta p = \pm\frac{V}{mT} - \frac{V}{M} \sim \frac{V}{T}. \qquad (1.10)$$

Далее, предполагая отрезок времени T достаточно большим, и наличие дрейфа цен в виде слагаемого $\mu \cdot T$, доходность от купли –продажи крупного рационального трейдера, торгующего в соответствии с существующим трендом (дрейфом), и влияющего на рынок в виде ценовой реакции Δp противоположной направлению сделки, можно записать в виде

$$B = 1 + \mu \cdot T - \frac{\Delta p}{P} = 1 + \mu \cdot \frac{V}{\Delta p} - \frac{\Delta p}{P}$$

Так как крупный трейдер выберет промежуток времени T для проведения своих операций, чтобы максимизировать доходность B, то

$$\Delta p = \arg\max_{\Delta p}(1 + \mu \cdot \frac{V}{\Delta p} - \frac{\Delta p}{P}) \sim V^{\frac{1}{2}} \qquad (1.11)$$

Что и требовалось доказать.

Приведем в качестве примера график зависимости абсолютных приращений дневных цен акций компании Лукойл от объемов торгов (при достаточно больших приращениях цены >10 и объемах >800) за период 12.11.2001 -12.11.2009. Полученное уравнение $\Delta p = 0{,}66 * V^{0{,}47}$ достаточно хорошо отражает теоретическое соотношение (1.11).

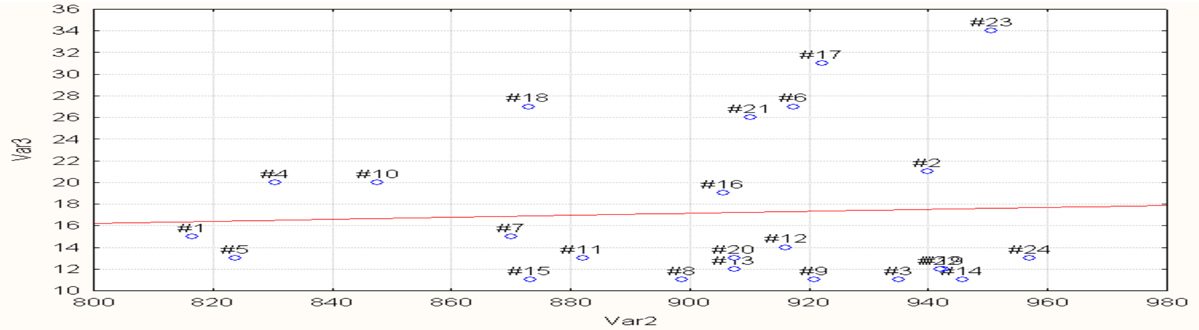

Рис.7. График зависимости $y = 0{,}659 * x^{0{,}479}$ приращений дневных цен от объемов продаж для акций Лукойла с 2001 по 2009 год при больших объемах и ценовых приращениях.

Следующую теорему приведем без доказательства.

Теорема. Предположим, что выполнены следующие предположения:

1.Размер (количество средств находящее в распоряжении) больших участников рынка подчиняется закону Ципфа (степенному закону распределения) с показателем λ;

2. Большие объемы сделок V на рынке и изменение вследствие этого цен инструмента связаны зависимостью $\Delta p \sim V^{\gamma}$;

3.Крупные участники рынка торгуют объемами, находящимися в степенной зависимости от количества средств находящихся под их управлением $V = S^{\delta}$ для некоторого $\delta > 0$;

4. Частота сделок и величина транзакционных издержек предполагаются постоянными величинами:

Тогда доходность r и объемы Q сделок подчинены степенным законам распределения вида:

$$P(|r| > x) \sim x^{-(1+\frac{1}{\gamma}+\frac{\lambda-1}{\gamma\cdot\delta})} = x^{-\mu};\ P(|Q| > x) \sim x^{-(1+\gamma+\frac{\lambda-1}{\delta})} = x^{-\tau}.$$

Следствие 1. Пусть выполнены условия теоремы при дополнительных условиях: λ=1 и γ=0,5. Тогда

$$P(|r| > x) \sim x^{-3};\ P(|Q| > x) \sim x^{-\frac{3}{2})}.$$

Следствие 2. Пусть выполнены условия теоремы 1 при λ=1. Тогда $\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\tau}=1$.

Итак, кажется уже не остается сомнений, что статические законы на финансовых рынках – степенные. Однако, в 2001 году B.Le Baron показал, что распределения доходностей, которые на вид кажутся степенными, могут быть порождены смесью нормальных законов распределения, заданных на различных временных шкалах [164]. В этой работе предполагалось, что дневные доходности удовлетворяют соотношению:

$$R(t) = \exp[\gamma \cdot x(t) + \mu] \cdot \varepsilon(t),$$

где $\varepsilon(t)$ - независимая нормально распределенная переменная с нулевым средним и единичной дисперсией. Далее функция

$$x(t) = a_1 \cdot y_1(t) + a_2 \cdot y_2(t) + a_3 \cdot y_3(t)$$

является суммой трех случайных процессов на различных временных шкалах. Процесс $y_1(t)$ - это AR(1) – процесс вида

$$y_1(t+1) = \rho_1 \cdot y_1(t) + \eta_1(t+1),$$

где ρ_1= 0:999 и $\eta_1(t)$ независимая гауссова переменная, подобранная таким образом, чтобы дисперсия $y_1(t)$ была равна 1. В то время как AR(1) – процесс экспоненциально убывающий, подобранное значение $\eta_1(t)$ имеет полупериод убывания до нуля примерно 2,7 года. Аналогично,

$$y_2(t+1) = \rho_2 \cdot y_2(t) + \eta_2(t+1),$$

где $\eta_2(t)$ такой процесс, что дисперсия $y_2(t)$ равна 1, в то время как ρ_2 =0:95 и $y_2(t)$ имеет полупериод убывания до нуля примерно 2,5 недели. Наконец, $y_3(t)$ независимая нормально распределенная переменная с нулевым средним и единичной дисперсией представляющей однодневные всплески волатильности.

Нормализованное правило для коэффициентов модели было выбрано в виде

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1.$$

Коэффициенты a_1, a_2, γ, μ подбирались подгонкой под эмпирические данные, которые представляли собой значения индекса Доу за период с 1900 по 2000 годы.

Был получен удивительный результат. Оказалось, что расчетная переменная $x(t)$ модели подчиняется степенному закону распределения с параметрами степени от 2.98 до 3.33 при агрегировании данных на промежутках от одного дня до двадцати дней.

Рассматриваемая проблема тесно связана с мультифрактальным анализом временных шкал временного ряда. Мультфрактальность временного ряда проявляется прежде всего в отсутствии самоподобия на различных временных шкалах, то есть в непостоянстве характеристик случайного процесса на разных временных интервалах. Например, изменяются такие характеристики ряда, как показатели Гельдера, постоянная Херста, показатель степени закона распределения, индекс фрактальности и др. Кроме того, можно считать ряд мультифрактальным, если указанные выше характеристики изменяются в широком диапазоне на различных временных участках ряда. Это означает, изменение во времени состояний в которых находятся финансовые рынки и соответственно степень их прогнозируемости. Примеры мультифрактальности были найдены в ряде финансовых временных рядов [116,120,158,168,170] и изучение мультифрактальных финансовых рядов является одним из «горячих» направлений исследований в области финансовой эконофизики.

Однако в экономической литературе есть ряды, которые можно признать монофрактальными. То есть их фрактальные характеристики остаются стабильными на протяжении долгого времени. К таким рядам относятся ряды урожайностей сельскохозяйственных культур [112] и погодные фьючерсы на Чикагской бирже CME.

ГЛАВА 2. ТЕОРИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПОРТФЕЛЕЙ ФИНАНСОВЫХ АКТИВОВ

2.1. Теория оптимального портфеля Тобина-Марковица

Работы Г.Марковица [171-172] заложили основу и сыграли определяющую роль в становлении теории формирования портфеля ценных бумаг. Марковец сформулировал новый подход к выбору и формированию портфеля ценных бумаг на основе учета его ожидаемой доходности и риска. В дальнейшем этот подход получил развитие в работах Дж. Тобина, У. Шарпа и др. Меры оценки ожидаемой доходности финансовых активов инвестором выбираются индивидуально, наиболее же известные: метод капитализации доходов, модели нулевого, постоянного или переменного роста, метод, основанный на соотношении «цена-доход» и др.

В рамках данной теории [72] предполагается, что инвестор стремится максимизировать ожидаемую доходность портфеля при заданном уровне риска либо минимизировать риск при заданном уровне ожидаемой доходности при помощи диверсификации своих вложений. Риск в модели оценивается стандартным отклонением (что требует нормального распределения прибылей), и чем оно больше, тем рискованнее вложение в данный портфель.

Для демонстрации этого подхода, называемого «риск-доходность», применяемого для выбора наиболее желаемого портфеля из n инструментов со случайными доходностями r_i и с долями x_i, $i=1,\dots,n$ участия i-ого инструмента в капитале портфеля, используются так называемые кривые безразличия. Кривые безразличия – это линии описывающие отношение инвестора к риску и доходности, представляющие собой двухмерный график, где по одной оси откладывается риск (мерой которого является стандартное отклонение σ_P портфеля), по другой оси вознаграждение μ_p (мерой которого является средняя ожидаемая доходность портфеля). Каждая кривая представляет собой множество равноценных портфелей соответствующих приемлемому для инвестора уровню риска и доходности.

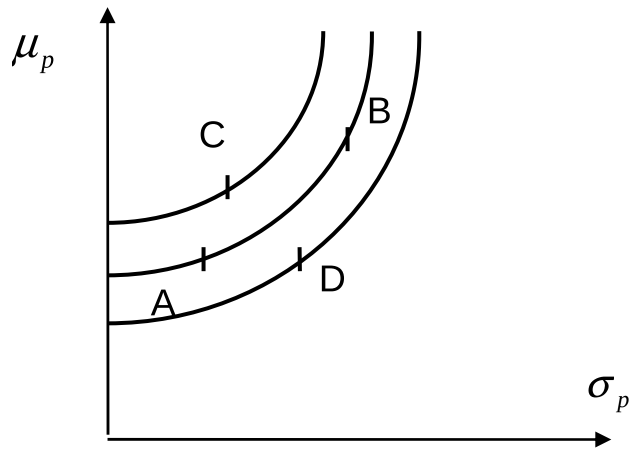

Рис. 8. График кривых безразличия инвестора

Имеются следующие предположения относительно предпочтений инвестора [104]:

1. Предположение о «ненасыщаемости инвестора». То есть инвестор делающий выбор между двумя идентичными во всем, кроме ожидаемой доходности, портфелями, выберет портфель с большей ожидаемой доходностью.

2. Предположение об избегании риска инвестором. То есть при выборе между двумя идентичными во всем, кроме риска, портфелями, инвестор выберет портфель с меньшим риском.

Данные предположения выражаются в том, что кривые безразличия имеют положительный наклон и выпуклы вниз.

Таким образом, инвесторы с кривыми безразличия, изображенными на рис. 8, портфели A и B будут считать равноценными. Портфель D, имеет большее стандартное отклонение, чем портфель A при почти той же самой ожидаемой доходности и потому является менее привлекательным. В случае избегания риска, портфель, лежащий на кривой безразличия, проходящей выше и левее остальных кривых, и будет являться наиболее привлекательным портфелем. Таковым, в нашем примере, оказывается портфель C.

Задача оптимизации структуры соответствующего портфеля достижением заданной доходности μ_p с минимальным риском называется задачей Марковица и имеет следующий вид (данная математическая формализация предложена Дж. Тобином):

$$\sigma_P^2 = X^T \sum X \to \min_X , \qquad (2.1.)$$

$$X^T \mu = \mu_P . \qquad (2.2)$$

Выражение:

$$X^T I = 1 \qquad (2.3)$$

является условием нормировки искомых переменных.

Вектор $X^* = (x_i^*)$- решение задачи Марковица, определяет оптимальную структуру портфеля среди всех возможных портфелей с ожидаемой доходностью μ_p и $\sum$ - матрицей ковариаций доходностей r_i портфеля. Отметим, что аналитически эта задача минимизации непрерывной функции с двумя ограничениями решается с помощью метода неопределенных множителей Лагранжа [68, 71].

Множество всех портфелей, которое можно сформировать из N ценных бумаг, называется достижимым множеством (см. рис. 9).

Портфели, являющиеся оптимальными в смысле данной задачи, Г. Марковец называет эффективными (другое название – оптимальными) портфелями. Эффективные портфели формируют эффективное множество портфелей. На рис. 9 такое множество формирует фронт эффективных портфелей – множество между точками E и S, лежащие на верхней и левой границах достижимого множества.

Какой же портфель из этого бесконечного множества выберет инвестор? Что бы ответить на этот вопрос, необходимо на множество эффективных портфелей наложить кривые безразличия конкретного инвестора (рис. 10). Среди множества портфелей, оптимальные для инвестора те, в которых происходит пересечение кривых безразличий и фронта эффективных портфелей. На рис. 10 такими являются портфели A, C, и D. Самым эффективным среди них является портфель C, поскольку он лежит на кривой, что выше и левее, кривой, на которой находятся портфели A и D.

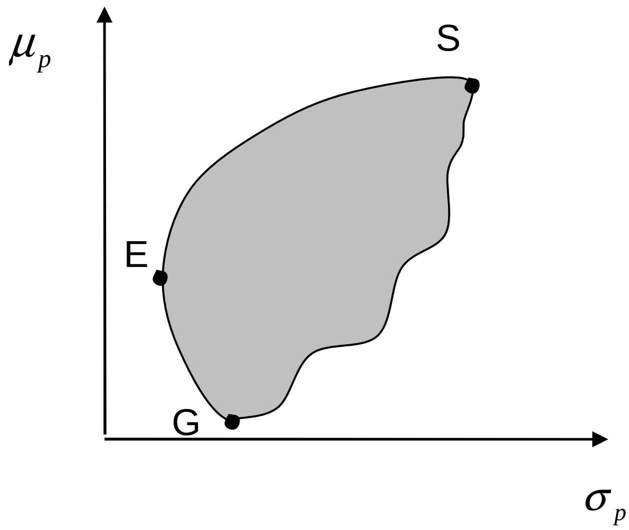

Рис. 9. Достижимое и эффективное множество портфелей

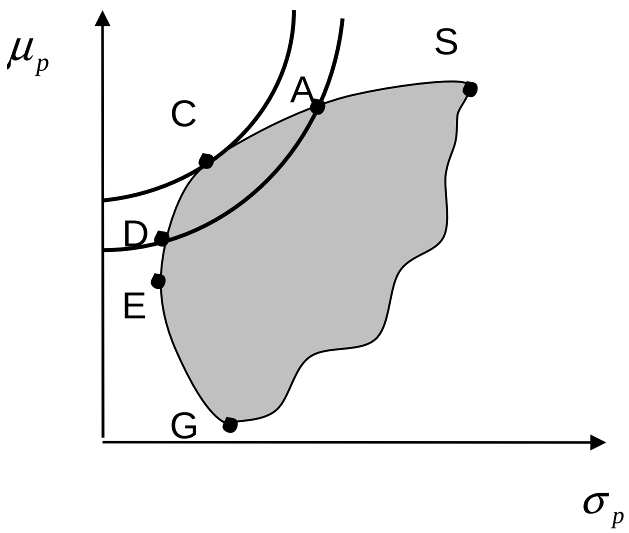

Рис. 10. Выбор оптимального портфеля с учетом кривых безразличия

Позже работа Марковица была дополнена исследованиями Д. Тобина [209], который включил в теорию об оптимальной структуре портфеля проблему распределения капитала между рисковыми и безрисковыми долями. Портфель, сформированный не только из рискового актива, но и безрискового, называется комбинированным. Его структура задается следующим выражением:

$$x_0 + X^T I = 1 \qquad (2.4.)$$

где $X = (x_1, x_2, ..., x_N)^T$ - вектор, определяющий структуру рисковой части портфеля инвестора; x_0 - доля безрисковых вложений.

Структура оптимального в смысле «риск-доходность» портфеля будет являться решением задачи, известной как задача Тобина:

$$\sigma_P^2 = X^T \sum X \to \min_X, \qquad (2.5)$$

$$X^T \mu + (1 - X^T 1) R_0 = \mu_P, \qquad (2.6.)$$

где R_0- ставка доходности безрискового актива за один период владения; μ_P - ожидаемая доходность портфеля.

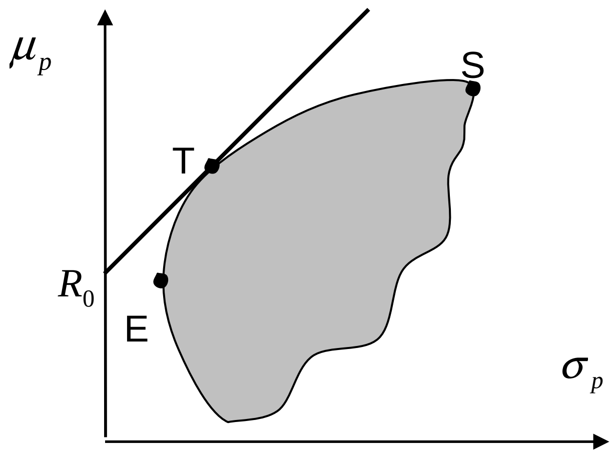

Рис. 11. Множество оптимальных комбинированных портфелей

Портфель в точке пересечений линий R_0T безрискового актива и фронта эффективных портфелей называется Т-портфелем. Этот портфель включает только рисковые активы, что означает, что он принадлежит множеству оптимальных портфелей, а его координаты (μ_T, σ_T) являются общими и для множества оптимальных комбинированных портфелей и для фронта эффективных рисковых портфелей. Тобин доказал, что оптимальная структура рискового портфеля единственная, причем не зависящая от склонности инвестора к риску.

Инвестор, который хочет часть капитала сохранить в безрисковых инструментах выбирает оптимальный портфель на прямой R_0T . Чем больше доля безрисковых инструментов в портфеле, тем ближе к точке R_0 выбирается оптимальная структура портфеля.

2.2. Портфельный анализ с учетом инвестиционного горизонта

Как было показано выше построение классического портфеля Тобина–Марковица сводится либо к максимизации арифметической средней доходности портфеля (выборочного математического ожидания портфеля, включая безрисковые инструменты) и ограниченности дисперсии портфеля, либо – к минимизации дисперсии портфеля при заданном уровне средней (арифметической) доходности. Инвестор, использующий портфель с такими характеристиками, предполагает, что он будет составлять однопериодные портфели на одну и ту же сумму средств (балансировать портфель с постоянными оптимальными долями инструментов и с постоянным капиталом вначале периода) в течение многих периодов, а число прогнозных будущих периодов определяется числом предыдущих периодов, по которым вычислялась средняя доходность. При такой постановке - главное предположение – это вера в то, что числовые характеристики портфеля средняя доходность и дисперсия остаются постоянными на всем прогнозном периоде инвестирования. Мы не подвергаем в данной работе сомнению этот постулат теории Тобина-Марковица.

Но даже в традиционной постановке, к сожалению, портфель с положительной средней доходностью может быть убыточен для долгосрочного инвестора. Приведем простой пример. Пусть долгосрочный первый инвестор вкладывает единицу капитала в портфель Тобина–Марковица на два периода, а второй краткосрочный инвестор вкладывает в каждом периоде в портфель Тобина–Марковица единицу капитала сроком на один период. Предположим, что в первом периоде потери портфеля составили 50% капитала, а во втором периоде доходность портфеля составила 70% вложенных средств. Тогда в результате потери первого инвестора за два периода составили 1- 0,5*1,7=0,15 , то есть 15%

первоначального капитала, а прибыль второго инвестора (0,5+1,7)- 2=0,2, то есть 10% от вложенного за два года капитала.

Таким образом, максимизация арифметической средней доходности в долгосрочном периоде, состоящем из N краткосрочных периодов, не означает, что построенный портфель при любой схеме управления капиталом портфеля даст наибольший рост капитала за тот же период. Наибольший прирост капитала за N периодов без ребалансировки обеспечит портфель с максимальным средним геометрическим темпом прироста, то есть портфель для которого

$$Tp = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^{N}(1+d_i)} \text{ -max}, \qquad (2.7)$$

где d_i доходность портфеля в i-ом периоде (положительная или отрицательная) измеренная в долях капитала в конце (i-1) -ого периода; $(1+d_i)$ - окупаемость портфеля за i-ый период.

Следовательно, максимизация средней арифметической доходности в портфеле Марковица-Тобина: во-первых дезориентирует наивного инвестора, ожидающего в каждом периоде средний рост капитала соответствующего средней доходности; во-вторых, долгосрочный инвестор, рефинансирующий весь капитал портфеля, использующий портфель Марковица-Тобина при ребалансировке (распределения капитала в соответствии с выделенными на каждый инструмент долями) портфеля в каждом периоде, строит (на исторических данных) портфель не с максимально растущим приростом капитала, а с ростом капитала меньше максимального, так как для портфеля Марковица-Тобина не выполнено условие (1).

Далее, очевидно, что устойчивость роста капитала портфеля с учетом реинвестирования, связана не с разбросом доходностей вокруг среднего значения, а с отклонением ТР - среднего темпа прироста капитала за долгосрочный период от показателя, совпадающего с темпом прироста в случае постоянного роста капитала в каждом периоде (также как для случая постоянного инвестированного капитала в каждом периоде, абсолютно устойчив портфель с нулевой дисперсией, когда все значения совпадают со средним). Так как для портфеля с постоянным темпом прироста капитала выражение (1) совпадает со средней доходностью (среднее арифметическое совпадает со средним геометрическим), то колеблемость портфеля V можно определить как отношение

$$V = 1 - \frac{Tp}{\sum_{i=1}^{k}(1 + d_i)/k}. \qquad (2.8)$$

Очевидно, что колеблемость V ≥0, в силу соотношения между средним арифметическим и средним геометрическим конечного набора положительных чисел.

Приведем, в качестве примера, три графика отражающих зависимость колеблемости от длины N последовательности цепных индексов для положительной последовательности чисел.

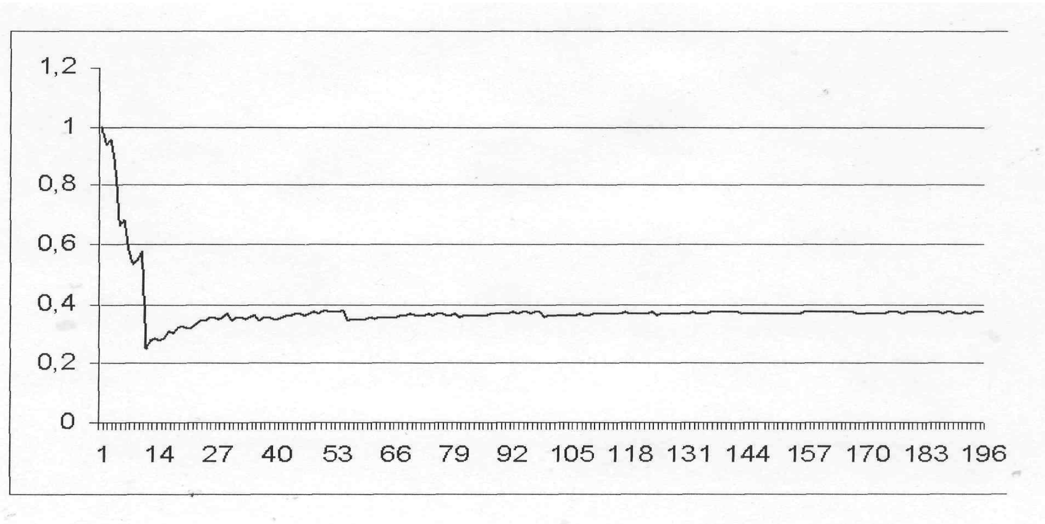

Рис. 12. Колеблемость ряда цепных индексов функции $f(n) = n\sin(n)$.

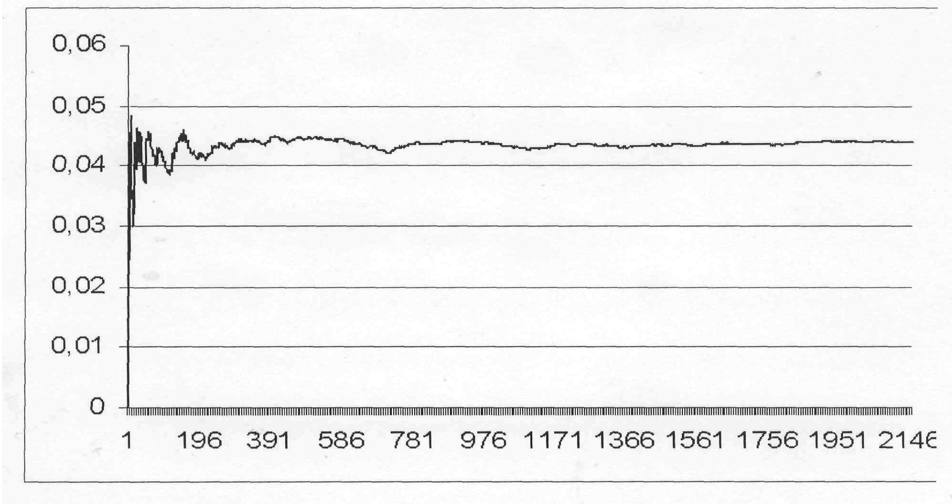

Рис. 13. Колеблемость ряда цепных индексов функции значений плотности в точке n нормального распределения с математическим ожиданием n и средним квадратическим отклонением 0,2n.

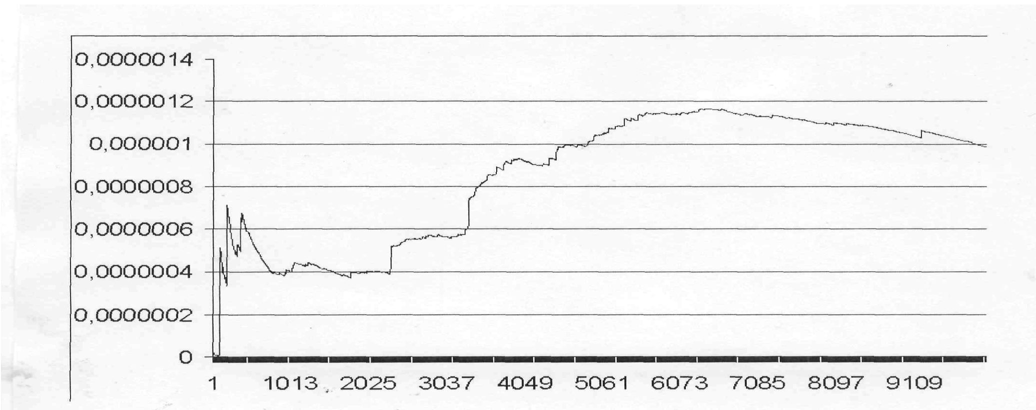

Рис.14. Колеблемость ряда цепных индексов пятиминутных значений фьючерса на индекс РТС в 2007 году

2.3 Портфели с оптимальным темпом роста капитала

Сформулируем теперь оптимизационную задачу построения портфеля с оптимальным темпом роста капитала.

Пусть существует набор из k финансовых инструментов предназначаемых для использования в портфеле. Предположим, что имеется информация по N наблюдениям (обучающей выборке для построения портфеля с оптимальным темпом роста). Обозначим цену i-ого инструмента в j-ый период за d_{ij}. Тогда окупаемость (темп роста цены) i-ого инструмента в j-ый период равна

$$x_{ij} = \frac{d_{i,j}}{d_{i,j-1}}, \ i = 1,...k, \ j = 1...N \qquad (2.9)$$

Обозначим $л_i$, $i = 1,2...,k$ доли i-ого инструмента в портфеле инвестора. Тогда задача нахождения оптимального портфеля с параметрами $л_i$, $i = 1,2...,k$ состоит в максимизации темпа роста портфеля за исторический период, состоящий из N наблюдений при фиксированном уровне риска портфеля – отклонения среднего темпа роста капитала за один период (среднего геометрического доходностей за N периодов) от арифметической средней доходности записывается в виде:

$$Q = \frac{\prod_{j=1}^{N}(\sum_{i=1}^{k} л_i x_{ij}) - 1}{N} \text{ - max} \qquad (2.10)$$

$$V = 1 - \frac{\sqrt[N]{\prod_{j=1}^{N}(\sum_{i=1}^{k} л_i x_{ij})}}{(\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{k} л_i x_{ij}) / N} \text{-const} \quad л_i \ge 0, \ \sum_{i=1}^{k} л_i = 1 \qquad (2.11)$$

Если портфель финансовых инструментов не предполагает «коротких продаж», то есть игру на понижение темпа роста инструмента, то к условиям (2.10) добавляется условие (2.11)

$$л_i \ge 0, \ i = 1,2...,k. \qquad (2.12)$$

Итак, краткосрочный портфельный инвестор, входящий в рынок, например, ежедневно с определенной фиксированной суммой денежных средств и закрывающий свои позиции в конце рабочего дня, может руководствоваться моделью Тобина-Марковица для средней дневной доходности портфеля, а долгосрочный инвестор, в конце дня проводящий только ребалансирование портфеля, без изменения величины накопленного капитала в течение года, может ориентироваться на портфель (4)-(5) с максимальным дневным темпом роста (средней геометрической дневных доходностей).

Для теории управления капиталом это означает, что инвестор реинвестирующий весь капитал полученный в прошлом периоде и в каждом периоде проводящий ребалансировку портфеля, придерживается стратегии портфеля с оптимальным геометрическим темпом роста, а инвестор инвестирующий в каждом периоде фиксированную сумму капитала с учетом ребалансировки, использует модель Тобина –Марковица.

К сожалению, построение портфеля с оптимальным темпом роста сводится к решению задачи нелинейного программирования, а не квадратичного программирования, как задача построения портфеля Тобина – Марковица. Но современные программные средства, например, пакетов MATLAB или MATCAD позволяют преодолеть вычислительные сложности поиска набора $л_i$, $i = 1,2...,k$ -параметров оптимального портфеля. Применение приближенных методов поиска решения задачи, таких как генетические алгоритмы или метод направленного поиска (Direct Search) реализованные, например, в пакете MATLAB. В диссертации для решения данной задачи впервые используется метод стохастического лучевого поиска с эмуляцией «отжига» (ранее данный алгоритм довольно широко использовался при нахождении коэффициентов нейросетей).

В отличие от портфеля Марковица, где колеблемость портфеля вычисляется через дисперсию, учитывающую только парные взаимодействия между инструментами, в задаче (2.10)-(2.11) в определении колеблемости учитывается взаимодействие всех инструментов портфеля. То есть появляется возможность учесть и вероятности катастрофических событий, возникающих при неблагоприятном сочетании нескольких факторов.

Как и в модели Тобина, один из финансовых инструментов может предполагаться безрисковым, а темп роста этого инструмента будет в данном случае постоянным в течение всех N периодов. Если предположить, что одним из инструментов, скажем, x_1 являются денежные резервы портфеля с долей $л_1$, а вторым инструментом x_2 с долей $л_2$ является участие инвестора в некотором рискованном инвестиционном проекте, то решение задачи (4) сводится к определению оптимальной доли участия инвестора в рискованном проекте для получения максимального темпа роста капитала инвестора за N периодов с учетом степени рискованности стратегии (2.10). Похожая задача нахождения оптимальной доли участия капитала в проекте (оптимального f) рассматривалась в работах Ральфа Винса [19], однако в этих работах оптимальная доля инвестирования f связывалась с максимальными потерями допускаемыми инвестором в процессе инвестирования, и не проводился выбор инвестором уровня колеблемости капитала.

Графический анализ оптимальных портфелей (2.10)-(2.11) приведен на рисунке 4.

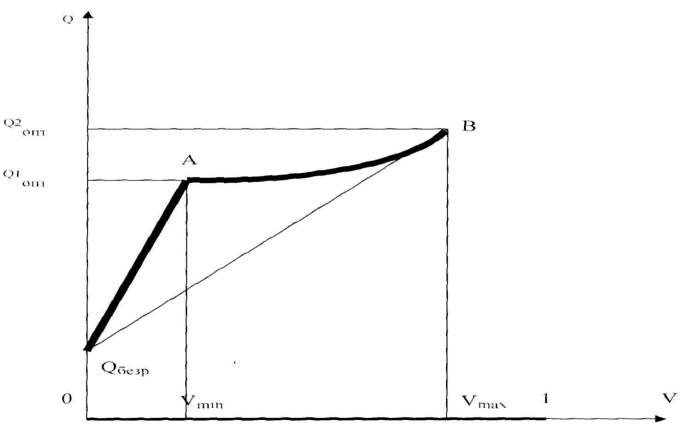

Рис.15. Область треугольника $Q_{безр}AB$ – возможные портфели с участием безрисковой компоненты. Выделенная часть границы треугольника – паретовское множество оптимальных портфелей.

2.4. Портфели с оптимальным горизонтом инвестирования и транзакционные издержки

Наконец, рассмотрим поведение инвестора с промежуточным горизонтом инвестирования капитала. Предположим, что общее число рассматриваемых периодов равно N, но горизонт реинвестирования капитала для инвестора равен m периодам. Для простоты изложения будем считать, что $n = N / m$ целое число.

Тогда задача максимизации темпа роста постоянного портфеля за все N периодов инвестора с промежуточным горизонтом инвестирования сводится к максимизации выражения

$$Q_m = \frac{\sum_{s=1}^{n}(\prod_{j=1}^{m}(\sum_{i=1}^{k}\text{л}_i x_{ijs}) - 1)}{N} \to \max \qquad (2.13)$$

при условии

$$V = 1 - \frac{\sqrt[N]{\prod_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{k}\text{л}_i x_{ij}}}{(\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{k}\text{л}_i x_{ij}) / N} \le \text{const}, \quad \sum_{i=1}^{k}\text{л}_i = 1, \qquad (2.14)$$

то есть максимизации дохода приходящегося на один элементарный период, при колеблемости не более заданной постоянной величины и неизменных λ_i, i=1,…n..

Для $m = 1$ ($n = N$) задача (2.13)-(2.14) превращается в классическую модель нахождения оптимального портфеля Тобина – Марковица.

На практике построение портфеля с промежуточным горизонтом инвестирования обычно состоит не только в ребалансировке и к фиксации постоянной стоимости портфеля , но и в обновлении коэффициентов модели л_i, $i = 1,2...,k$ на каждом из n промежуточных этапов построения модели. При такой постановке нахождение оптимальных параметров портфеля в задаче (2.13)-(2.14) в первые $n - 1$ периодов не имеет практического смысла, и мы возвращаемся к задаче (2.10)-(2.11) нахождения портфеля с оптимальным темпом роста на предыдущем n-ом периоде длины m.

Однако, в данном случае, может быть поставлена содержательная задача оптимального выбора горизонта инвестирования длины m.

Задача формулируется следующим образом: найти число n интервалов инвестирования в портфель с обновляющимися (или, в частном случае, постоянными) параметрами л_i, $i = 1,2...,k$, для которого максимален рост капитала на элементарный период, который рассчитывается по формуле (2.13) при выполнении условия устойчивости роста, формула (2.14).

Решением задачи является оптимальный интервал инвестирования $m^{опт} = N / n^{опт}$ портфеля. Оптимальный интервал инвестирования можно строить как для отдельных инструментов, фиксированных наборов инструментов, отраслевых индексов и рыночного индекса в целом.

Для практического применения представленных выше алгоритмов следует в формулу (2.13) включать постоянные издержки по переформированию портфеля в конце каждого атомарного периода и каждого периода длины m. Эти издержки прямо пропорциональны числу периодов N, числу подпериодов n и состоят из биржевых сборов, вознаграждения брокера и издержек выхода из рынка и входа в рынок, зависящих от степени ликвидности (спрэда) каждого инструмента, входящего в портфель.

Так как в числителе формулы (2.13) полный доход за все время инвестирования, то, обозначив общий размер транзакционных издержек переменной P, получим следующую формулу для расчета темпа роста капитала за элементарный период

$$Q_m = \frac{\sum_{s=1}^{n}(\prod_{j=1}^{m}(\sum_{i=1}^{k} л_i x_{ijs}) - 1) - P}{N} \qquad (2.15)$$

Отметим, что величина P в данном случае определяется в относительных единицах, то есть вычисляется как

$$P = P_A / Y, \qquad (2.16)$$

где P_A — общая величина транзакционных издержек, выраженная в деньгах, а Y - денежная стоимость единицы капитала, по сути, равна изначальному размеру размещаемого капитала.

Порядок расчета транзакционных издержек специфичен для каждого брокера, поэтому единой методики их определения не существует. Тем не менее, наиболее простыми и распространенными подходами являются либо фиксированная стоимость обслуживания за период времени при отсутствии комиссии на торговые операции, либо некая комиссия на торговые операции в виде определенного процента от объема каждой сделки.

В первом случае величина транзакционных издержек будет определяться как

$$P_1 = P_A^1 \cdot N / Y\,, \qquad (2.17)$$

где P^1_A - денежная стоимость одного элементарного периода.

Во втором случае величина транзакционных издержек рассчитывается по формуле

$$\begin{aligned} P_2 &= p \cdot (1 + \sum_{s=1}^{n-1} \left| \prod_{j=1}^{m} (\sum_{i=1}^{k} \text{л}_i x_{ijs}) - 1 \right| + \\ &+ \sum_{s=1}^{N-1} \sum_{i=1}^{k} \left| \text{л}_i \cdot (\prod_{j=y}^{s} (\sum_{i=1}^{k} \text{л}_i x_{ijs}) - x_{is} \cdot \prod_{j=y}^{s-1} (\sum_{i=1}^{k} \text{л}_i x_{ijs}) \right| + \prod_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{k} \text{л}_i x_{ijn}) \end{aligned} \qquad (2.18)$$

где p — это доля от объема сделки, удерживаемая брокером, y – начало подпериода длиной m для текущего атомарного периода s.

Данная формула получается следующим образом. Во-первых, необходимо учесть издержки на изначальное размещение денег (первое слагаемое, равное единице). Далее в каждом периоде длиной m кроме последнего происходит балансирование инвестированной суммы до изначального значения вне зависимости от знака дохода за этот период (второе слагаемое). Также необходимо учесть балансирование портфеля в каждом атомарном периоде, связанное с изменением стоимостей инструментов и соответственно нарушением пропорций портфеля (третье слагаемое). В последнем периоде необходимо вывести итоговую сумму обратно в деньги (четвертое слагаемое).

Так же зачастую используется комбинированная схема, когда присутствуют и постоянные издержки, и зависимые от объема торговых операций. В этом случае общие издержки считаются как

$$P = P_1 + P_2 \qquad (2.19)$$

2.5. Расчеты оптимальных портфелей на российском фондовом рынке

Рассмотрим результаты описанных выше расчетов для некоторых инструментов фондовой секции ММВБ. Определим оптимальные периоды инвестирования в обыкновенные акции российских эмитентов. В расчете принимали участие последние 240 торговых дней 2007 года, то есть практически полный торговый год. Для расчета коэффициента величина безрисковой ставки бралась равной 5%, для расчета транзакционных издержек величина брокерской комиссии принималась равной 0,08% от объема сделки (тарифы ЗАО «ВТБ24» на 20.01.2009 г.). В таблицах 1 и 2 приведены соответственно наилучшие и наихудшие длины периодов инвестирования.

Таблица 1.

Наилучшие длины периодов инвестирования для инструментов Российского фондового рынка

Инструмент	Длина периода (дней) m	Периодов 240/m	Средняя дневная доходность	Издержки	Итоговая доходность	Колебле-мость
Ростелеком	240	1	0.00195322	0.00197660	0.46877350	0.00010397
Аэрофлот	30	8	0.00177144	0.00241595	0.42514556	0.00017857
НК Роснефть	1	240	0.00006622	0.00400259	0.01589311	0.00013329
Газпром	12	20	0.00101107	0.00234383	0.24265720	0.00013056
Норникель	240	1	0.00220628	0.00202523	0.52950631	0.00023167
Лукойл	12	20	0.00018656	0.00229414	0.04477433	0.00014049

Таблица 2.

Наихудшие длины периодов инвестирования для инструментов Российского фондового рынка

Инструмент	Длина периода (дней) m	Периодов 240/m	Средняя дневная доходность	Издержки	Итоговая доходность	Колебле-мость
Ростелеком	10	24	0.00168144	0.002267	0.40354610	0.00010397
Аэрофлот	120	2	0.00158944	0.001906	0.38146556	0.00017857
НК Роснефть	240	1	-0.00005673	0.001590	-0.01361494	0.00013329
Газпром	120	2	0.00093259	0.001780	0.22382130	0.00013056
Норильский никель	48	5	0.00192709	0.0019715	0.46250261	0.00023167
Лукойл	240	1	0.00003011	0.0016070	0.00722651	0.00014049

Как видно из таблицы 2, 240 дней является оптимальной длиной периода инвестирования в акции кампании «Ростелеком». Так как в данном расчете 240 дней — это максимальная длина периода, то имеет смысл рассматривать и более длительные периоды. По доходности инструмент превосходит рынок почти в два раза, тогда как колеблемость незначительно больше.

Для акций кампании «Аэрофлот» можно сделать вывод, что длина периода инвестирования в 30 дней является наиболее оптимальной. Инструмент является более доходным по сравнению с рынком в целом, но его колеблемость превышает рыночную в два раза.

Результаты расчетов для акций НК «Роснефть» показывают, что данный инструмент во всех случаях является менее доходным, чем безрисковый актив, при колеблемости больше рыночной, а при длительных периодах инвестирования и вовсе становится убыточным.

Акции кампании «Газпром» даже при оптимальной длине периода инвестирования в 12 дней являются менее доходными, чем рынок в целом, при более высокой колеблемости.

ГМК «Норильский никель» является наиболее доходным инструментом при горизонте инвестирования в 240 дней, доходность превышает рыночную больше чем в 2 раза, колеблемость тоже значительно выше, таким образом его можно отнести к высокодоходным, но высокорисковым инструментам.

Расчеты по акциям кампании «Лукойл» показывают, что доходность этого инструмента была меньше, чем доходность безрискового актива на любых инвестиционных горизонтах.

Приведем пример расчета оптимального портфеля для инструментов российского фондового рынка ММВБ с использованием алгоритма стохастического лучевого поиска с эмуляцией «отжига».

В расчете принимали участие обыкновенные акции следующих эмитентов: Аэрофлот, Северсталь, Газпром, Норильский Никель, Лукойл, МТС, Полюс Золото, Роснефть, Ростелеком, Сургутнефтегаз. В таблице 3 приведены результаты расчетов оптимального портфеля за первые 24 недели 2007 года при различных инвестиционных горизонтах (периодах реинвестирования), проверка качества портфелей производилась на следующих 24 неделях. В данном случае колеблемость ограничивается сверху значением 0,0003, а доходность максимизируется, атомарный период – одна неделя.

Таблица 3.

Оптимальный портфель для акций ММВБ

Период реинвестирования(недель)	Портфель	I ½ 2007г		II ½ 2007г	
		Q	V	Q	V
24	Аэрофлот – 14,1% Лукойл – 24,6% Роснефть – 3,2% Ростелеком– 58,1%	0.00676	0.0003	0.00439	0.00022
12	Аэрофлот – 13,9% Газпром – 0,5% Лукойл – 21%	0.00661	0.0003	0.00446	0.00022

	Роснефть – 6% Ростелеком–58,6%				
6	Аэрофлот – 13,6% Лукойл – 21,6% Роснефть – 6% Ростелеком–58,8%	0.00649	0.0003	0.00474	0.00022

Следует отметить, что результаты в таблице 3 получены без учета транзакционных издержек, которые в значительной степени зависят от периода реинвестирования.

2.6. Обобщенные портфели из квазипортфелей с различными периодами реинвестирования

В простейшем случае стратегии инвестора, у которого нет возможности для восстановления капитала портфеля, то есть максимально уклоняющегося от риска (стратегия «купил и держи») предлаоженный выше новый двупараметрический критерий заключается в максимизации темпа роста доходности портфеля (а не максимизации средней доходности), а устойчивость измеряется при помощи расхождения между средней арифметической доходностью и средней геометрической доходностью (средним темпом роста капитала).

Как видно, в данном подходе портфель заранее не предполагается самофинансируемым, так как необходимое количество свободных средств лежащих на безрисковой ставке регулируется не объемом, а числом возможных рефинансирований портфеля и графиком вывода капитала из портфеля, предусмотренного стратегией.

Степень уклонения рационального инвестора от риска на финансовом рынке зависит от величины капитала подверженного риску и от процентного соотношения возможных доходов к возможным убыткам.

Из сказанного выше вытекает, что величина риска зависит от величины свободных средств находящихся в распоряжении инвестора и возможностью восстанавливать капитал портфеля в случае неблагоприятного стечения обстоятельств, что согласуется с трактовкой приемлемого риска как обладание некоторым достаточным для покрытия возможных потерь ресурсом.

В диссертации была выбрана одна из возможных стратегий реинвестирования, когда на протяжении одного длительного промежутка времени инвестор приводит капитал портфеля до первоначального уровня k раз (забирая накопленный излишек в случае удачи или дополняя капитал в случае неудачной торговли). В дальнейшем планируется исследовать оптимальность портфелей и в других ситуациях (например, пополняя портфель в случае неудачи до уровня капитала в предыдущем периоде, то есть представляя капитал портфеля в виде неубывающей функции на всем промежутке инвестирования).

Еще одна особенность нашего подхода состоит в том, что для оценки устойчивости портфеля учитывается представление об идеальном портфеле инвестора, которое может быть разным. Один инвестор считает идеальным постоянный темп роста капитала внутри промежутка реинвестирования и на разных промежутках реинвестирования этот постоянный темп роста капитала одинаков. (Идеален одинаковый постоянный экспоненциальный рост капитала внутри каждого промежутка реинвестирования)

Другая точка зрения состоит в том, что мы считаем идеальным постоянный процент прироста капитала портфеля на каждом промежутке инвестирования по отношению к первоначальной сумме капитала. То есть идеальной считается постоянная на промежутке реинвестирования норма отдачи прироста капитала портфеля на первоначально вложенный капитал. Этот новый вариант расчета устойчивости портфеля использован в дальнейших расчетах.

Расчет оптимального портфеля выполнялся для акций эмитентов ММВБ с полугодовым инвестиционным горизонтом на первую половину 2008 года с атомарным периодом в одну неделю: Аэрофлот (AFLT); Северсталь (CHMF); Газпром (GAZP); ГМК Норильский Никель (GMKN);

Лукойл (LKOH); МТС (MTSI); Полюс Золото (PLZL); Роснефть (ROSN); Ростелеком (RTKM); Сургутнефтегаз (SNGS).

Обозначим d_i- текущую стоимость портфеля в момент времени i. Квазипортфелем, следуя В.В. Давнису, будем называть портфель из одного инструмента, но с различным числом реинвестирований портфеля на протяжении всего инвестиционного горизонта. Обобщенный портфель – это портфель составленный из квазипортфелей разных инструментов. Чтобы составить наилучший портфель, с точки зрения темпа роста капитала, с учетом ограничения по колеблемости, из квазипортфелей инструментов, необходимо решить задачу оптимизации с целевой функцией: $f(\lambda) = \{Q(\lambda); V(\lambda) \le V\max; \lambda = \arg\max f(\lambda), \lambda -$ вектор весов обобщенного портфеля.

Пусть L - количество вариантов натуральных чисел n и m таких, что n*m = N, а α – доля капитала, инвестируемая в каждую стратегию управления данным инструментом и данным периодом реинвестирования, тогда формула нахождения темпа роста капитала для портфеля из нескольких квазипортфелей инструментов

$$x_j = \frac{d_j}{d_{j-1}}; \quad Q = \frac{\sum\limits_i^k (\lambda_i \sum\limits_t^L (\alpha_{it} \sum\limits_s^{n_t} (\prod\limits_j^{m_t} x_{sij} - 1)))}{N} = \frac{\sum\limits_i^k \sum\limits_t^L \eta_{it} (\sum\limits_s^{n_t} (\prod\limits_j^{m_t} x_{sij} - 1))}{N}.$$

Для всех i $\sum\limits_t^L \alpha_{it} = 1$,где α_{it} – доля капитала, инвестируемая в стратегию t для инструмента i. $\eta_{it} = \alpha_{it}\lambda_i$, при этом $\sum\limits_i^k \sum\limits_t^L \eta_{it} = \sum\limits_i^k (\lambda_i \sum\limits_t^L \alpha_{it}) = \sum\limits_i^k \lambda_i = 1$.

Очевидно, что в данном случае сначала рассчитываются итоговые доходы для каждой стратегии по каждому инструменту независимо друг от друга, а затем они умножаются на соответствующие веса, т.е. балансирования капитала здесь не производится.

Колеблемость (устойчивость) портфеля вычислялась по формуле :

$$y_j = \frac{d_0 + d_i - d_{i-1}}{d_0}; \ \text{Т}= \sqrt[N]{\prod_{i=1}^{N} y_i}; \ V = 1 - n \cdot T / \sum_{j=1} y_j .$$

Очевидно, колеблемость равна нулю при $y_j = C$.Приведем примеры оптимального обобщенного портфеля.

Таблица 4.

Оптимальный обобщенный портфель. Ограничение по колеблемости V = 0.0003, недельный темп роста капитала Q = 0.0067 ;итоговая доходность 16,14%

№	эмитент	Количество реинвестирований в течение полугода	Доля капитала
1	AFLT	1	0,13
2	AFLT	2	0,001
3	GMKN	3	0,001
4	GMKN	4	0,006
5	GAZP	24	0,028
6	LKOH	6	0,003
7	LKOH	12	0,23
8	RTKM	1	0,602

Таблица 5.

Оптимальный обобщенный портфель. Ограничение по колеблемости V =0,0007, недельный темп роста капитала Q = 0,01345; итоговая доходность 32,3%

№	эмитент	Количество реинвестирований в течение полугода	Доля капитала
1	AFLT	3	0,058
2	GMKN	2	0,039
3	GMKN	6	0,645
4	RTKM	1	0,062
5	RTKM	3	0,046
6	RTKM	24	0,151
7	AFLT	3	0,058
8	GMKN	2	0,039

Таблица 6.

Оптимальный обобщенный портфель. Ограничение по колеблемости V = 0,00045, недельный темп роста капитала Q = 0,0116; итоговая доходность 27,86%

№	эмитент	Количество реинвестирований в течение полугода	Доля капитала
1	AFLT	3	0,12
2	GMKN	4	0,125
3	GMKN	6	0,21
4	RTKM	1	0,112
5	RTKM	2	0,349
6	RTKM	6	0,059
7	RTKM	12	0,024
8	AFLT	3	0,12

2.7. Глобальный алгоритм поиска весовых коэффициентов оптимальных портфелей на основе метода стохастического лучевого поиска с эмуляцией «отжига»

При решении реальных задач в общем случае даже приблизительная оценка глобального минимума оказывается неизвестной. По этой причине возникает необходимость применения методов глобальной оптимизации. Рассмотрим один из современных подходов к глобальной оптимизации: метод имитации отжига (можно было бы использовать также генетические алгоритмы, метод дифференциальной эволюции или метод роя частиц).

Для любого алгоритма с восхождением к вершине, который никогда не выполняет движения «вниз по склону», к состояниям с более низкой оценкой (или более высокой стоимостью), гарантируется, что он окажется неполным, поскольку такой алгоритм всегда способен зайти в тупик, достигнув локального максимума. В отличие от этого алгоритм с чисто случайным блужданием (т.е. с перемещением к преемнику, выбираемому на равных правах случайным образом из множества преемников) является полным, но чрезвычайно неэффективным. Поэтому представляется разумной попытка скомбинировать каким-то образом восхождение к вершине со случайным блужданием, что позволит обеспечить и эффективность, и полноту.

Алгоритмом такого типа является алгоритм с эмуляцией отжига. В металлургии отжигом называется процесс, применяемый для отпуска металла и стекла путем нагревания этих материалов до высокой температуры, а затем постепенного охлаждения, что позволяет перевести обрабатываемый материал в низкоэнергетическое кристаллическое состояние. Чтобы понять суть эмуляции отжига, переведем наше внимание с восхождения к вершине на градиентный спуск (т.е. минимизацию стоимости) и представим себе, что наше задание — загнать теннисный шарик в самую глубокую лунку на неровной поверхности. Если бы мы просто позволили шарику катиться по этой поверхности, то он застрял бы в одном из локальных минимумов. А встряхивая поверхность, можно вытолкнуть шарик из локального минимума.

Весь секрет состоит в том, что поверхность нужно трясти достаточно сильно, чтобы шарик можно было вытолкнуть из локальных минимумов, но не настолько сильно, чтобы он вылетел из глобального минимума. Процесс поиска решения с эмуляцией отжига заключается в том, что вначале происходит интенсивное встряхивание (аналогичное нагреву до высокой температуры), после чего интенсивность встряхивания постепенно уменьшается (что можно сравнить с понижением температуры).

Самый внутренний цикл алгоритма с эмуляцией отжига полностью аналогичен циклу алгоритма с восхождением к вершине, но в нем вместо наилучшего хода выполняется случайно выбранный ход. Если этот ход улучшает ситуацию, то всегда принимается. В противном случае алгоритм принимает данный ход с некоторой вероятностью, меньшей 1. Эта вероятность уменьшается экспоненциально с «ухудшением» хода—в зависимости от величины, на которую ухудшается его оценка. Кроме того, вероятность уменьшается по мере снижения «температуры», то есть «плохие» ходы скорее всего могут быть разрешены в начале, когда температура высока, но становятся менее вероятными по мере снижения T. Можно доказать, что если в графике предусмотрено достаточно медленное снижение T, то данный алгоритм позволяет найти глобальный оптимум с вероятностью, приближающейся к 1. На первых порах, в начале 1980-х годов, поиск с эмуляцией отжига широко использовался для решения задач компоновки СБИС. Кроме того, этот алгоритм нашел широкое применение при решении задач планирования производства и других крупномасштабных задач оптимизации. В теории построения финансовых моделей стохастический поиск с эмуляцией «отжига» использовался для нахождения коэффициентов нейросетевых моделей.

Алгоритм поиска с эмуляцией отжига, который представляет собой одну из версий алгоритма стохастического поиска с восхождением к вершине, в которой разрешены некоторые ходы вниз. Ходы вниз принимаются к исполнению с большей вероятностью на ранних этапах выполнения графика отжига, а затем, по мере того как проходит время, выполняются менее часто.

Метод имитации отжига основан на идее, заимствованной из статистической механики. Он отражает поведение расплавленного материала при отвердевании с применением процедуры отжига (управляемого охлаждения) при температуре, последовательно понижаемой до нуля.

В процессе медленного управляемого охлаждения, называемого отжигом, кристаллизация расплава сопровождается глобальным уменьшением его энергии, однако допускаются ситуации, в которых она может на какое-то время возрастать (в частности, при подогреве расплава для предотвращения слишком быстрого его остывания). Благодаря допустимости кратковременного повышения энергетического уровня, возможен выход из ловушек локальных минимумов энергии, которые возникают при реализации процесса. Только понижение температуры до абсолютного нуля делает невозможным какое-либо самостоятельное повышение энергетического уровня расплава.

Метод имитации отжига представляет собой алгоритмический аналог физического процесса управляемого охлаждения. Наибольшего ускорения имитации отжига можно достичь путем замены случайных начальных значений весов тщательно подобранными значениями с использованием любых доступных способов предварительной обработки исходных данных.

Метод имитации отжига оказывается особенно удачным для полимодальных комбинаторных проблем с очень большим количеством возможных решений. При решении наиболее распространенных задач обучения наилучшие результаты в общем случае достигаются применением стохастически управляемого метода повторных рестартов совместно с детерминированными алгоритмами локальной оптимизации.

Алгоритм стохастического лучевого поиска представляет собой вариант локального поиска, при котором на первом этапе некоторым образом формируется набор начальных состояний, а на каждом последующем этапе формируется несколько состояний приемников, которые затем сортируются случайным образом, но в соответствии со значением их целевой функции (то есть у наилучшего состояния вероятность оказаться в сортировке на наилучшей позиции максимальна и соответственно наоборот – у наихудшего минимальна). Такая случайная сортировка необходима для того, чтобы обеспечивать разнообразие текущей выборки состояний, так как если отсортировать состояния по значению их функции полезности, то возможно возникновение такой ситуации, когда приемники одного состояния будут лучше, чем приемники всех остальных состояний, в этом случае вся выборка сосредоточится в одной локальной области, что снижает вероятность достижения глобального максимума целевой функции. После этого для замещения старых состояний новыми используется эвристика «эмуляция отжига». Смысл ее состоит в том, что состояние-приемник замещает текущее состояние всегда в случае, если значение его функции полезности лучше, чем у текущего, если же это не так, то замещает с вероятностью меньшей единицы, зависящей от текущего этапа работы алгоритма. Как правило, эта вероятность уменьшается по экспоненциальному закону с течением времени работы алгоритма. По сути, эта эвристика представляет собой механизм управления «жадностью» алгоритма («жадным» называется алгоритм, всегда принимающий только лучшие состояния-приемники и никогда худшие). «Жадный» алгоритм очень эффективен, но обладает тем недостатком, что является неполным (в общем случае он не сможет найти глобальный максимум, так как не сможет выйти из локального оптимума). Если же алгоритм не реагирует на величину функции полезности, то фактически он будет представлять собой поиск методом случайного блуждания, что крайне неэффективно. Соответственно «эмуляция отжига» – это попытка совместить эффективность поиска с его полнотой. На начальных этапах работы алгоритма худшие состояния будут приниматься с большой вероятностью, чтобы иметь возможность выходить из локальных максимумов, а на конечных этапах поиск будет максимально жадным, чтобы не выходить из лучшего текущего состояния и искать в его окрестностях еще лучшее.

Также важным вопросом решения задачи оптимизации портфеля является метод выработки состояний-приемников. Очевидно, что в рамках данной задачи метод случайного выбора приемника не даст хороших результатов, так как известно, что в результате оптимизации большинство оптимизируемых долей капитала должны будут обратиться в ноль, а результирующий портфель должен состоять из значительно меньшего количества инструментов. Так, если, к примеру, необходимо оптимизировать портфель из 10 инструментов по 8 вариантам периодов реинвестирования, то получаем 80 оптимизационных параметров. Вероятность того, что большинство из них случайным блужданием обратится в ноль крайне низка.

В диссертации предлагается следующее решение данной проблемы. Для получения состояния приемника нужно выбрать весовой коэффициент для его увеличения за счет уменьшения какого-то другого весового коэффициента. Делается это таким образом, что вероятность быть выбранным у каждого весового коэффициента пропорциональна абсолютной величине его текущего значения и оставшемуся времени работы алгоритма. Таким образом, на начальных этапах процесса оптимизации вероятность быть выбранными у всех весовых коэффициентов одинакова за счет большого оставшегося времени работы, а на конечных этапах с большей вероятностью выбираются те, величина которых больше, чем у остальных, если же величина весового коэффициента равна нулю, то вероятность его быть выбранным ничтожно мала.

Хорошие результаты обучения приносит объединение алгоритмов глобальной оптимизации с детерминированными методами локальной оптимизации. На первом этапе обучения сети применяется выбранный алгоритм глобальной оптимизации, а после достижения целевой функцией определенного уровня включается детерминированная оптимизация с использованием какого-либо локального алгоритма (например, алгоритм Direct Search реализованный в пакете МАТЛАБ).

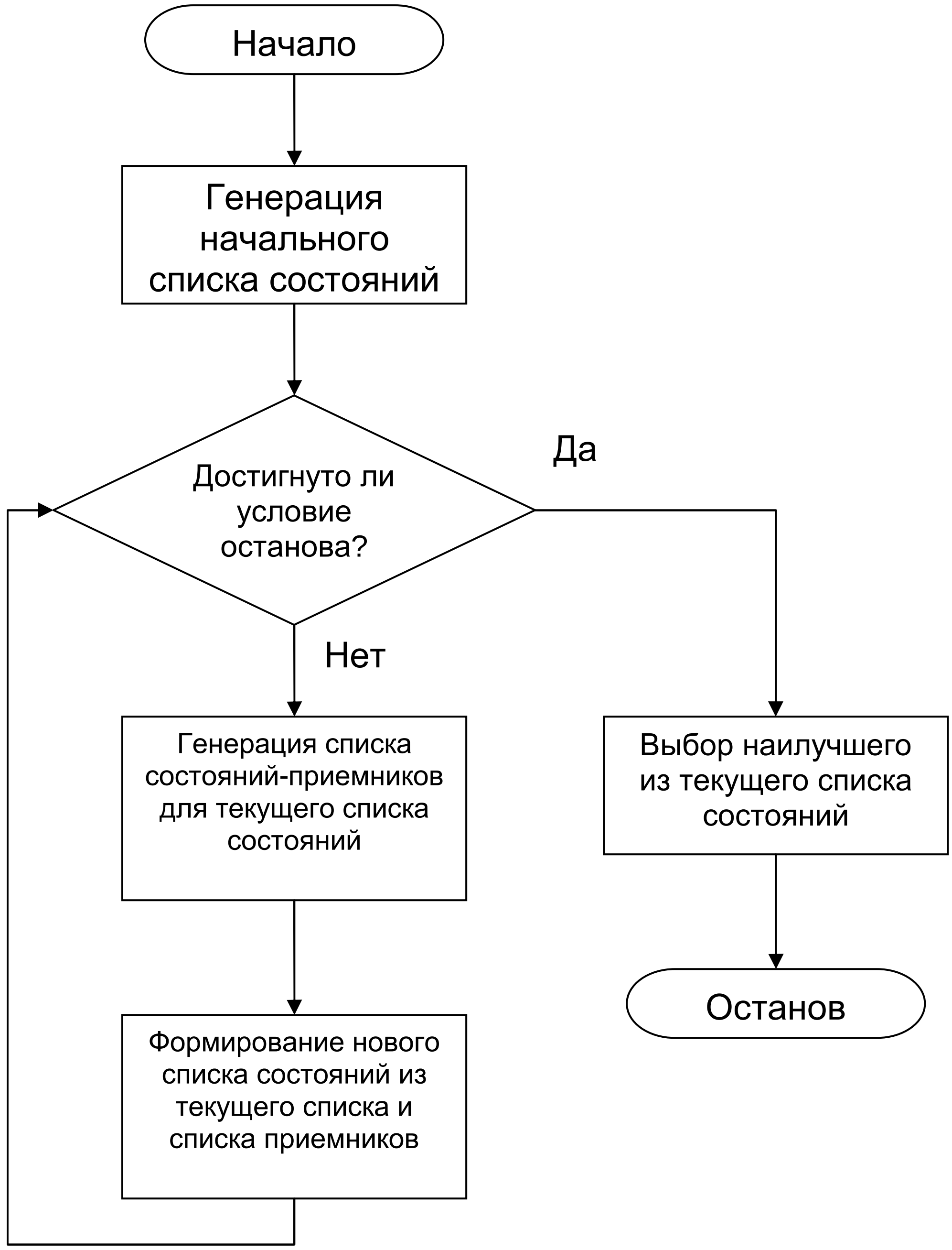

Рис. 16. **Общий вид алгоритмов локального поиска**

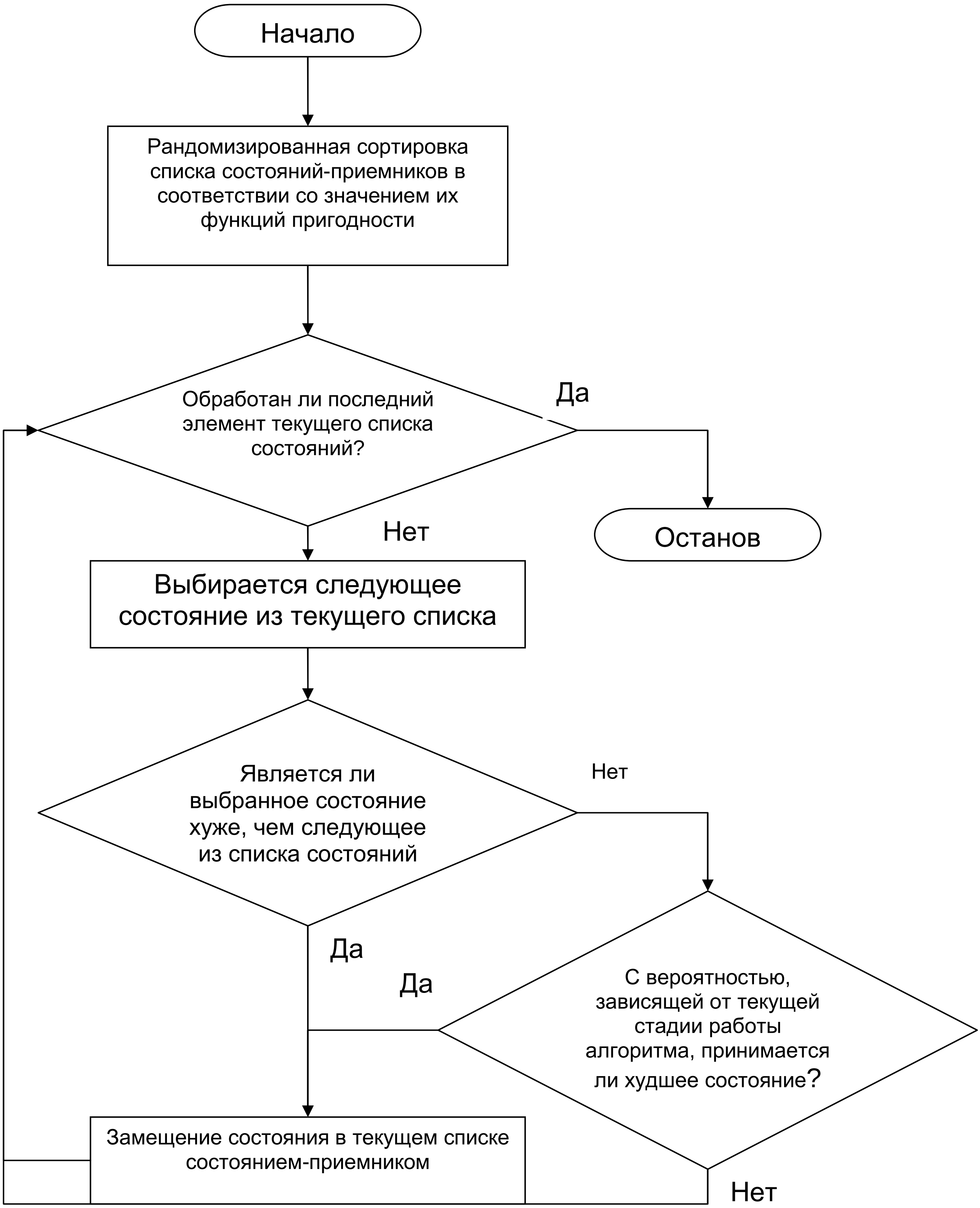

Рис.17. Формирование нового текущего списка состояний с помощью эвристики «эмуляция отжига»

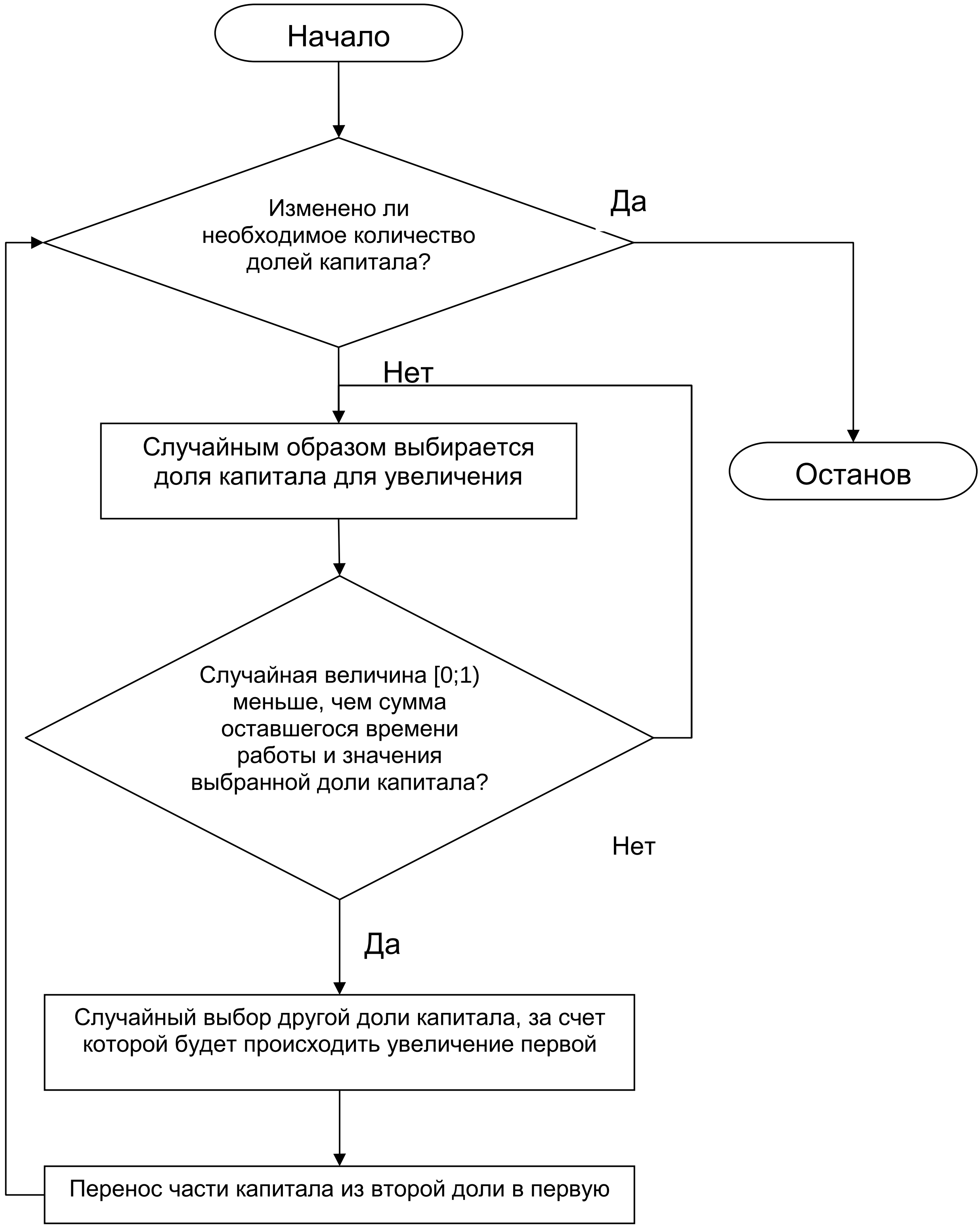

Рис.18. Генерация состояния приемника

2.7. Модель оценки финансовых активов (Capital Assets Pricing Model)

При попытке определить кривую эффективного множества Марковица, инвестор встречается с очевидными трудностями [199-200]. Так, известно, что для корректного статистического оценивания параметров модели необходимо, чтобы объем выборки (M) был больше объема оцениваемых параметров (m), то есть $M>m$. Если для примера взять условное число различных ценных бумаг, торгуемых на типичной европейской или американской бирже, равное 2000 и статистику по каждой бумаге включаящей данные за 100 последних месяцев, то получим объем выборки $M=T*N$=200000, в то время как число параметров m=N(N+3)/2=2003000, то есть практически на порядок больше. Сама же задача оценивания параметров становится неразрешимой.

Задача определения кривой эффективного множества Марковица может быть сильно упрощена с помощью введения процесса формирования дохода. Процессом формирования дохода называется статистическая модель, описывающая как образуется доход по некому активу.

Рыночная модель Шарпа, являющаяся одной из таких моделей, это однофакторной моделью, где в качестве фактора выступает доходность рыночного индекса (в качестве фактора могут выступать и другие экзогенные переменные, например различные макроэкономические показатели). В частности, это предполагает, что изменение доходности R_{it} ценной бумаги i за период t зависит от изменения доходности рыночного индекса (фактора) R_{It} и связано с ним следующим образом:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{It} + \xi_{it}, \text{ (i=1,..,N, t=1,…,T)}, \qquad (2.20)$$

где α_i - коэффициент смещения;

β_i -коэффициент наклона. В финансовой литературе этот коэффициент называют бета-коэффициентом актива;

ξ_{it}-случайная погрешность доходностей активов (с традиционными предположениями о симметричности, взаимной некоррелируемости и постоянстве дисперсии).

Сама же модель не имеет строгого экономического обоснования и не требует дополнительных предположений ни относительно рынка, ни относительно поведения его участников. Но, несмотря на свою простоту, данный подход лежит в основе многих более сложных и распространённых однофакторных и многофакторных моделей, таких как CAPM (модель оценки финансовых активов), APT (модель арбитражного оценивания), BARRA [88] и других. Однофакторная модель Шарпа, широко используется при формировании портфеля ценных бумаг многими практикующими инвесторами (например, http://www.stockexplorer.org).

Модель оценки финансовых активов CARM (Capital Assets Pricing Model) была разработана У. Шарпом в 1966 году и принесла автору Нобелевскую премию. Модель (равно как и APT) основана на экономической модели равновесия и предполагает, что цены финансовых инструментов достигают своих истинных значений (значения при которых достигается уравновешивание спроса и предложения активов). В теоретическом смысле CAPM можно рассматривать как дельнейшее развитие теории Марковица с дополнительными предположениями об участниках рынка и доступной им информации. Как отмечает Петерс [79, стр. 37]: «CAPM объединила гипотезу эффективного рынка EMH и математическую теорию портфеля Марковица в модели инвесторского поведения, основанной на рациональных ожиданиях в рамках общей концепции равновесия».

Так предполагается, что вся информация одинаково доступна всем участникам рынка, они ее одинаково интерпретируют, имеют однородные прогнозы и рационально реагируют, за счет чего цены и достигают состояния равновесия. Рынок, удовлетворяющий всем этим предположениям, называется совершенным рынком. Кроме того, в модели

CAPM предполагается наличие безрисковой ценной бумаги (например, государственные облигации или банковский счет), а также безграничная делимость всех активов.

В состоянии равновесия фондового рынка можно выделять следующее соотношение между ожидаемой доходностью некоторого портфеля активов и ожидаемой доходностью оптимального рискового портфеля, т.е. Т-портфеля:

$$\mu_P = R_0 + \frac{\mu_T - R_o}{\sigma_T}\sigma_P, \qquad (2.21)$$

где R_0 - безрисковый актив с фиксированной доходностью;

μ_T и σ_T - ожидаемая доходность и риск Т-портфеля.

Из этого соотношения можно выразить свойство CAPM (теорема о разделении) [72,с. 246]: «Оптимальный портфель рисковых ценных бумаг для всех инвесторов имеет одинаковую структуру (соответствующую Т-портфелю и определяемую вектором X_T), которая не зависит от предпочтений инвесторов относительно риска и ожидаемой доходности портфеля. Отсюда следует, что определение оптимальной структуры портфеля рисковых ценных бумаг и учет индивидуальных потребностей инвесторов относительно риска и ожидаемой доходности могут осуществляться раздельно».

Совокупность всех рисковых ценных бумаг, обращающихся на рынке, называется рыночным портфелем. М-портфель – будем называть рыночный портфель, имеющий структуру $X_M = (x_{M1}, x_{M2},...,x_{MN})^T$. Так как на рынке предполагается состояние равновесия и все инвесторы имеют одинаковую структуру портфеля, совпадающую с Т-портфелем, то получается, что $X_M = X_T$, $\mu_M = \mu_T$, $\sigma_M = \sigma_T$.

Если обозначить линию, соединяющую М-портфель и безрисковый актив, то получим прямую, называемую рыночной линией CML (Capital Market Line).

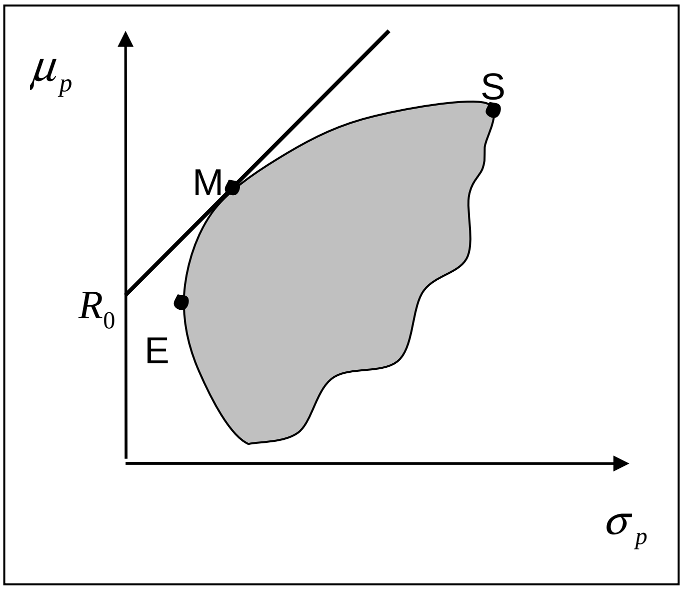

Рис. 19. Линия рынка капитала

CML определяется основным уравнением CAPM:

$$\mu_P = R_0 + \frac{\mu_M - R_o}{\sigma_M}\sigma_P, \qquad (2.22)$$

где, R_0 - плата за ожидание;

$\frac{\mu_M - R_0}{\sigma_M}$ - рыночная цена риска.

Из всех возможных портфелей предполагается, что инвесторы предпочитают именно портфели, лежащие на рыночной прямой, множество других возможных портфелей лежат ниже рыночной линии. Отметим, что риск в этой модели отнесен к рыночному портфелю, для измерения же риска конкретной ценной бумаги используется линейная мера чувствительности *i*-ой ценной бумаги к риску, называемая бета-коэффициентом (систематический риск по ценной бумаге). Бета коэффициенты рисковых ценных бумаг $\{\beta_i\}$ по отношению к *M*-портфелю имеют вид:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_M)}{D(R_M)} = \frac{\sigma_{Mi}}{\sigma_M^2}, \text{ i=1,2,…,N}, \qquad (2.23)$$

где R_i - доходность ценной бумаги; R_M - доходность рыночного портфеля; σ_{Mi} - ковариация *i*-ой бумаги с рыночным портфелем; σ_M - среднеквадратичное отклонение для рыночного портфеля.

Для инвестора становится понятным, что величина допустимого риска для каждой бумаги определяется ковариацией этой бумаги с рыночным портфелем. Это соотношение показывает, что инвесторы ожидают получить большую ожидаемую доходность, вкладывая капитал в активы с большим σ_{Mi} и расценивают это как плату за соответствующий риск.

Так как М-портфель является оптимальным портфелем ценных бумаг, то

$$\beta_i = \frac{\mu_i - R_0}{\mu_M - R_0}, \text{ i=1,2,…,N}, \qquad (2.24)$$

а значит

$$\mu_i = R_o + \beta_i(\mu_M - R_0). \qquad (2.25)$$

Тогда используя выражения (1.22) и (1.23) можно получить эквивалентное соотношение, определяющее связь между ожидаемой доходностью ценной бумаги и ковариацией ее доходности с доходностью рыночного портфеля:

$$\mu_i = R_o + \frac{\sigma_{Mi}(\mu_M - R_0)}{\sigma_M^2}. \qquad (2.26)$$

.Последние соотношения позволяют сравнивать ожидаемые доходности ценных бумаг при известных значениях $\{\beta_i\}$ и $\{\sigma_{Mi}\}$, при этом сами акции можно разбить на следующие группы [72, стр. 251]:

1. $\beta_i = 1$, $\sigma_{Mi} = \sigma_M^2$, тогда $\mu_i = \mu_M$. То есть ожидаемая доходность акции находится на уровне средней рыночной доходности;

2. $0 < \beta_i < 1$, $0 < \sigma_{Mi} < \sigma_M^2$, тогда $\mu_i < \mu_M$. Акции обладают меньшим риском, но при этом получаются менее доходными. Акции, принадлежащие к подобной группе, называются оборонительными.

3. $\beta_i > 1, \sigma_{Mi} > \sigma_M^2$, тогда $\mu_i > \mu_M$. То есть по акциям ожидается доходность выше средней, но этому сопутствует больший риск. Акции, принадлежащие к этой группе, называются агрессивными.

4. $\beta_i = 0, \sigma_{Mi} = 0$, тогда $\mu_i = R_0$. В данном случае имеем дело с безрисковым активом.

Данный сравнительный анализ популярен в среде инвестиционных аналитиков и используется при осуществлении активных стратегий инвестиционного менеджмента. Кроме того, возможна еще одна категория разбиения ценных бумаг – это разбивка акций на группы, сравнивая «справедливую» ожидаемую доходность μ_{it} в соответствии с CAPM моделью с фактической рыночной доходностью $\mu_{it}^{'}$ за некоторый период времени t:

$$\alpha_i = \mu_{it}^{'} - \mu_{it}. \qquad (2.27)$$

Положительное значение α является свидетельством недооцененной ценной бумаги и, следовательно, целесообразно включать ее в портфель. Отрицательное значение α означает, что цена на актив завышена и имеет смысл либо продать его, либо совершить операцию «короткая продажа».

В завершении рассмотрения классической CAPM модели, стоит отметить, что хотя сама модель и является стандартом для любой новой модели инвесторского поведения, в целом, в ней можно выделить ряд существенных недостатков [81, стр. 40]. CAPM по своему содержанию требует эффективного рынка и нормального (или логнормального) распределения, так как дисперсия предполагается конечной. На реальном рынке, как будет показано ниже, обнаруживаются периоды, когда нет нормального распределения, а есть фрактальное, не имеющее дисперсии, которую, как меру риска, минимизируют инвесторы.

Несмотря на критику CAPM модели в настоящее время продолжаются работы по ее улучшению. Например, весьма эффективный адаптивный вариант CAPM-модели недавно был разработан в работах В.В. Давниса [23-

25], а в настоящей диссертации разработан векторный вариант CARM модели для инструментов с различными инвестиционными горизонтами инвестирования.

2.8. Arbitrage Pricing Theory- арбитражная теория оценивания

В отличии от классической модели эффективного рынка, исключающей возможность арбитража, модель APT (Arbitrage Pricing Theory - арбитражная теория оценивания) предлагает в некоторых случая возможность увеличения ожидаемой доходности портфеля без увеличения риска. Модель была разработана С.Россом [141-142] и справедлива, так же как и CAPM, в условиях равновесия рынка и в некотором роде является обобщением CAPM. APT дает инвестору возможность построения арбитражных портфелей ценных бумаг.

В статистическом смысле эта модель более сложна, чем CAPM, поскольку основана на модели множественной линейной регрессии. В модельных предположениях рассматриваются доходности $\{R_{it}\}$ (i=1,2,…,N; t=1,2,…,T) для N активов, на которые воздействуют систематические и несистематические факторы. Систематические факторы – это контролируемые и измеряемые факторы $\eta_{1t}, \eta_{2t}, \ldots, \eta_{mt}$, оказывающие влияние на все активы, эти факторы отражают системный риск, связанный с макроэкономическими факторами (ВВП, учетная ставка, отраслевой индекс, цены какого-то биржевого товара и др.). Влияние соответствующих факторов и рисковые премии, связанные с ними, оцениваются методами факторного анализа (в тот же момент, стоит отметить, что согласно замечанию и убеждению практикующих трейдеров [80], использование факторного анализа не дает стабильных результатов). Несистематические факторы – это случайные и неконтролируемые собственные для каждого актива факторы $\{\xi_{it}\}$. Для инвесторов имеется возможность такой диверсификации портфелей, что устраняется влияние несистематического риска. Систематический риск невозможно диверсифицировать, но можно устранить, если использовать специальным образом сформированные портфели активов нейтральные к изменению систематических факторов (то есть обладающие нулевым риском по отношению к этим факторам). Такие портфели и называются арбитражными портфелями.

Относительно рынка предполагается, что он является полным и совершенным. Для рынка, на котором существует *m* факторов риска, модель доходности *i*-го актива за один период владения *t* описывается следующей моделью линейной регрессии:

$$R_{it} = a_i + b_{i1}\eta_{1t} + ... + b_{im}\eta_{mt} + \xi_{it}, \text{ (i=1,2,…,N)}, \qquad (2.28)$$

где $a_i = E(R_{it})$ - ожидаемая доходность актива при отсутствии влияния систематических факторов;

$b_{i1}, b_{i2t}, ..., b_{im}$- коэффициенты регрессии, показывающие влияние соответствующих факторов на доходность актива.

Уравнение зависимости между ожидаемой доходностью актива μ_i (*i*=1,2,…,*N*) и коэффициентами $\{b_{il}\}$ (*l*=1,2,…,*m*), известное как основное уравнение модели APT записывается так:

$$\mu_i = \lambda_0 + \lambda_1 b_{i1} + ... + \lambda_m b_{im}, \text{ (i=1,2,…,N)}, \qquad (2.29)$$

при этом в качестве *i*-го актива может выступать, как отдельная ценная бумага, так и некий портфель активов.

Основная проблема, с которой сталкиваются исследователи при попытке использовать APT связана с тем, какие факторы выбрать, сколько их выбрать, какой должен быть критерий включения фактора в итоговую модель. Понятно, что не всё многообразие доступных для анализа показателей влияет на поведение цены актива. Строить же модель сразу по всем доступным факторам не конструктивно – незначимые факторы будут играть роль шума и могут значительно искажать результаты, полученные с помощью модели. Кроме того, для разных активов можно выделить разные факторы риска, состав и количество факторов на реальном рынке может меняться во времени, существуют факторы, влияние которых сказывается не сразу, а с каким-то временным лагом (как например подорожание нефти на цену акций нефтяных или транспортных компаний).

Кроме того, и сам рынок, как будет показано далее, меняется со временем и поэтому построение модели APT, с нашей точки зрения, возможно, но только лишь на короткий период времени. Таким образом, использование этой модели в реальных условиях возможно лишь при регулярной адаптации ее параметров. С другой стороны, если модель все время меняется, то возникает проблема адекватности этой модели, и проблема проверки качества становится практически неразрешимой

Мы видим, что теория арбитражных рынков далека от завершенной формализации и может служить лишь некоторой гипотезой для исследований. Кроме того, и в самих уравнениях APT есть ограничение на применение данной теории, этим ограничением является наличие линейных связей между переменными, заложенные в регрессионные модели.

Данная модель, как и рыночная модель Шарпа, относится к факторным моделям. Факторная модель представляет собой попытку учесть основные экономические воздействия, влияние которых отражается на стоимости ценных бумаг. К этой же группе моделей относится модель BARRA [104], разработанная в 1970-х Розенбергом, которая кроме рыночных показателей учитывала финансовые показатели (в частности, данные баланса) компаний. Новая версия BARRA, называемая E2, использует 68 различных фундаментальных и промышленных факторов.

2.9. Векторный аналог теории CAPM. Коэффициенты Шарпа для инструментов с фиксированным горизонтом инвестирования

По аналогии с подходом Шарпа в предыдущем параграфе введем для рыночного инструмента два параметра: δ_1^m и δ_2^m. Параметр δ_1^m отвечает за темп роста инструмента при горизонте инвестирования m по сравнению с темпом роста индекса всего рынка с тем же горизонтом инвестирования:

$$Q^m_{\text{инстр}} = Q_{\text{безр}} + \delta_1^m \cdot (Q^m_{\text{рынка}} - Q_{\text{безр}}), \qquad (2.30)$$

где $Q^m_{инстр}$ – темп роста инструмента или портфеля при горизонте инвестирования m, $Q_{безр}$ – темп роста безрискового вложения, $Q^m_{рынка}$ – темп роста всего рынка при горизонте инвестирования m.

$\delta_1^m < 0$ говорит о том, что темп роста при горизонте инвестирования m меньше безрискового вложения ($Q^m_{инстр} < Q_{безр}$);

$\delta_1^m = 0$ означает, что темп роста инструмента с горизонтом инвестирования m совпадает с темпом роста безрискового вложения ($Q^m_{инстр} = Q_{безр}$);

$\delta_1^m < 1$ позволяет сделать вывод о том, что темп роста инструмента с горизонтом инвестирования m меньше темпа роста всего рынка ($Q^m_{инстр} < Q^m_{рынка}$);

$\delta_1^m = 1$ означает, что темп роста инструмента совпадает с темпом роста всего рынка, с тем же горизонтом инвестирования ($Q^m_{инстр} = Q^m_{рынка}$);

$\delta_1^m > 1$ определяет ценную бумагу с горизонтом инвестирования m, опережающую по темпу роста рынок в целом при горизонте инвестирования длины m ($Q^m_{инстр} > Q^m_{рынка}$).

Отметим, что величина δ_1^m имеет смысл только в случае выполнении условия, что темп роста рынка больше темпа роста безрискового вложения ($Q^m_{рынка} > Q_{безр}$).

Параметр δ_2^m отвечает за колеблемость инструмента по сравнению со степенью колеблемости всего рынка при горизонте инвестирования длины m:

$$V^m_{инстр} = \delta_2^m \cdot V^m_{рынка}\,, \qquad (2.315)$$

$V^m_{инстр}$ – колеблемость инструмента или портфеля, $V^m_{рынка}$ – колеблемость рынка.

$\delta_2^m = 0$ означает, что устойчивость инструмента максимальная и совпадает с устойчивостью безрискового вложения, то есть колеблемость равна нулю;

$\delta_2^m < 1$ означает, что устойчивость инструмента выше устойчивости всего рынка (защитная ценная бумага);

δ_2^m = 1 означает, что устойчивость инструмента совпадает с устойчивостью всего рынка ($V^m_{инстр} = V^m_{рынка}$);

δ_2^m > 1 определяет ценную бумагу с колеблемостью, превышающей колеблемость всего рынка (бумага с повышенным риском вложения).

В таблице 7 представлены коэффициенты Шарпа с фиксированным горизонтом инвестирования рассчитанные относительно индекса РТС.

Таблица 7.

Коэффициенты Шарпа с фиксированным горизонтом инвестирования для инструментов Российского фондового рынка

Инструмент	Наилучшие значения			Наихудшие значения			δ_2^m
	Длина периода (дней) m	Перио-дов 240/m	δ_1^m	Длина периода (дней) m	Перио-дов240/m	δ_1^m	
Ростелеком	240	1	1.9270246	10	24	1.705890	1.21200000
Аэрофлот	30	8	1.6119454	120	2	1.647077	2.08162801
НК Роснефть	1	240	-0.1340347	240	1	-.273610	1.55378449
Газпром	12	20	0.9195865	120	2	0.872236	1.52190566
Норильский никель	240	1	2.2040850	48	5	2.031666	2.70057971
Лукойл	12	20	-0.0043483	240	1	-.178532	1.63771511

Как видно из таблицы 17, 240 дней является оптимальной длиной периода инвестирования в акции кампании «Ростелеком». Так как в данном расчете 240 дней — это максимальная длина периода, то имеет смысл рассматривать и более длительные периоды. По доходности инструмент превосходит рынок почти в два раза, тогда как колеблемость незначительно больше.

Для акций кампании «Аэрофлот» можно сделать вывод, что длина периода инвестирования в 30 дней является оптимальной. Инструмент является более доходным по сравнению с рынком в целом, но его колеблемость превышает рыночную доходность в два раза. Результаты расчетов для акций НК «Роснефть» показывают, что данный инструмент во всех случаях является менее доходным, чем безрисковой актив, при колеблемости больше рыночной, а при длительных периодах инвестирования и вовсе становится убыточным.

Акции кампании «Газпром» даже при оптимальной длине периода инвестирования в 12 дней являются менее доходными, чем рынок в целом, при более высокой колеблемости.

ГМК «Норильский никель» является наиболее доходным инструментом при горизонте инвестирования в 240 дней, доходность превышает рыночную больше чем в 2 раза, колеблемость тоже значительно выше, таким образом, его можно отнести к высокодоходным, но высокорисковым инструментам.

Расчеты по акциям кампании «Лукойл» показывают, что доходность этого инструмента была меньше, чем доходность безрискового актива на любых инвестиционных горизонтах.

2.10. Средневзвешенный темп роста стоимости капитала (Weighted Average Rate of Growth of Capital, WARGC)

Обычно используемая характеристика - Средневзвешенная стоимость капитала (Weighted Average Cost of Capital, WACC) - является показателем, характеризующим стоимость капитала так же, как ставка банковского процента характеризует стоимость привлечения кредита. Отличие WACC от банковской ставки заключается в том, что этот показатель не подразумевает равномерных выплат, вместо этого требуется, чтобы суммарный приведенный доход инвестора был таким же, какой обеспечила бы равномерная выплата процентов по ставке, равной WACC.

WACC широко используется в инвестиционном анализе, его значение используется для дисконтирования ожидаемых доходов от инвестиций, расчета окупаемости проектов, в оценке бизнеса и других приложениях.

Дисконтирование будущих денежных потоков со ставкой, равной WACC, характеризует обесценивание будущих доходов с точки зрения конкретного инвестора и с учетом его требований к доходности инвестированного капитала.

Однако, использование WACC в качестве дисконтной ставки в многопериодном инвестиционном анализе, с нашей точки зрения не совсем корректно, фактически предполагается, что WACC может служить оценкой для среднего роста капитала инвестора. Вместо показателя WACC предлагается использовать новый показатель - Средневзвешенный темп роста стоимости капитала, WARGC (Weighted Average Rate of Growth of Capital):

$$K_e = R_f + ((R_m - R_f) \cdot (SDL / SDG) \cdot B_m \cdot (1 + D / E), \qquad (2.32)$$

где R_m – темп роста рыночного портфеля (индекса рынка) с учетом горизонта инвестирования; R_f - безрисковая ставка, доходность к погашению 5% суверенных облигаций в 2030 году по цене предложения; B - прогнозная «бета» инструмента с учетом горизонта инвестирования без учета долга; D/E - коэффициент отношения рыночной стоимости долга к рыночной стоимости акционерного капитала (позволяет учесть долг в коэффициенте «бета», чтобы отразить дополнительный риск от наличия долга в структуре капитала); R_m-R_f - премия за риск вложения в акции (на развитых рынках принимается на уровне 3.5%); SDL/SDG - корректировка на повышенную волатильность российского рынка по сравнению с развитыми рынками (измеряется как разница между волатильностью индекса РТС и волатильностью индекса S&P 500); SDL - Стандартное отклонение ежедневных изменений индекса РТС, измеряемое за последние 12 месяцев; SDG - стандартное отклонение ежедневных изменений индекса S&P 500 за последние 12 месяцев.

2.11. О связи между выбором стратегии рефинансирования портфеля и степенью уклонения от риска инвестора

Хорошо известно, что инвестор на фондовом рынке один и тот же процент потерь и дохода воспринимают по разному. И это легко объяснить. Так, например, доход в 50% капитала увеличивает капитал инвестора в полтора раза, в то время как потеря 50 % капитала уменьшает капитал в два раза. Однако, если потери и доход составляют незначительный процент капитала, например, по 5%, то в случае потери оставшийся капитал составит 95% от исходного и чтобы восстановить исходный капитал нам понадобится получить доход 5,26%, что практически совпадает с возможностью заработать 5% капитала в благоприятном случае.

Таким образом, степень уклонения рационального инвестора от риска на финансовом рынке зависит от величины капитала подверженного риску и от процентного соотношения возможных доходов к возможным убыткам.

Из сказанного выше вытекает, что величина риска зависит от величины свободных средств находящихся в распоряжении инвестора, что согласуется с трактовкой риска как ресурса [86].

Существует много различных трактовок рыночного риска. Риск трактуется как отклонение (дисперсия) стоимости портфеля или как дисперсия состоящая из квадратов отклонений вниз от средней доходности портфеля; как нижний 1%-5-% квантиль доходности (VAR) и другие.

Обычно каждый портфельный инвестор имеет свой горизонт инвестирования T=n*t, где n число малых периодов t, составляющих период T.

В настоящей работе показывается, как число реинвестиций портфеля на всем горизонте инвестирования T влияет на отношение инвестора к риску. Очевидно, что число реинвестиций на фиксированном временном горизонте прямо зависит от наличия свободных ресурсов портфельного инвестора. Так, например, будет показано, что стратегия «купил и держи» является стратегией лица наиболее сильно уклоняющегося от риска и следовательно является оптимальной стратегией для инвестора не обладающего свободными ресурсами. Такой инвестор, строя оптимальный портфель, будет максимизировать среднюю геометрическую доходность портфеля.

В то же время портфельный инвестор, обладающий максимальными свободными ресурсами будет реинвестировать свой портфель *n* раз на промежутке T, сообразуясь только с величиной трансзакционных издержек на реинвестирование. Оказывается, что поведение последнего инвестора – это поведение инвестора максимизирующего среднюю арифметическую доходность портфеля, то есть выбирающего портфель Марковица. Поведение такого инвестора можно охарактеризовать как нейтральное к риску.

Обычно вопрос о числе реинвестиций портфеля замалчивается в современной теории портфеля. Более того, требование самофинансируемости портфеля (а значит невозможность рефинансирования) является одним из первичных ограничений при построении современной портфельной теории.

Однако о важности количества реинвестиций портфеля можно судить уже на простейшем примере. Пусть первый инвестор не обладающий свободными средствами, вкладывает единицу капитала в самофинансируемый портфель на два периода (такая стратегия предполагает получение в расчете на один период среднего темпа роста капитала или что тоже самое средней геометрической доходности рассчитанной по двум периодам. Пусть второй инвестор, обладающий свободными средствами, рефинансирует портфель в каждом периоде, то есть каждый раз вкладывает единицу капитала сроком на один период. Такая стратегия предполагает получение средней арифметической доходности за два периода. Предположим, что в первом периоде потери портфеля составили 50% капитала, а во втором периоде доходность портфеля составила 70% вложенных средств. Тогда в результате потери первого инвестора за два периода составили 1- 0,5*1,7=0,15 , то есть 15% первоначального капитала, а прибыль второго инвестора (0,5+1,7)- 2=0,2, то есть 20% от вложенного за два года капитала.

Пусть x – финансовые инвестиции (вложения) в портфель, U(x) – степень (функция) полезности этих вложений. Полезность можно измерять по разному:

- как внутреннюю норму доходности IRR проекта с инвестициями x;
- чистую приведенную стоимость NPV проекта портфельных вложений x;

- приращение стоимости портфеля после дополнительного рефинансирования в размере х проекта;
- приращение степени роста стоимости портфеля (нормы прибыли) после дополнительного рефинансирования в размере х проекта;
- степень достижения какой либо иной цели в зависимости от инвестиции х;

Типичная зависимость полезности от объема вложений в реальной экономике такова. При малых х каждое новое дополнительное вложение расширяет возможности инвестора, поэтому вначале полезность вложений растет с сверхлинейной скоростью по х:

$U(x+1) > U(x) + U(1)$.

При больших значениях х каждая единица дополнительных вложений уже влияет на результат в меньшей мере, и функция полезности растет медленнее, чем линейная функция

$U(x+1) < U(x) + U(1)$

При средних значениях х функция полезности растет линейно по х:

$U(x+1) = U(x) + U(1)$.

Однако при вложениях в финансовые портфели рост функции полезности не зависит от размера вложений, так как связан не со структурой производства, а с изменением цен и размером дивидентов в расчете на одну акцию.

Характер роста функции полезности может быть использован для выяснения степени отношения инвестора к риску. Говорят, что инвестор избегает риска, если его функция полезности больше для детерминированных величин, чем для случайных величин. Математически это свойство выражается в виде неравенства

$$U\left(\sum_{i=1}^{n} p_i x_i\right) > \sum_{i=1}^{n} p_i U(x_i) \qquad (2.33)$$

где

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1;\ p_i \geq 0;\ i = 1,\ldots,n.$$

Функция $U(x)$ удовлетворяющая последним двум условиям называется вогнутой. Вогнутая функция полезности описывает предпочтения лица избегающего риска. Для вогнутой функции полезности справедливо свойство: отрезок соединяющий две точки графика функции, находится под графиком (рис.20).

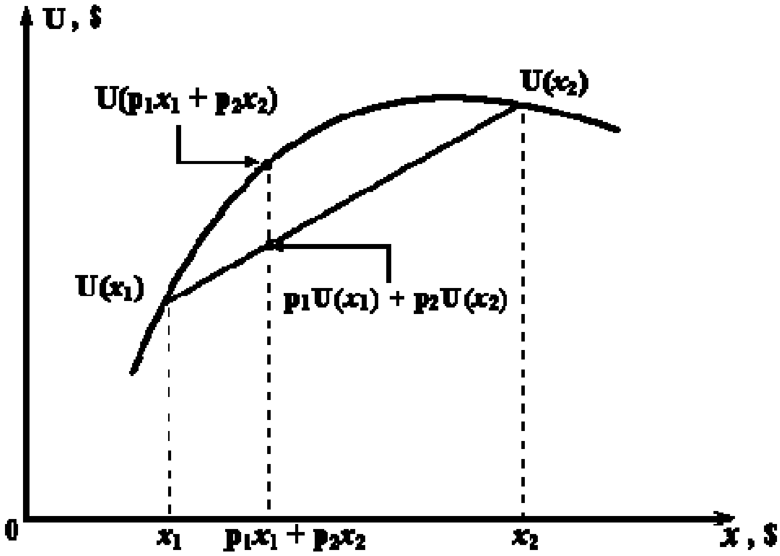

Рис.20. Вогнутая функция полезности.

Множители p_i в формуле (1) можно интерпретировать как вероятности возникновения ситуаций x_i. Следовательно, тогда $U(\sum_{i=1}^{n} p_i x_i)$ это полезность детерминированной величины – математического ожидания $M(x) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$ случайной величины x. То есть $U(M(x)) = U(\sum_{i=1}^{n} p_i x_i)$ Средняя ожидаемая полезность *M(U(x))* случайной величины x, принимающей возможные значения $x_1, x_2, \ldots, x_n$ с вероятностями $p_i \geq 0$, $i = 1,\ldots,n$ рассчитывается по формуле

$$M(U(x))=\sum_{i=1}^{n} p_i U(x_i).$$

Из (1) получаем неравенство

$$U(M(x)) > M(U(x)).$$

Таким образом детерминированная величина М(х) предпочтительнее случайной величины х. А разность (2) может трактоваться как степень уклонения от риска инвестора, то есть как премия которую готов платить инвестор, чтобы иметь дело не с математическим ожиданием случайной величины полезности, а с полезностью математического ожидания.

$$U(M(x)) - M(U(x)) = U(\sum_{i=1}^{n} p_i x_i) - \sum_{i=1}^{n} p_i U(x_i) \qquad (2.34)$$

Премия за риск – доплата к случайной величине, чтобы сделать ее для инвестора одинаково привлекательной с детерминированной средней случайной величины.

Назовем инвестора нейтральным к риску, если средняя полезность случайной величины равна полезности математического ожидания случайной величины. Математически эта характеристика инвестора выражается в виде равенства:

$$U(M(x)) = M(U(x))$$

или

$$U(\sum_{i=1}^{n} p_i x_i) = \sum_{i=1}^{n} p_i U(x_i).$$

Нейтральный к риску инвестор имеет линейную функцию полезности.

Предположим, что доходность инструмента или портфеля инструментов за элементарный период Δt может принимать только n дискретных значений $x_1, x_2, ..., x_n$ с вероятностями $p_i \geq 0$, $i = 1,...,n$, $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$.

Как уже было замечено выше, инвестор, максимизирующий математическое ожидание доходности за элементарный период Δt будет реинвестировать свой капитал К в конце каждого элементарного периода Δt.

Поэтому средняя доходность такого инвестора за элементарный период Δt равна

$$M(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i \,.$$

Выберем линейную функцию полезности $U(x) = x$. Тогда

$$U(M(x)) = U(\sum_{i=1}^{n} p_i x_i) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i = \sum_{i=1}^{n} p_i U(x_i) = M(U(x)).$$

То есть инвестор, максимизирующий математическое ожидание доходности портфеля за элементарный период Δt, например портфель Марковица без ограничений на дисперсию портфеля, нейтрален к риску.

Если инвестор вкладывает капитал в портфель Марковица с ограничением на дисперсию портфеля, то его функция полезности линейна при условии ограничения дисперсии в заданных пределах и равна $-\infty$ при превышении ограничений на величину дисперсии.

В то же время инвестор, который вложивший капитал в начальный момент времени и не реинвестирующий капитал за весь период Т, получит среднюю доходность за элементарный период Δt равную

$$M_{геом}(X) = \prod_{i=1}^{n} (1 + x_i)^{p_i} - 1 \qquad .$$

Приведенные выше формулы средней доходности инвесторов легко получаются переходом к пределу в выборочных частотных выражениях для средней доходностей инвесторов разных типов. Положим функцию полезности инвестора в виде

$$U(x) = \ln(1 + x) \text{-} 1 \,.$$

Тогда имеем для инвестора, изучающего полезность своей доходности для каждого элементарного периода Δt.

$$U(M(X)) = \ln(1 + \sum_{i=1}^{n} p_i x_i) - 1 = \ln \sum_{i=1}^{n} p_i (1 + x_i) - 1;$$

$$M(U(X)) = \sum_{i=1}^{n} p_i (\ln(1 + x_i) - 1) = = \ln \prod_{i=1}^{n} (1 + x_i)^{p_i} - 1$$

То есть, инвестор, не реинвестирующий капитал на периоде длиной Т является инвестором уклоняющимся от риска со степенью уклонения от риска (3):

$$U(M(X)) - M(U(X)) = \ln \sum_{i=1}^{n} p_i (1 + x_i) - 1 - \ln \prod_{i=1}^{n} (1 + x_i)^{p_i} + 1 =$$

$$= \ln \sum_{i=1}^{n} p_i (1 + x_i) - \ln \prod_{i=1}^{n} (1 + x_i)^{p_i} = \ln \frac{1 + M(x)}{\prod_{i=1}^{n} (1 + x_i)^{p_i}} \qquad (2.35)$$

Мера уклонения от риска (3) может служить аналогом дисперсии для инвестора с самофинансируемым портфелем на промежутке времени Т. Следовательно, налагая ограничения на поведение (3) и максимизируя среднюю геометрическую доходность портфеля на элементарном периоде, получаем класс оптимальных портфелей для инвесторов самофинансируемыми портфелями и уклоняющимися от риска в заданном диапазоне.

В рамках вероятностной модели изменения цен колебания случайной величины тесно связаны с ее дисперсией. Первая работа по изучению вероятностного характера динамики цен была написана Л.Башелье в 1900 году. Его модель описывалась уравнением

$$S_t = S_0 + \mu \cdot t + \sigma \cdot W(t),$$

где S_t -рыночная цена актива; $\mu \cdot$ постоянный коэффициент тренда; $\cdot W(t)$ - стандартный винеровский процесс, то есть случайный процесс с начальным значением W_0 и с независимыми на непересекающихся промежутках нормально распределенными приращениями.

Одним из недостатков модели Башелье является возможность отрицательных цен на активы, что ведет к финансовым парадоксам. При эмпирических проверках данной модели выяснилось, что независимыми надо считать не сами приращения цен, а логарифмы приращений. Математическая модель ценообразования в дифференциальной форме приняла следующий вид:

$$dS_t = S_0(\mu \cdot dt + \sigma \cdot dW(t)),\ t \geq 0. \tag{2.36}$$

Эта модель была предложена П. Самуэльсоном в 1965 году [194-195] и подробно изучена в работах Мертона в 1973 году [71]. Затем на основе этой модели Блек и Шоулс [125-126] получили свою знаменитую формулу для расчета цены опциона.

Из формулы (2) применяя формулу Колмогорова-Ито [106]

$$df(t,W_t) = f'(t,W_t)dW_t + \dot{f}(t,W_t)dt + \frac{1}{2} f''(t,W_t)dt$$

или в интегральной форме

$$f(t,W_t) - f(0,W_0) = \int_0^t \frac{df}{dx}(s,W_s)dW_s + \int_0^t \frac{df}{ds}(s,W_s)ds + \frac{1}{2}\int_0^t \frac{d^2 f}{dx^2}(s,W_s)ds$$

для функции $S_t = f(t,W_t)$ получаем следующее представление

$$S_t = S_0 \cdot \exp\left\{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma w_t\right\}, S_0 > 0. \tag{2.37}$$

Из последней формулы вытекает, что средний темп роста капитала за время t равен $\mu - \frac{\sigma^2}{2}$. В то время как средняя арифметическая доходность равна μ. То есть в модели Мертона-Самуэльсона степень уклонения от риска равна $\frac{\sigma^2}{2}$. В самом деле, если положить

$$U(x_t) = \ln S_t / S_0 = \ln \cdot \exp\left\{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma w_t\right\} = \left\{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma w_t\right\}$$

и $x_t = \dfrac{dS_t}{S_t} = \mu \cdot dt + \sigma \cdot dw_t$ - случайный темп роста капитала за время dt в момент времени t. Тогда имеем

$$U(M(x_t))= U(M(\mu \cdot dt + \sigma \cdot dw_t) = U(\mu \cdot t) = \ln \cdot \exp\{\mu \cdot t\} = \mu \cdot dt;$$

$$M(U(x_t)) = M(\ln S_t / S_0) = M(\ln \cdot \exp\left\{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma \cdot w_t\right\}) = \left\{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})t\right\}.$$

То есть

$$U(M(x_t)) = \{\mu \cdot t\} > \left\{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})t\right\} = M(U(x_t)).$$

Итак, доказано утверждение: долгосрочный инвестор, темп роста капитала которого описывается формулой (2) (моделью Мертона - Самуэльсона) является уклоняющимся от риска инвестором, со степенью уклонения от риска равной

$$U(E(x_t)) - E(U(x_t)) = \left\{\frac{\sigma^2}{2} t\right\}.$$

Рассмотрим теперь вопрос о выборе метода инвестирования на промежутке времени t в рискованные активы. Рассмотрим два предельных случая:

1. инвестирование постоянным капиталом в K_0 в каждый момент времени t с постоянным математическим ожиданием доходности в момент времени t $M(x) = a$ и дисперсией $D(x) = \sigma^2$. Тогда математическое ожидание накопленного к моменту времени T капитала инвестора составит $K_T = K_0(1 + aT)$;

2. инвестирование с начальным капиталом K_0 и последующим реинвестированием вложенных средств в каждый момент времени t. (Стратегия «купил и держи»). Тогда математическое ожидание капитала в момент времени T будет согласно формуле (3) равно

$$K_T = K_0 \cdot \exp\left\{(a - \frac{\sigma^2}{2})T\right\}, K_0 > 0. \qquad (2.38)$$

Очевидно, что при любом горизонте Т инвестирования при условии высокого риска , то есть при условии

$$a > 0, a - \frac{\sigma^2}{2} \le 0 \quad , \qquad (2.39)$$

Предпочтительным является первый вариант с постоянным инвестируемым капиталом на всем промежутке инвестирования, так как в этом случае второй вариант инвестирования ведет к уменьшению капитала инвестора

$$K_T = K_0 \cdot \exp\left\{(a - \frac{\sigma^2}{2})T\right\} \le K_0 .$$

При умеренном риске, то есть при условии

$$a > 0, a - \frac{\sigma^2}{2} > 0 ,$$

можно вычислить горизонт инвестирования T^* при котором при $T< T^*$

предпочтителен первый вариант инвестирования, а при $T> T^*$ - второй вариант инвестирования. Наконец, при $T= T^*$ первый и второй варианты инвестирования имеют одинаковую инвестиционную привлекательность.

Период инвестирования T* получим из решения уравнения

$$K_0(1 + aT) = K_0 \cdot \exp\left\{(a - \frac{\sigma^2}{2})T\right\}.$$

После сокращения на K_0, получаем

$$1 + aT = \exp\left\{(a - \frac{\sigma^2}{2})T\right\}. \qquad (2.40)$$

Для приближенного решения уравнения (2.40) разложим правую часть уравнения в ряд Тейлора по четвертого слагаемого включительно, а членами более высокого порядка пренебрегаем. Получаем уравнение относительно T*:

$$1+aT = 1+(a-\frac{\sigma^2}{2})T^* + \frac{(a-\frac{\sigma^2}{2})^2 T^{*2}}{2!} + \frac{(a-\frac{\sigma^2}{2})^3 T^{*3}}{3!} \qquad .$$

После преобразований получаем квадратное уравнение относитетельно T*:

$$\frac{(a-\frac{\sigma^2}{2})^3 T^{*2}}{3} + (a-\frac{\sigma^2}{2})^2 T^* - \sigma^2 = 0 \qquad . \qquad (2.41)$$

Окончательно, выпишем положительное решение квадратного уравнения (2.41):

$$T^* = \frac{\sqrt{(a-\frac{\sigma^2}{2})((a+\frac{5\sigma^2}{6})} - (a-\frac{\sigma^2}{2})}{\frac{2}{3}(a-\frac{\sigma^2}{2})^2} \qquad . \qquad (2.42)$$

ГЛАВА 3. КРАТКОСРОЧНЫЕ СТРАТЕГИИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ РЫНКА

3.1. Роль методов нелинейной динамики в прогнозировании случайных процессов с детерминированной компонентой

Философы и социологи часто называют современную цивилизацию «обществом риска». А в дальнейшем, с развитием научно-технического прогресса, повсеместным внедрением био-, инфо- и прочих неотехнологий, спектр рисков и возможные масштабы катастроф будут только увеличиваться. В этой связи все более актуальной становится задача управления рисками – прогнозирования и предупреждения всякого рода катаклизмов.

Связь между идеями нелинейной динамики и управлением рисками стала ясна недавно. Осознать ее помогла парадоксальная статистика техногенных катастроф. С помощью математического аппарата нелинейной динамики было показано, что все образчики «чудовищного невезения», сопутствующего прогрессирующему человечеству, вроде аварии на комбинате «Маяк», чернобыльского взрыва, гибели «Конкорда», Саяно-Шушенской ГЭС зачастую подчиняются неким универсальным сценариям возникновения хаоса из упорядоченного состояния, т.е. представляют из себя вариации на тему класса процессов с ограниченной предсказуемостью. «Хвосты» этих распределений убывают гораздо медленнее нормального, за что они получили название «распределений с тяжелыми хвостами». В этом случае вероятности отклонений от средних величин уже существенно больше по сравнению с распределением Гаусса.

Еще в середине 30-х годов создатель знаменитой «шкалы землетрясений» Чарльз Рихтер высказал предположение, что именно «распределения с тяжелыми хвостами» ответственны за катастрофы. В дальнейшем теория риска установила, что этот закон распределения вероятностей имеет фундаментальный характер для процессов, в которых существует обратные связи и неконтролируемое развитие процесса приводит к катастрофам. Сегодня исследователи сходятся во мнении, что степенные распределения «с тяжелыми хвостами» описывают не только природные, но и разнообразные техногенные катастрофы: аварии на атомных станциях и химических предприятиях, разрывы трубопроводов, неполадки в компьютерных сетях, более того, ими в значительной степени определяется развитие биосферы и поведение финансовых рынков. «Степенная» статистика описывает явления, при которых ущерб от одного самого крупного события может превосходить ущерб от всех остальных событий этого класса вместе взятых.

Ответ на вопрос, откуда берется степенная статистика, удалось получить благодаря новой парадигме нелинейной динамики – теории сложности и построенной в ее рамках теории самоорганизованной критичности.

Для всех степенных распределений общим является возникновение длинных цепочек причинно-следственных , в том числе обратных, связей: одно событие может повлечь другое, третье и т.д., в результате чего происходит «лавинообразный» рост изменений, затрагивающих всю систему. Причем окончание «лавины изменений» – переход к новому состоянию равновесия – может произойти не скоро. Исследование сложных систем, демонстрирующих самоорганизованную критичность (т.е. все тех же систем, относящихся к классу процессов с ограниченным горизонтом прогноза), показало, что такие системы сами по себе стремятся к критическому состоянию, в котором возможны «лавины» любых масштабов. Поскольку к системам такого сорта относятся биосфера, общество, инфраструктуры различного типа, военно-промышленный комплекс, множество других иерархических систем, результаты теории самоорганизованной критичности очень важны для анализа управляющих воздействий, разработки методов прогнозирования и «упреждающей защиты» от этих явлений.

Именно на базе нелинейной динамики теория рисков выработала своеобразную технику работы с незнанием, направленную на поиски закономерностей поведения произвольной нелинейной системы как целого. Оказывается, компьютерный анализ большого массива статистических данных позволяет выявить так называемые «предвестники» катастроф. Даже незначительный рост этих медленно меняющихся величин, рассчитываемых по определенным сложным формулам, сигнализирует о надвигающейся опасности.

Одним из первых идею о подобном применении методов нелинейной динамики высказал более 20 лет назад Владимир Кейлис-Борок (ныне – академик РАН, директор Международного института теории прогноза землетрясений и математической геофизики). Под его руководством был создан алгоритм прогноза, основанный на накопленных за многие годы данных сейсмической активности. Этот метод получил название М8, поскольку предназначался для прогноза достаточно сильных (более чем в 8 баллов) землетрясений. С 1985 года началось систематическое применение разработанного российскими учеными алгоритма. За это время было успешно предсказано пять из семи происшедших крупнейших землетрясений, в том числе Спитакское и Калифорнийское. Впрочем, «удачные» предсказания едва ли могут серьезно облегчить работу соответствующим «службам спасения»: точность данного метода крайне невелика – прогноз выдается с неопределенностью по времени в один – два года и с неопределенностью в пространстве в 200...400 км. Не слишком успешно применение данного метода и к прогнозу землетрясений слабее 8 баллов. Но даже с учетом этих оговорок продемонстрированная алгоритмом М8 возможность предсказывать землетрясения за несколько лет до их наступления представляется серьезным научным достижением.

Более того, уже обкатанный на прогнозе природных катаклизмов[6] алгоритм был применен Кейлис-Бороком с сотрудниками и в социально-экономической сфере. В рамках метода М8 анализировались экономические

---

[6] *Keilis-Borok V.I.* (ed). Intermediate-term earthquake prediction: models, algorithms, worldwide tests // Phys. Earth Planet. Inter. 1990. Spec. Iss. 61, N1/2.

рецессии в США с 1963 года по 1997 год. За основу были взяты 9 ежемесячных характеристик экономики США – объем ВВП, суммарный личный доход граждан, уровень безработицы и др. Расчеты на базе этих данных позволяли определить так называемые промежутки тревоги – периоды времени, за которыми должны были последовать рецессии. И действительно, все пять рецессий, происходивших с 1963 года по 1997 год, предварялись периодами тревоги. В одном случае тревога длилась 13 месяцев, в другом – 10, а в оставшихся трех случаях – по 3 месяца. Правда, данное исследование было ретроспективным, и результаты прогнозов группы Кейлис-Борока о следующих катаклизмах в американской экономике диссертанту не известны.

Наиболее яркий пример взаимопроникновения точного естествознания и наук об обществе – возникшее в середине 90-х годов новое междисциплинарное направление, эконофизика. Официальной датой ее рождения считается 1997 год, когда в Будапеште была проведена первый «эконофизический» семинар- конференция, а начиная с 1999 года Европейское физическое общество поставило организацию конференций «Применение физики в финансовом анализе» на поток – в декабре этого же года в Лондоне состоялась уже третья по счету конференция «эконофизиков». Проведение первой международной конференции состоялось в Бали в 2001 году. Секция эконофизики – неотъемлемая часть многих ежегодных международных и националных конференций по социальным наукам (ESHIA international Heterogeneous Interacting Agents), AKSOE и др.)

В России первый Всероссийский конгресс по эконофизике состоялся 3-4 июня 2009 г.

Многочисленные зарубежные последователи новой дисциплины (подавляющее их большинство по образованию – физики), вооружившись методами нелинейной динамики, сегодня активно вторгаются в заповедную зону экономической науки – в анализ и прогнозирование разнообразных финансовых потрясений (ибо, как мы уже отмечали, финансовые рынки, согласно представлениям нелинейной динамики, – всего лишь одна из вариаций систем с ограниченной предсказуемостью). Характерный пример подобных попыток – исследования группы Дэвида Лэмпера из Оксфордского университета. Лэмпер создал модель, позволяющую, по его мнению, эффективно предсказывать финансовые катастрофы. Его модель базируется на анализе стандартной системы, состоящей из множества игроков, конкурирующих друг с другом за ограниченные ресурсы. «Всеобщая взаимозависимость» поведения игроков приводит к тому, что система в целом оказывается очень чувствительной к небольшим флуктуациям. И хотя подавляющее их большинство так и остается малозначимым для рынка, отдельные «мелочи» способны вызвать «лавины изменений». Декларируемая новизна подхода Лэмпера состоит в том, что ему удалось «нащупать очаги будущей катастрофы» (те самые «предвестники», выявление которых – важнейшая задача «рискового прогнозирования») – ими оказались так называемые коридоры предсказуемости, внутри которых краткосрочные изменения параметров рынка с высокой степенью определенности соответствуют рациональным ожиданиям. Как ни странно, именно эти небольшие периоды «повышенной предсказуемости» поведения рынка зачастую предвещают последующие серьезные катаклизмы. С результатами его компьютерного моделирования вполне коррелирует и другое исследование флуктуаций финансовых рынков, проведенное Рикардо Мансиллой (Национальный университет Мехико). Мансилла также пришел к выводу, что непосредственно перед резкими изменениями на рынке возрастает предсказуемость. К этим же выводам приводят результаты исследований по оценке степени детерминированности временного ряда методами нелинейной динами и теории хаоса авторов настоящей книги.

Лавинообразный рост исследований, наблюдающийся в последние годы в сфере анализа и прогнозирования процессов с ограниченной предсказуемостью, безусловно, в значительной степени объясняется увеличением вычислительной мощи используемых при моделировании этих процессов компьютеров. Однако, по мнению ведущего отечественного специалиста в данной области, заместителя директора Института прикладной математики РАН профессора Георгия Малинецкого, оптимистические ожидания, типичные для нашего общества, связывающего слишком много надежд с компьютерными технологиями, пока явно опережают реальный прогресс в этой научной сфере: «Вначале предполагалось, что автоматизированные системы управления позволят резко повысить эффективность экономики. Но экономика оказалась не готова к этому. Большие надежды возлагались на вычислительный эксперимент, связанный с компьютерным решением различных уравнений. Но выяснилось, что для описания многих важных объектов у нас нет соответствующих уравнений, а если они и есть, то определение коэффициентов и настройка модели сами по себе представляют исключительно сложную задачу. Ахиллесовой пятой алгоритмов прогноза для социально-экономических систем и задач по управлению риском являются данные. Для того чтобы «научить» соответствующие компьютерные системы, нужно иметь длинные ряды достоверных и достаточно точных данных, характеризующих различные стороны изучаемого объекта. Пока этого практически нигде нет. Только восполнив этот пробел, можно существенно повысить качество прогноза».

На сегодняшний день основная масса литературы, посвященной рыночной экономике, основывается на линейных моделях. Такие модели имеют ограниченную пользу, не отвечают реальному поведению рынка, не дают объяснений внезапных сильных колебаний на финансовых рынках. Можно отметить разрыв между действительными экономическими реалиями и экономическими теориями.

В последнее время все большее внимание уделяется исследованию финансовых временных рядов с точки зрения теории хаоса [9-10, 52, 91, 97,113- 114]. Это достаточно новая область, которая представляет собой активно развивающийся раздел математических методов экономики.

Математическая теория хаоса, являющаяся одним из направлений нелинейной динамики, позволяет выявить сущность глубинных экономических процессов, часто скрытых и неявных, и разработать основу для принятия решений в таких ситуациях [47, 48, 129]. Возрастание интереса к нелинейной динамике можно связать в основном с двумя факторами – широким распространением и доступностью мощных персональных компьютеров и осознанием важности изучения динамики хаотических систем. Появление ПК вызвало к жизни экспериментальные исследования, которые оказались необходимы ввиду неполноты теоретических представлений в данной области. Обнаруженные на практике хаотические системы породили весьма важные, трудные, но интересные задачи на всех уровнях: от самых абстрактных математических до конкретных задач прикладной физики.

Можно выделить два основных этапа в развитии нелинейной динамики: [56, 67]:

1. Этап диссипативных структур (1950-1980-е гг.). Понятие «диссипативных структур» было введено И. Пригожиным [69], основателем современной теории сложности, нобелевским лауреатом, и относится прежде всего к диссипативным процессам (т.е. к процессам вязкости, диффузии, теплопроводности). Такие процессы позволяли исследуемым системам «забыть» начальные данные и сформировать с течением времени подобные стационарные структуры. Задача анализа сводилась к определению изменения и конфигурации структур при вариации внешних параметров и начальных данных. Соответствующий математический аппарат нелинейной динамики на этом этапе определялся качественной теорией ветвлений (бифуркаций) решений дифференциальных уравнений. Эти разделы математики интенсивно разрабатывались со времен А. Пуанкаре (конца XIX века), успешно применялись в теории колебаний, (в том числе и в г. Воронеже, группой ученых под руководством профессора М.А.

Красносельского), что не в последнюю очередь обеспечило первые успехи синергетики.

Математическими образами эпохи стали притягивающие множества (аттракторы) в фазовом пространстве, при этом простейшим аттракторам – неподвижным точкам – соответствовали стационарные, не меняющиеся со временем структуры, а с 70-х годов XX века - более сложные структуры – аттракторы, предельные циклы – различные периодические волновые процессы.

2. Этап динамического хаоса (с начала 1980-х гг. и по настоящее время) [58, 109]. Термин «детерминированный или динамический хаос», под которым понимается непредсказуемое поведение детерминированных систем, был введен в научный обиход в 1975 г. Т.-У. Ли и Дж. Йорком. Термин «динамический» (детерминированный) означает, что отсутствуют источники случайных флуктуаций. Важным понятием данного этапа стала чувствительность к начальным условиям: экспоненциальное разбегание двух близких траекторий для класса хаотических аттракторов. При этом скорость разбегания можно определить путем вычисления положительной величины наибольшего показателя Ляпунова. Вследствие этой чувствительности становится невозможным сравнить траекторию объекта и модели для одних и тех же моментов времени, так как даже малая ошибка в начальных данных будет экспоненциально нарастать, что приведет, в конечном счете, к совершенно разным траекториям. Поэтому приходится ограничиваться либо кратковременными прогнозами, либо искать адекватные способы сравнения поведения модели и объекта (например, возможно использование некоторых функционалов от траектории, определяющих количественные характеристики хаоса). К основным типам задач, которые решались на этом этапе, можно отнести задачи анализа временных рядов (в частности, нахождение горизонта прогноза), построения прогнозирующих систем, определения законов движения объекта по ограниченному ряду наблюдений.

Можно отметить, что необходимость большой выборки очень точных измерений, предшествующих состояний объекта, для алгоритмов нахождения количественных характеристик хаоса и построения прогнозирующих систем делает эти алгоритмы достаточно «капризными». Как указывается в [67] «В то же время живые существа такими данными для обучения не располагают, поэтому неясно, как им удается эффективно ориентироваться в быстро меняющейся обстановке. Таким образом, можно сказать, что возник новый класс задач, весьма сложный для разработчиков программ и легко решаемый биологическими субъектами».

Символами этой эпохи [109] стали субгармонический каскад, множества Кантора, аттрактор Хенона, система Лоренца. Заметим, что именно Э. Лоренц в 1963 г. явился одним из основоположников теории хаоса.

Можно выделить следующие причины, вызвавшие повышенный интерес на сегодняшний день к теории хаоса:

- исследование хаоса обеспечивает новые концептуальные и теоретические средства, позволяющие понять сложное поведение систем, которое не удавалось объяснить другими теориями;
- хаотическое поведение универсально и проявляется в самых разных областях, таких, например, как в механических осцилляторах, электрических цепях, химических реакциях, нервных клетках, нагреваемых жидкостях, экономических системах, в том числе, как будет показано далее, и на финансовых рынках.

Теория хаоса [34] является основным подходом к анализу так называемых маломасштабных разрывов (резких скачков), крупномасштабными разрывами занимается теория катастроф [5, 93]. Этот тип разрывов был введен Р. Томом в 1972 г. и Е. Зиманом в 1977 г. Крупномасштабные разрывы (катастрофы) происходят в определенном состоянии переменных при изменении других, управляемых переменных, которые достигают критических бифуркационных значений. В применении к экономике теорию катастроф впервые продемонстрировал Е. Зиман в задаче о крахе спекулятивных «пузырей» на финансовом рынке. Теория катастроф предложила анализ обшей структуры крупномасштабных разрывов, но подверглась критике за отсутствие моделей, позволяющих предсказать их наступление.

Оба подхода к динамике разрывов и теорию катастроф, и теорию хаоса можно рассматривать как частные случаи более широкой категории - теории бифуркаций, поскольку внезапные изменения, разные по масштабу, возникают в бифуркационных точках, где и происходят скачки на плавных хаотических траекториях. Возможным синтезом этих подходов является порядок. Такой прием предложен И. Пригожином в 1977 г. и разработчиком синергетики Г. Хакеном в 1983 г. [101]. По их мнению, оба типа разрывов являются одновременно и большими, и малыми. Последние будут возбуждать первые при колебаниях системы вблизи крупномасштабных точек бифуркации, где будут происходить катастрофы. Таким образом, хотя хаос может возникать из катастроф в смысле последовательности переходных бифуркаций, катастрофы более высоких порядков могут, в свою очередь, возникать из хаоса.

При анализе хаотических явлений необходимы некоторые меры (критерии), позволяющие получить количественную оценку хаоса, сравнить теоретические и экспериментальные наблюдения, выявить отличие хаотического ряда от случайного.

В диссертации предлагаются два метода позволяющих на некоторых временных участках прогнозировать динамику ряда. Это метод Гельдеровых экспонент и метод оценки вероятностей состояний на основе скрытых Марковских цепей. Разрабатываемые методы тесно связаны с обнаружением временных отрезков «русел» и «джокеров» при прогнозировании временных рядов методами нелинейной динамики[7].

[7] Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Современные проблемы нелинейной динамики.-М.: Эдиториал УРСС, 2000 -336с.

3.2. Оценка долговременной памяти у временных рядов на основе исследования поведения дисперсии ряда

Одним из основных результатов элементарного курса статистики является следующий: “Дисперсия выборочного среднего равна дисперсии одного наблюдения деленной на объем выборки”. Точнее, если $x_1, x_2, \dots, x_n$ – наблюдения с общим средним $M(x_i) = \mu$ и дисперсией $\sigma^2 = D(x_i)$, тогда

$$D(\bar{x}) = D(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i) = \frac{\sigma^2}{n}. \qquad (3.1)$$

Второй результат, изучаемый в статистике, следующий: “Генеральная средняя оценивается с помощью выборочной средней

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

и для достаточно большой (n>30) выборки (1 - α) – доверительный интервал для $M(xi) = \mu$ задается формулой:

$$\overline{X} \pm z_q \sigma \frac{1}{\sqrt{n}}, \qquad (3.2)$$

если σ^2 – известно, и

$$\overline{X} \pm z_q S \frac{1}{\sqrt{n}}, \qquad (3.3)$$

если σ^2 – требует оценки.

В формулах (2), (3) $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ – исправленная выборочная дисперсия и z_q – верхний (1 - $\alpha/2$) – квантиль стандартного нормального распределения. Часто, предположения, для которых справедливы формулы (1) – (3) считаются само собой выполненными. Однако, насколько надежны эти формулы оказываются при использовании их на практике? Будет ли формула (1) хорошим приближением для дисперсии среднего, а (2), (3) действительно содержит с вероятностью (1 - α) настоящее значение генеральной средней μ? Рассмотрим набор простых условий, при которых формула (1) справедлива.

1) Генеральная средняя $M(x_i) = \mu$ существует и конечна.

2) Генеральная дисперсия $\sigma^2 = D(x_i)$ существует и конечна.

3) $x_1, x_2, \ldots, x_n$ – некоррелированные случайные величины, то есть $\rho(i, j) = 0$, $i \neq j$;

$$\rho(i, j) = \frac{\gamma(i, j)}{\sigma^2} = \frac{M[(x_i - \mu)(x_j - \mu)]}{\sigma^2}, \qquad (3.4)$$

$\rho(i, j)$ – коэффициент корреляции между xi и xj.

Если

$\sum_{i \neq j} \rho(i, j) = 0,$ то формула (1) верна, так как

$$\sum_{i, j=1}^{n} \rho(i, j) = \sum_{i=1}^{n} \rho(i, i) = \sum_{i=1}^{n} \sigma^2 = n\sigma^2,$$

что и требовалось. Если же

$$\sum_{i \neq j} \rho(i, j) \neq 0,$$

то

$$D(\overline{X}) = \sigma^2 [1 + \delta_n] / n = \sigma^2 [1 + \frac{1}{n} \sum_{i \neq j} \rho(i, j)] \frac{1}{n}. \qquad (3.5)$$

Если $\rho(i, j)$ зависит только от $k = |i - j|$, тогда формула (5) упрощается

$$\delta_n = 2 \sum_{k=1}^{n-1} (1 - \frac{k}{n}) \rho(k). \qquad (3.6)$$

Говорят, что процесс стационарен, если

$M(x_i) = \mu$ - const, и

$\rho(i, j) = \rho(i - j) = \rho(k)$.

Рассмотрим, для начала, AR(1)-процесс, то есть процесс авторегрессии первого порядка:

$$X_i = aX_{i-1} + \varepsilon_i, \quad a \in (-1, 1) \qquad (3.7)$$

с независимыми приращениями ε_t, которые нормально распределены с нулевым средним и постоянной дисперсией σ_ε^2. Тогда, легко видеть, что

$$\rho(i, j) = \rho(i - j) = a^{|i - j|}. \qquad (3.8)$$

Отсюда получаем

$$D(\overline{X}) = \frac{1}{n^2}\sum_{i,j=1}^{n}\gamma(i, j) = n^{-2}\delta^2[\sum_{i=1}^{n}1 + \sum_{i\neq j}a^{|i-j|}] = \frac{\sigma^2}{n}[1 + 2\sum_{i=1}^{n-1}(1-\frac{k}{n})a^k].$$

Последняя формула переписывается в виде

$$D(\overline{X}) = \sigma^2(1+\delta_n)/n, \qquad (3.9)$$

где

$$\delta_n = 2\sum_{i=1}^{n-1}a^k - \frac{2}{n}\sum_{k=1}^{n-1}ka^k = 2\left(\frac{a-a^n}{1-a}\right) - \frac{2a}{n}\left(\sum_{k=1}^{n-1}ka^{k-1}\right) =$$

$$= \frac{2a}{1-a}\left(1-a^{n-1}\right) - \frac{2a}{n}\frac{(1-na^{n-1})(1-a)+a-a^n}{(1-a)^2} =$$

$$= \frac{2a}{1-a}\left(1-a^{n-1} - \frac{1}{n(1-a)} + \frac{a^n}{n(1-a)} + a^{n-1}\right) =$$

$$= \frac{2a}{1-a}\left(1 - \frac{1}{n(1-a)} + \frac{a^n}{n(1-a)}\right).$$

Следовательно, для больших выборок имеем,

$$D(\overline{X}) \approx \sigma^2[1+\delta(a)]/n = \sigma^2 c(a)/n, \qquad (3.10)$$

где

$$\delta(a) = \frac{2a}{1-a}, \qquad c(a) = 1 + \delta(a).$$

В таблице 9 показывается, что если a близко к единице (то есть мы приближаемся к случаю единичного корня), то σ^2/n - плохая аппроксимация дисперсии $D(\overline{X})$. В этом случае надо уметь оценивать $c(a) = 1 + \delta(a)$. Сильную зависимость между соседними наблюдениями можно наблюдать, если, во-первых, соседние наблюдения близкие (a –

близко к единице), и, во- вторых, если соседние наблюдения меняют свое положение относительно общей средней (a ≈ -1) .

Таблица 9.

a	-0,8	-0,6	-0,4	-0,2	0	0,2	0,4	0,6	0,8
c(a)	0,11	0,25	0,43	0,67	1	1,5	2,23	4	9

Важно заметить, что за исключением множителя c(a) формула (3.1) не претерпела изменений. Дисперсия $\overline{X}$ продолжает быть пропорциональной 1/n. Тот же результат будет справедлив, если следующий предел

$$\delta(\rho) = \lim_{n\to\infty} \delta_n(\rho) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{i\neq j} \rho(i, j) \qquad (3.11)$$

существует, конечен и больше, чем -1. В этом случае

$$D(\overline{X}) \approx \sigma^2 (1 + \delta(\rho))/n = \sigma^2 c(\rho))/n. \qquad (3.12)$$

Хорошо известные модели временных рядов демонстрируют именно такое поведение. Это, в частности, модели авторегрессии – скользящего среднего (АРСС - модели). Формула (3.12) является обобщением формулы (3.1) и позволяет константе $c(\rho)$ быть отличной от единицы. Является ли это обобщение достаточным? В принципе, константа $c(\rho)$ может быть сделана любым положительным числом. Поэтому можно было бы предположить, что формула (3.12) достаточна для всех приложений. Однако, для некоторых временных рядов, дисперсия $D(\overline{X})$ отлична от формулы (3.1) не только за счет константы $c(\rho)$, но и за счет скорости, с которой $D(\overline{X})$ стремится к нулю при $n \to \infty$.

Так как есть только конечное число наблюдений, то невозможно доказать со 100% уверенностью, что $D(\overline{X}) \to 0$ медленнее, чем 1/n. Для данного n есть всегда соответствующая константа c, такая, что $D(\overline{X})$= c/n. Однако, если брать выборки возрастающего объема, и константы c для этих выборок увеличиваются, то этот факт сигнализирует о том, что предположение о равенстве $D(\overline{X})=$ c/n неверно. В этом случае модель, например, АРСС-модель, будет плохо вести себя на проверочной последовательности, а число параметров модели будет велико. Следовательно, важно правильно определить степень убывания $D(\overline{X})$ к нулю. Предположим, что

$$D(\overline{X}) \approx \sigma^2 c(\rho))/n^{\alpha}, \quad \alpha \in (0,1), \tag{3.13}$$

где

$$c(\rho) = \lim_{n\to\infty} n^{\alpha-1} \sum_{i\neq j} \rho(i,j). \tag{3.14}$$

Если

$$\rho(i,j) = \rho(i-j),$$

то, чтобы было выполнено (3.13), потребуем справедливость оценки

$$n^{-1} \sum_{i\neq j} \rho(i,j) = \sum_{k=1}^{n-1} 2\left(1-\frac{k}{n}\right)\rho(k) < \sum_{k=-(n-1)}^{n-1} \rho(k) \approx const * n^{1-\alpha}. \tag{3.15}$$

Если $\alpha < 1$, то

$$\sum_{k=-\infty}^{k=\infty} \rho(k) = \infty. \tag{3.16}$$

Или, в частном случае, (3.16) выполнено, если

$$\rho(k) \approx c_{\rho}(k)|k|^{-\alpha}, \tag{3.17}$$

при $k \to \infty$, и c_ρ - конечная положительная константа.

Интуитивно ясно, что если выполнено (3.17) или (3.16), то изучаемый процесс имеет долговременную память. Зависимость между событиями медленно гаснет с увеличением расстояния по времени между ними. Рассмотрим спектральную плотность такого процесса

$$f(\lambda) = \frac{\sigma^2}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \rho(k) e^{ik\lambda}, \tag{3.18}$$

тогда из (3.17) вытекает, что

$$f(\lambda) \approx \frac{\sigma^2}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_\rho |k|^{-\alpha} e^{ik\lambda}, \qquad \text{и} \quad f(\lambda) \approx c_f |\lambda|^{\alpha-1}$$

при $\lambda \to 0$, c_f – положительная константа.

Если $\alpha < 1$, то спектральная плотность стремится к бесконечности в начале координат, то есть имеет полюс в нуле. Для АРСС- процессов стремление к нулю автокорреляций экспоненциальное, то есть

$$|\rho(k)| \le ba^k, 0 < k < \infty.$$

Следовательно,

$$\sum_{k=-\infty}^{k=\infty} \rho(k) < \infty.$$

Ранее это было показано для АР(1)- моделей. Можно заметить, что различие между $\sigma n^{-\frac{1}{2}}$ и $\sqrt{D(\overline{X})}$ при $\rho(k) = a^{|k|}$ несущественное для малых а , и становится существенным при $a \to 1$. Если же предполагать, что $\rho(k) = \gamma |k|^{-0,2}$, то различие между $\sigma \cdot n^{-\frac{1}{2}}$ и $\sqrt{D(\overline{X})}$ становится существенным уже при малых γ (см. таблицу 10). В таблице 10 приведены отношения $\sigma n^{-\frac{1}{2}} / \sqrt{D(\overline{X})}$.

Таблица 10.

$\rho(k) = a^{\vert k \vert}$	$n = 50$	$n = 100$	$n = 400$	$n = 1000$
$a = 0,1$	1,108	1,107	1,106	1,106
$a = 0,5$	1,755	1,744	1,735	1,733
$a = 0,9$	4,475	4,451	4,410	4,380
$\rho(k) = 0,1 \vert k \vert^{-0,2}$	2,007	2,526	4,197	5,978
$\rho(k) = 0,5 \vert k \vert^{-0,2}$	4,018	5,283	9,169	13,218
$\rho(k) = 0,9 \vert k \vert^{-0,2}$	5,316	7,032	12,269	17,711

Отметим, что в рядах с долговременной памятью различие между $\sigma n^{-\frac{1}{2}}$ и $\sqrt{D(\overline{X})}$ возрастает также с ростом n , а не только с ростом коэффициента γ при $|k|^{-0,2}$.

3.3. Методология расчета локальных Гельдеровых экспонент и анализ их флуктуаций в предкризисный период

Расчет характеристик мультифрактальности является одним из основных в данной теории. Как уже отмечалось, новая методология расчета индекса волатильности по сравнению с расчетом классической константы Херста дала возможность значительно продвинутся в изучении фрактальных временных рядов за счет уменьшения числа необходимых для расчета характеристик наблюдений.

Расчет Гельдеровых локальных экспонент осуществляется согласно следующему алгоритму. Пусть $Y(t)$ значение финансового инструмента в момент времени t. Определим функцию $X(t,\Delta t)$ формулой

$$X(t,\Delta t) = (\ln Y(t+\Delta t) - \ln Y(t))^2. \qquad (3.19)$$

Далее разобьем временной интервал $[0,T]$ на n частей длины Δt и определим выборочную сумму $Z_q(T,\Delta t)$ формулой:

$$Z_q(T,\Delta t) = \sum_{i=0}^{N-1} \left| X(i\cdot\Delta t,\Delta t) \right|^q \qquad (3.20)$$

Далее определим для выборочной суммы $Z(T,\Delta t)$ скейлинговую функцию $\tau(q)$:

$$\tau(q) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\ln Z_q(T,\Delta t)}{\ln \Delta t} \qquad (3.21)$$

Весь спектр фрактальных размерностей для логнормального квадрата доходности $X(t,1)$ на некотором единичном временном промежутке рассчитаем по формуле:

$$D_q = \frac{\tau(q)}{q-1} \quad . \tag{3.22}$$

Наконец, дифференцированием скейлинговой функции $\tau(q)$ получаем локальный показатель Гельдера:

$$\alpha = \frac{d\tau(q)}{dq}. \tag{3.23}$$

Прежде всего вычисление локального показателя Гельдера позволяет определить является ли временной ряд монофрактальным (в случае постоянства показателя α) или мультифрактальным (в случае переменного α). Для монофрактальных рядов функция $\tau(q)$ очевидно имеет линейный характер поведения, а $D_q \neq D_0$ для некоторого q. Мультифрактальный характер временного ряда означает, что $X(t,\Delta t) \sim (\Delta t)^{\alpha(t)}$. Для геометрического броуновского движения $\alpha(t) = 1$

В работе И.А.Агаева и Ю.А.Куперина [120] изучалась связь между кризисами и поведением локальных Гельдеровых экспонет на двух рынках: американском рынке акций (DJLA индекс) на двух периодах: с 1980-1988 гг и на 1995-2002гг и на российском валютном рынке (обменный курс RUR-USD) за 1992-1993 гг и за 1994-1999 годы. Расчеты проводились с помощью модуля Fraclab – модуля свободно распространяемой программы научных вычислений Scilab. Существуют и более точные алгоритмы расчета локальных Гельдеровых констант (см. отчет «Multifractal Description of Resource Exhaustion Data in Real Time Operating System» M.Shereshevsky, J. Crowell and B. Cukic, July 2001. (Технический отчет по проекту“Fractal Analysis of Resource Exhaustion in Real Time Operating System”).

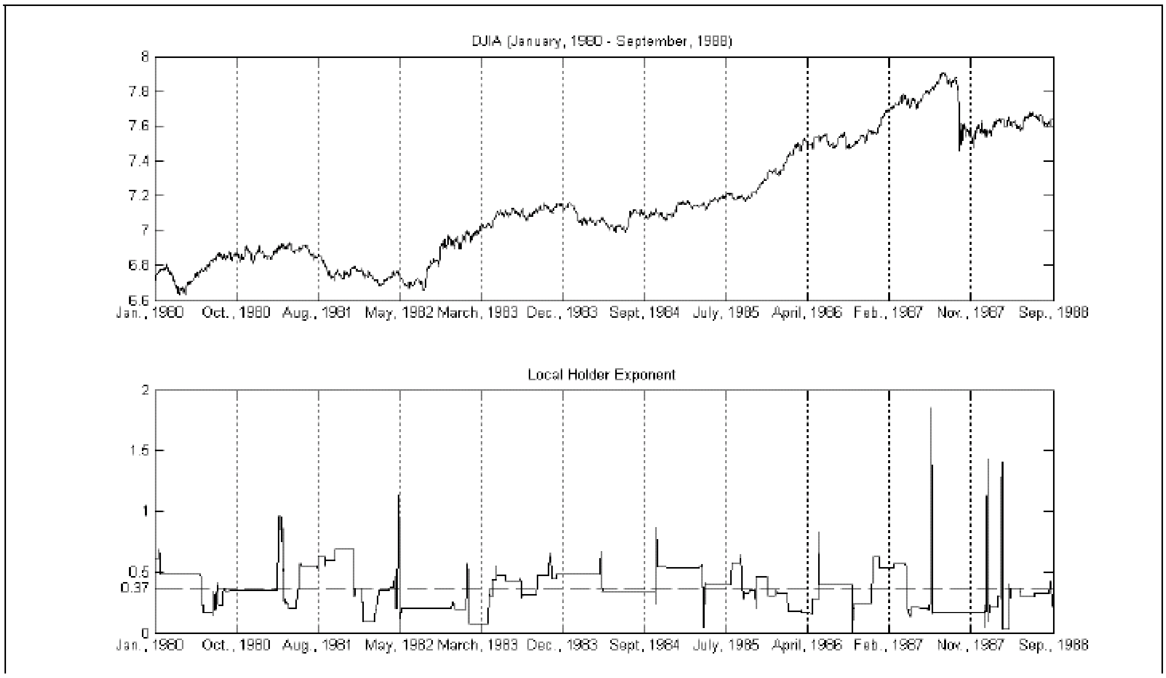

Рис. 21. Логарифмы цен DJIA (верхний график) и соответствующие Гельдеровы экспоненты (нижний график) за период 1980-1988 гг.

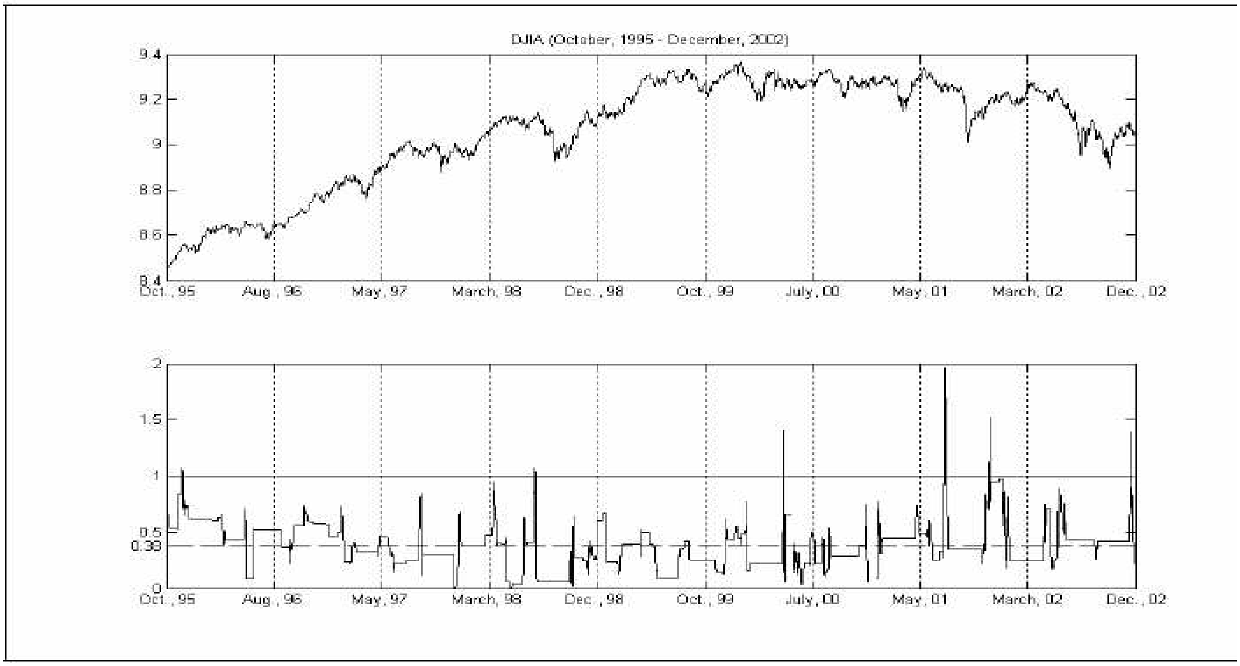

Рис.22. Логарифмы цен DJIA (верхний график) и соответствующие Гельдеровы экспоненты (нижний график) за период 1995-2002 гг.

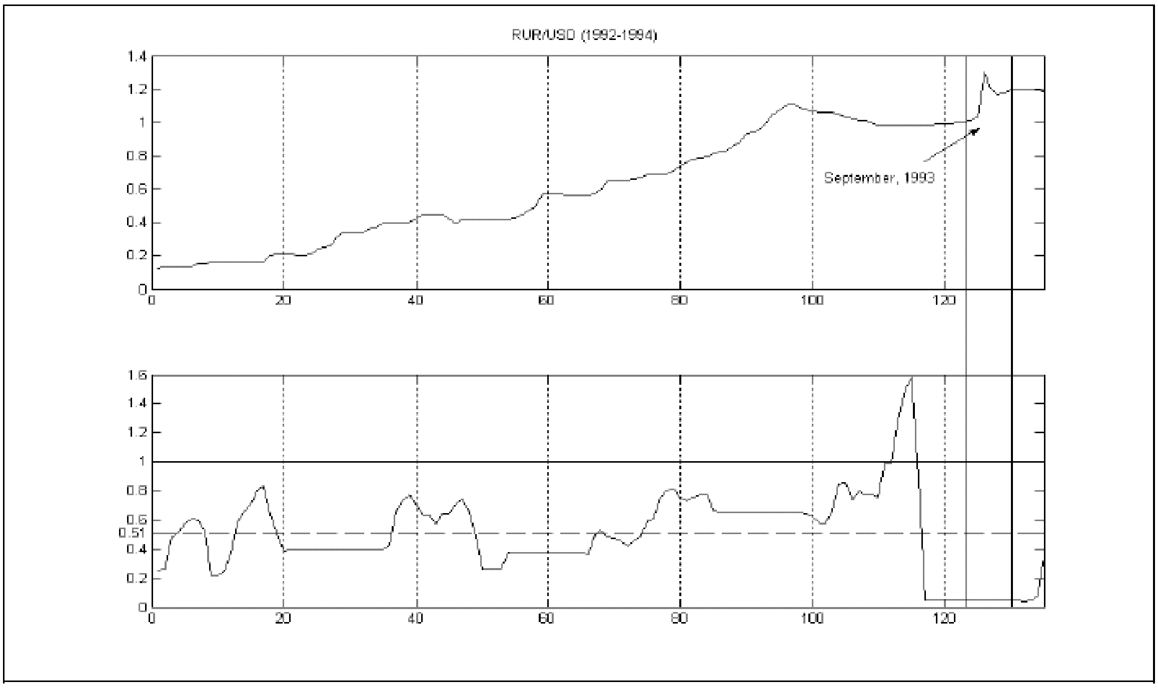

Рис.23. Логарифмы обменного курса RUR-USD) за 1992-1993 гг и локальные Гельдеровы экспоненты. Вертикальные линиии выделяют кризисные периоды.

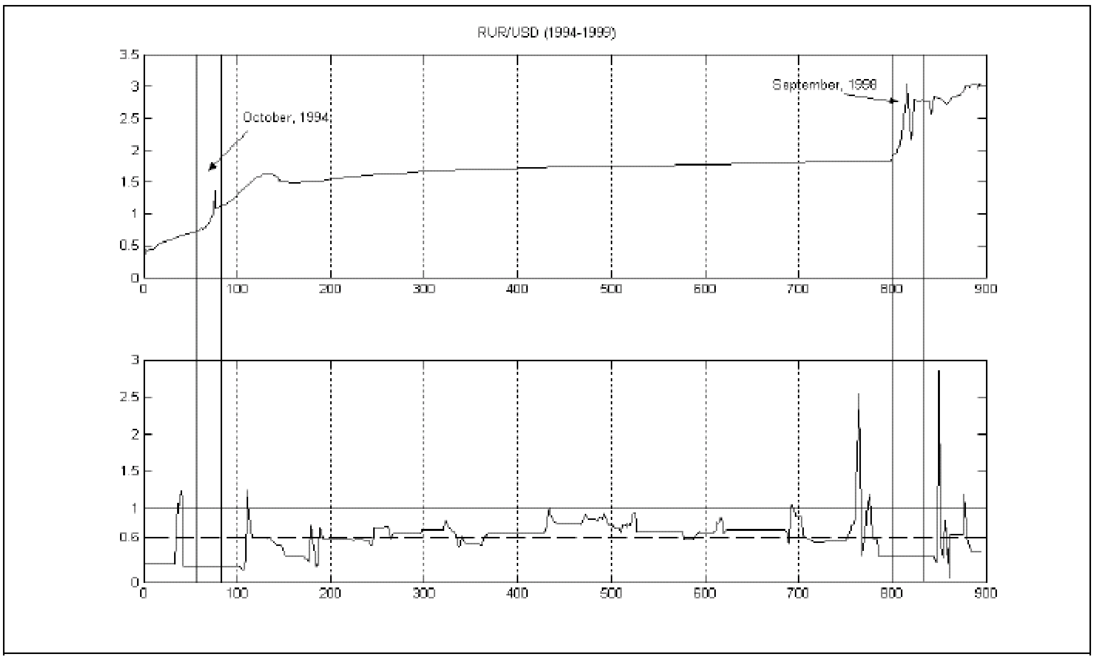

Рис.24. Логарифмы обменного курса RUR-USD) за 1994-1999 гг и локальные Гельдеровы экспоненты. Вертикальные линиии выделяют кризисные периоды

Легко заметить, что кризисные периоды на всех графиках можно предсказать: перед кризисом происходит крутой сравнительно кратковременный подъем Гельдеровой экспоненты до уровня дифференцируемости (до единицы и выше) , а затем в графике Гельдеровой экспоненты отмечается характерный плоский отрезок на уровне ниже среднего значения. В этот период и происходят кризисные явления – падение стоимости акций и резкие падения курса рубля.

3.4. О пределах и возможностях прогнозирования временных рядов в естественных науках, природе и экономике

Очевидно, что временные ряды, порожденные решением дифференциального уравнения с условием единственности и устойчивости, будут полностью предсказуемы. То есть мы можем точно определить значение ряда $t+\Delta t$ по его значению в момент времени t. С вероятностной точки зрения это похоже на дельта функцию – по одному направлению вероятность движения 1, по остальным равна нулю.

Это одна крайняя точка в возможностях предсказания рядов, которая в моем интуитивном представлении ассоциируется с законами классической механики.

На другом противоположном конце наших возможностей предсказания находится временной ряд со случайными независимыми приращениями. В этом случае возможности прогнозирования будущего поведения ряда практически нулевые, за исключением случаев, когда что-то известно о распределении независимых приращений и можно оценить дисперсию разброса значений за время Δt. В этом случае можно считать, что вероятности движения временного ряда в различных направлениях (например, вверх или вниз, или если речь идет о вложении ряда в пространство состояний более высокой размерности) то вероятности движений в различных направлениях фазового пространства одинакова.

Что находится в промежутке этих крайних точек на условном отрезке степени предсказуемости:

А) решение линейной динамической системы с шумами. Предсказание таких систем хорошо известно из классической теории фильтрации (фильтр Калмана с минимальной дисперсией погрешности).

Б) временной ряд, который образуется динамической системой с хаотическим аттрактором, например, с атрактором Хенона. Тогда, в некоторые периоды, когда мы двигаемся внутри аттрактора, будущее направление движения не определено, но когда мы находимся вблизи границы аттрактора, можно указать направления, по которым изменения временного ряда маловероятно. То есть появляются зоны частичной предсказуемости поведения временного ряда. Будем называть такие ряды рядами с детерминированным хаосом. Эти ряды характеризуются стабильностью ряда числовых показателей принятых в нелинейной динамике. Таким, например, как показатель Херста или корреляционной размерности. Такие временные ряды или близкие к ним, с небольшой стохастической компонентой можно наблюдать при изучении природных явлений, стоках рек, в рядах осадков и температур, рядах урожайностей после соответствующих преобразований. К таким рядам можно применять методы кластерного и дискриминантного анализа для определения вероятных движений ряда внутри фазового пространства. Причем, в данном случае, наблюдается картина аналогичная принципу неопределенности квантовой механики; чем выше требования к точности и регулярности прогноза, тем вероятнее становится ошибочное предсказание. (под регулярностью прогноза понимается доля или процент тех моментов времени t, в которых может осуществляться прогноз)

Поддаются фрактальному анализу, вычисляются показатели Херста (>0,5) и стабилизируется корреляционная размерность в рядах урожайностей, осадков и температур. Поэтому, с нашей точки зрения, здесь остаются перспективными методы распознавания образов, такие как дискриминантный и кластерный анализ.

Следующие по сложности предсказания ряды –это ряды, названные нами частично детерминированными.

При попытке применить методы дискриминантного анализа к временным рядам финансовых активов и кросскурсов валют стало очевидно, что данный подход в целом не работает. Оценки фрактальных характеристик тоже оказались не стабильными на длительных промежутках времени. Так, например, оценка корреляционной размерности при вложении ряда в фазовое пространство все более высокой размерности методом Такенса показывает ее рост, а не стабилизацию.

Однако было замечено, что в отличие от белого шума, у которого рост корреляционной размерности растет линейно вместе с размерностью пространства вложений, скорость роста корреляционной размерности у финансовых активов была ниже. Тогда Филатовым Д.А. и Яновским Л.П [112-113] было введено понятие временного ряда с частично детерминированным хаосом, то есть ряда, у которого порядок роста корреляционной размерности меньше 1.

Наконец, из всего сказанного надо сделать вывод, что для частично детерминированных рядов непосредственный прогноз движения ряда возможен только на определенных отрезках его истории и поэтому для достижения преимущества на финансовом рынке капитала следует проводить мониторинг рынка и оценивать вероятностные распределения доходности на различных отрезках времени. Участвовать в финансовых операциях на рынке следует, когда вероятностное распределение благоприятствует их проведению.

Для оценки различных состояний рынка и служит методика краткосрочного прогноза рынка на основе поиска устойчивых состояний скрытых Марковских цепей с хорошими прогнозирующими свойствами.

3.5. Механические торговые стратегии на основе оценки вероятности состояний скрытых Марковских цепей

На сегодняшний день все большее распространение получают механические торговые системы (МТС), представляющие собой специализированные прикладные программы, имеющие возможность с помощью торгового терминала получать оперативную рыночную информацию с биржевых площадок и в соответствии с неким алгоритмом автоматически посылать сигналы на выставление, а также снятие заявок на покупку или продажу инструментов рынка. Причины большого интереса к таким системам очевидны – у них есть целый ряд преимуществ по сравнению с трейдерами-людьми. Однако есть и некоторые недостатки, из-за которых полностью заменить человека компьютерной программой в этой области в обозримом будущем не представляется возможным.

Основным преимуществом использования МТС является исключение вносящего ошибки человеческого фактора. В торговле на бирже это сказывается особенно сильно, так как трейдер в процессе работы находится под влиянием таких сильных психологических факторов, как его страх проигрыша, алчность и азарт (желание выигрыша), усталость и т.д. Таким образом, вовсе не каждый человек способен в течение всего времени торговли безошибочно реализовывать выбранную им изначально стратегию, не поддаваясь паническим настроениям, но и не будучи излишне уверенным в своем исключительном понимании рыночной ситуации.

Как известно, важным фактором успешной торговли на бирже является возможность анализировать эффективность работы той или иной стратегии и, при необходимости, ее коррекция в нужном направлении. Для этого обязательны четкая формализация самой торговой стратегии и точное следование ей при работе. Понятно, что бессистемная торговля не позволяет проводить никакого анализа, а, следовательно, и оптимизации. В случае же использования механической торговой системы первое из вышеперечисленных требований становится обязательным - без его выполнения само построение подобной системы становится невозможным, второе же удовлетворяется автоматически, т.к. вытекает из самой идеи МТС.

Другим важным преимуществом является скорость реакции на изменение ситуации на рынке – если в алгоритмах стратегии нет тяжеловесных расчетов или других длительных задач, то время отклика может составлять на современных ПК доли секунды. Человеку для анализа полученной с терминала информации и выполнения всех торговых операций вручную потребуется значительно большее время.

В свете доступности сравнительно недорогих вычислительных мощностей и широкого распространения сети Интернет МТС выглядят особенно привлекательно не только для профессиональных организаций, но также и для частного использования.

Главным ограничением таких систем является отсутствие возможности использования фундаментальной рыночной информации. Это связано с тем, что на текущий момент не существует способа внутри механической торговой системы получать новости и оценивать их влияние на поведение цен инструментов. Отрасль науки, разрабатывающая алгоритмы искусственного интеллекта, все еще слишком далека от того, чтобы компьютерные программы могли в достаточной степени проводить семантический анализ текстов на естественных языках. В настоящей работе предпринята попытка создания алгоритма для МТС на основе оценки вероятностей перехода из состояния в состояние в скрытых Марковских цепях.

Скрытые Марковские Модели (СММ) являются одним из способов получения математической модели (описания свойств) некоторого наблюдаемого сигнала. СММ относятся к классу стохастических моделей. Стохастические модели пытаются охарактеризовать только статистические свойства сигнала, не обладая информацией о его специфических свойствах. В основу стохастических моделей положено допущение о том, что сигнал может быть описан некоторым параметрическим случайным процессом и что параметры этого процесса могут быть достаточно точно оценены некоторым, вполне определенным способом. Настроенную СММ можно рассматривать как источник некоторого случайного сигнала со вполне определенными характеристиками. Для настроенной СММ есть возможность подсчитать вероятность генерации тестового сигнала данной моделью. В приложении к задаче распознавания, представив вектор признаков объекта в виде сигнала (набора последовательных наблюдений), можно смоделировать класс объектов с помощью СММ. Вероятность принадлежности тестового объекта классу, заданному СММ оценивается как вероятностью генерации сигнала, соответствующего его вектору признаков. Настройка (обучение) СММ - состоит в модификации ее параметров для того, чтобы добиться максимальной вероятности генерации сигналов, соответствующих векторам тренировочного набора.

Под Марковской цепью в обобщённом смысле подразумевается последовательность событий, каждое из которых происходит с определённой вероятностью [83]. Скрытая Марковская цепь (СММ) представляет собой последовательность состояний в каждый дискретный момент времени t. Переход из состояния S_i в состояние S_j осуществляется случайным образом с вероятностью a_{ij}. В каждый дискретный момент времени модель характеризуется вектором наблюдений a_t с вероятностью $b_j(a_t)$.

Для определения СММ для временного ряда с целью прогноза его состояний необходимо задать следующие элементы

1. N - число состояний модели и дать точную характеристику определения каждого состояния. В каждый дискретный момент времени t временной ряд может находиться в одном из N различных состояний $S_1, S_2, ..., S_N$. В дискретные моменты времени t временной ряд претерпевает изменение состояния (возможно, переходя в то же состояние. Состояния модели в каждый момент времени будем обозначать q_t.

2. Распределение вероятностей переходов между состояниями $A = \{a_{ij}\}$, где $a_{ij} = P\left[q_{t-1} = S_i \middle| q_t = S_j\right], 1 \le i, j \le N$.

Для эффективной работы механической системы обычно достаточно знать не всю совокупность переходных вероятностей $A = \{a_{ij}\}$, а переходные вероятности $A_1 = \{a_{ik}\}$ - вероятности переходов между состояниями q_t. в агрегированные совокупности состояний $B_k = \{q_{t+1,k}\}, k = 1,...l.$

Далее мы предполагаем, что агрегированные совокупности состояний временного ряда в момент времени $t+1$ представляют две совокупности $B_k = \{q_{t+1,k}\}, k = 1,2.$: состояния, которым предшествовал подъем на временном промежутке $[t;t+1]$ и состояния, которым предшествовал спад на том же промежутке.

Исследовался временной ряд индекса Российской Торговой Системы (РТС) за период с января 2003 года до июня 2008 года с шагом в 5 минут. Состояния модели q_t в каждый момент времени t характеризовались интервалами попадания коэффициента корреляции Спирмена между последовательностью значений ряда для трех различных промежутков времени $[t;t-\Delta]$, где $t - t_k = \Delta$, и натуральным рядом чисел $1,2,3,..k$. Соответственно, в результате получили трехмерное непрерывное пространство состояний от -1 до 1 по каждой оси, разбитое на 8000 равных секторов (кубов), каждый из которых и представляет собой одно дискретное состояние в терминах СММ.

Таблица 11.

Оценка качества состояний при различной глубине памяти ряда.

Ось 1	Ось 2	Ось 3	Всего сост.	Хор. сост.	Вхождений в хор. сост.
5мин. 4 периода	2ч.4 периода	4ч.4 периода	1573	218	64623
5мин. 4 периода	90мин.5 периодов	3ч.4 периода	1810	247	64087
5мин. 4 периода	90мин.4 периода	2ч.4 периода	1523	172	63961
5мин. 4 периода	3ч.5 периодов	4ч.4 периода	1488	186	63884
5мин. 4 периода	90мин.5 периодов	2ч.4 периода	1530	176	63806
5мин. 4 периода	90мин.4 периода	4ч.4 периода	1683	230	63676

5мин. 4 периода	2ч.4 периода	3ч.5 периодов	2354	311	63633
5мин. 4 периода	3ч.4 периода	4ч.4 периода	1468	191	63575
5мин. 4 периода	90мин.6 периодов	4ч.4 периода	2527	333	63564
5мин. 4 периода	2ч.4 периода	4ч.5 периодов	2622	359	63316
5мин. 4 периода	1ч.5 периодов	4ч.4 периода	2337	324	63220
5мин. 4 периода	2ч.4 периода	3ч.4 периода	1307	171	63200

Была проведена классификация состояний по следующему правилу: «хорошим» состоянием называлось состояние, для которого, во-первых, количество вхождений в него временного ряда за весь период не менее 40 раз и, во-вторых, эмпирическая вероятность подъема или спада в будущие 30 минут не менее 0,66.

Были исследованы различные комбинации периодов расчетов по каждой из осей, выделены наилучшие с точки зрения частоты вхождения временного ряда в «хорошие» состояния. Они приведены в таблице 1 в порядке убывания.

Всего же в этом периоде было 106026 пятиминуток. Таким образом, очевидно, что вхождений ряда индекса РТС в «хорошие» состояния более половины.

Расчеты также показали высокую стабильность в каждом году наблюдений вероятностей подъема или спада в ближайшие 30 минут -6 часов для целого набора «хороших» состояний, хотя для некоторых состояний статистика заметно изменялась со временем. Это доказывает существование устойчивых паттернов в поведении временного ряда индекса РТС.

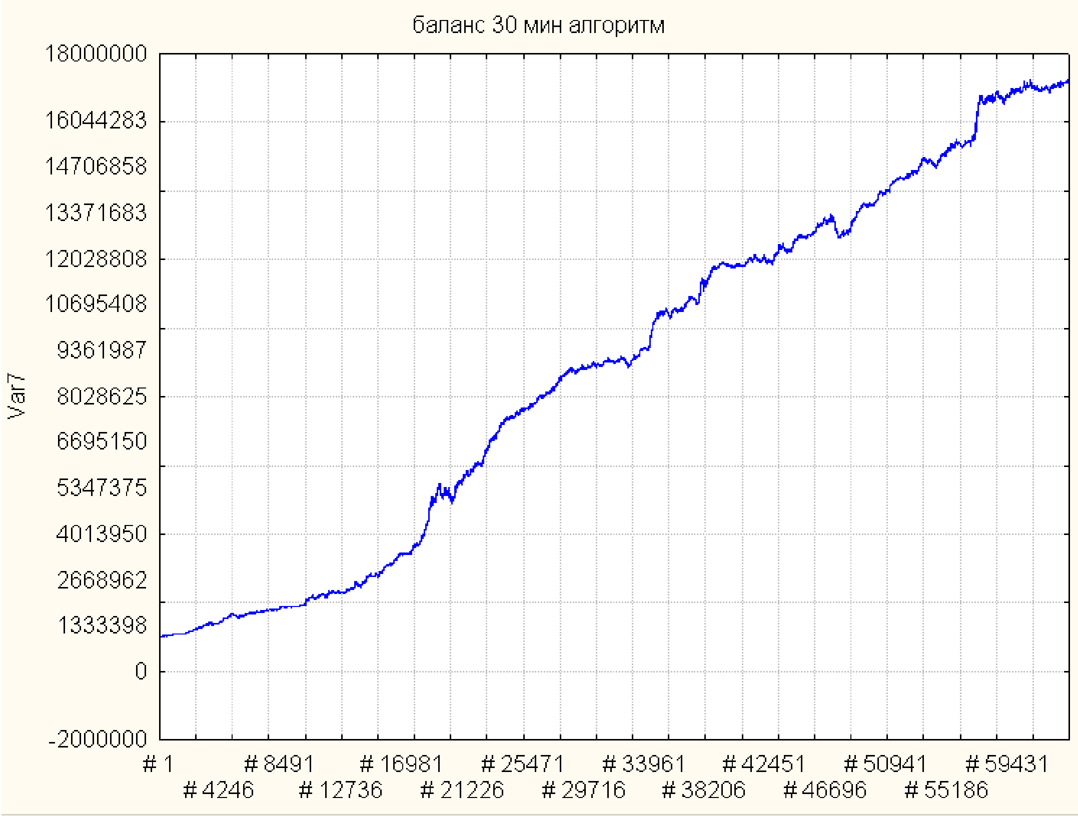

Рис. 25. Результаты ретроспективного применения алгоритма СММ для индекса и фьючерса на индекс РТС (30 мин. алгоритм).

Приведем на рисунках 1 -5 ретроспективный результат применения данной стратегии к торговле фьючерсом на индекс РТС за период с 03.08.2005 10:50 по 26.05.2008 17:30. Торговля велась исходя из начального капитала 100000 рублей, и затем вся полученная прибыль реинвестировалась в процессе торговли. Всего было исследовано 64703 значения индекса и фьючерса на индекс РТС с интервалом пять минут. Транзакционные издержки и проскальзывание в расчетах не учитывались.

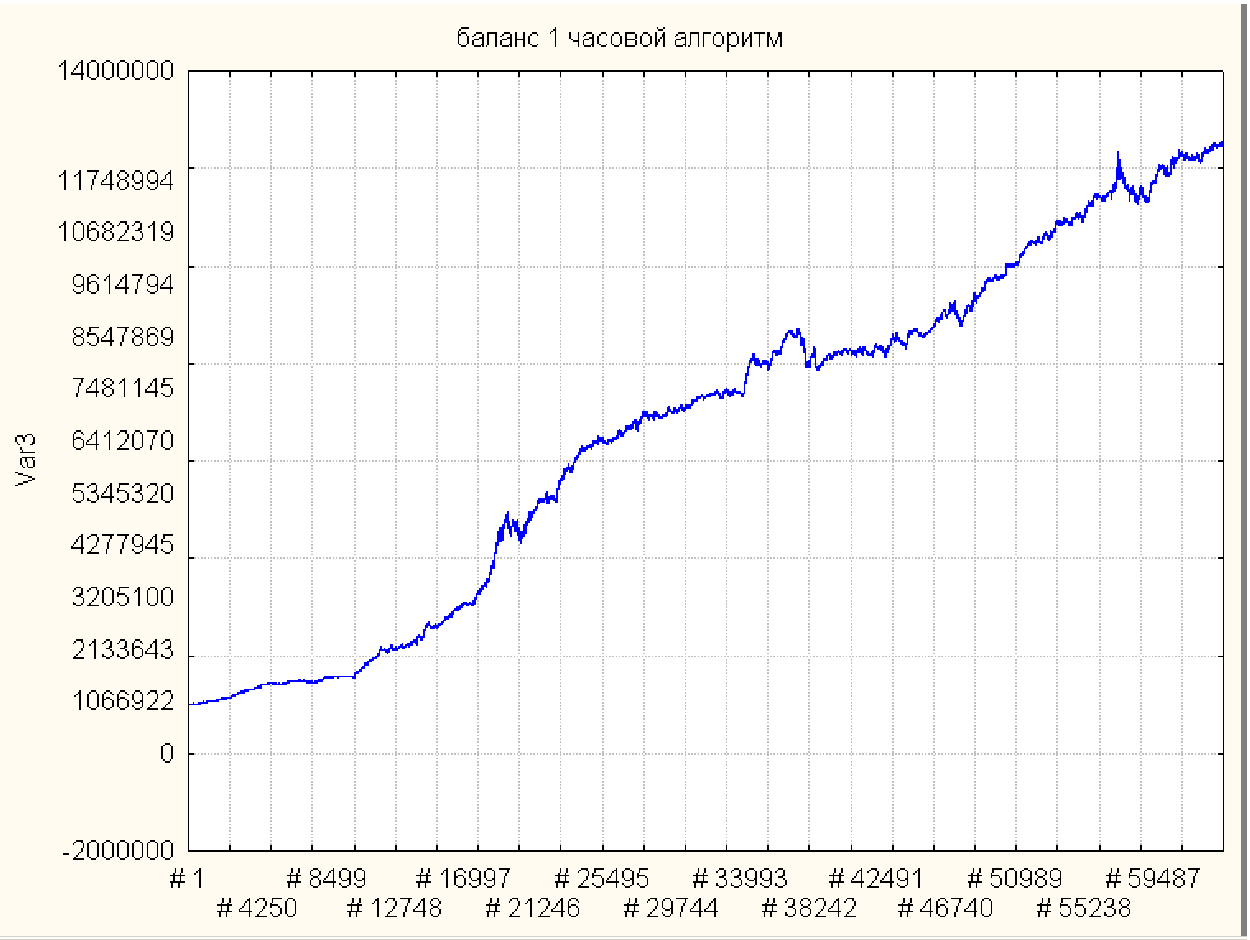

Рис.26. Результаты ретроспективного применения алгоритма СММ для индекса и фьючерса на индекс РТС (1 час. алгоритм)

Рис.27. Результаты ретроспективного применения алгоритма СММ для индекса и фьючерса на индекс РТС (2 час. алгоритм)

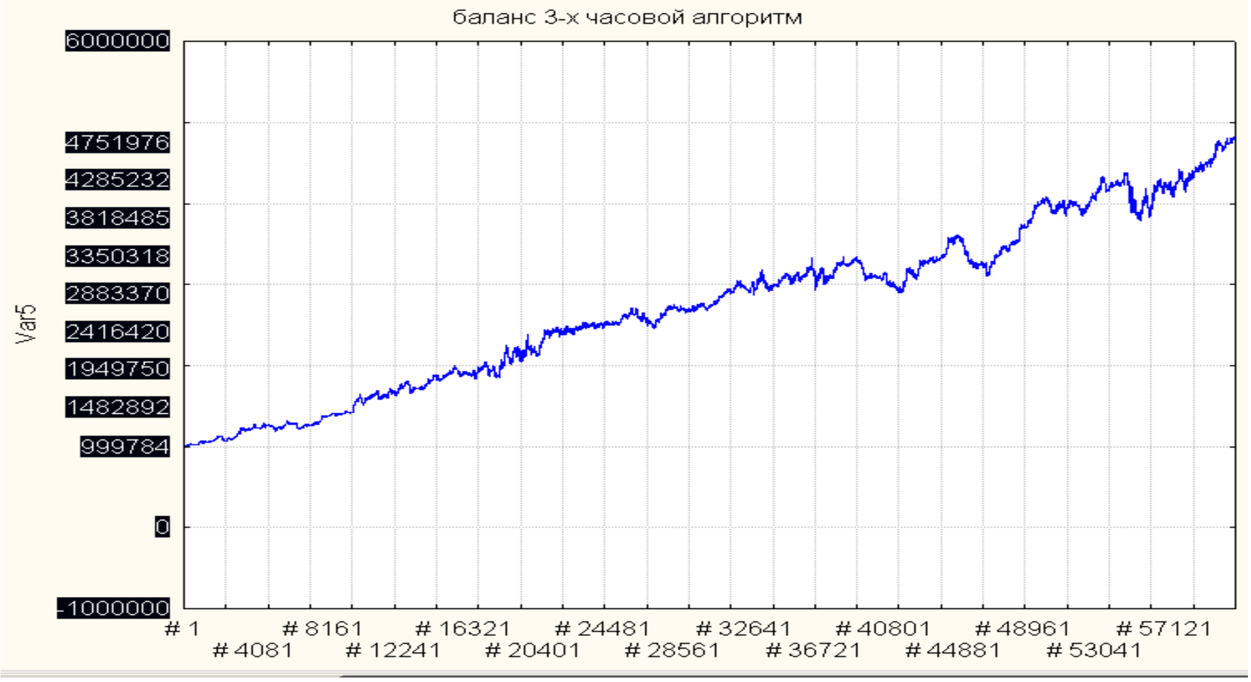

Рис.28. Результаты ретроспективного применения алгоритма СММ для индекса и фьючерса на индекс РТС (3 час. алгоритм)

Рис.29. Результаты ретроспективного применения алгоритма СММ для индекса и фьючерса на индекс РТС (4 час. алгоритм)

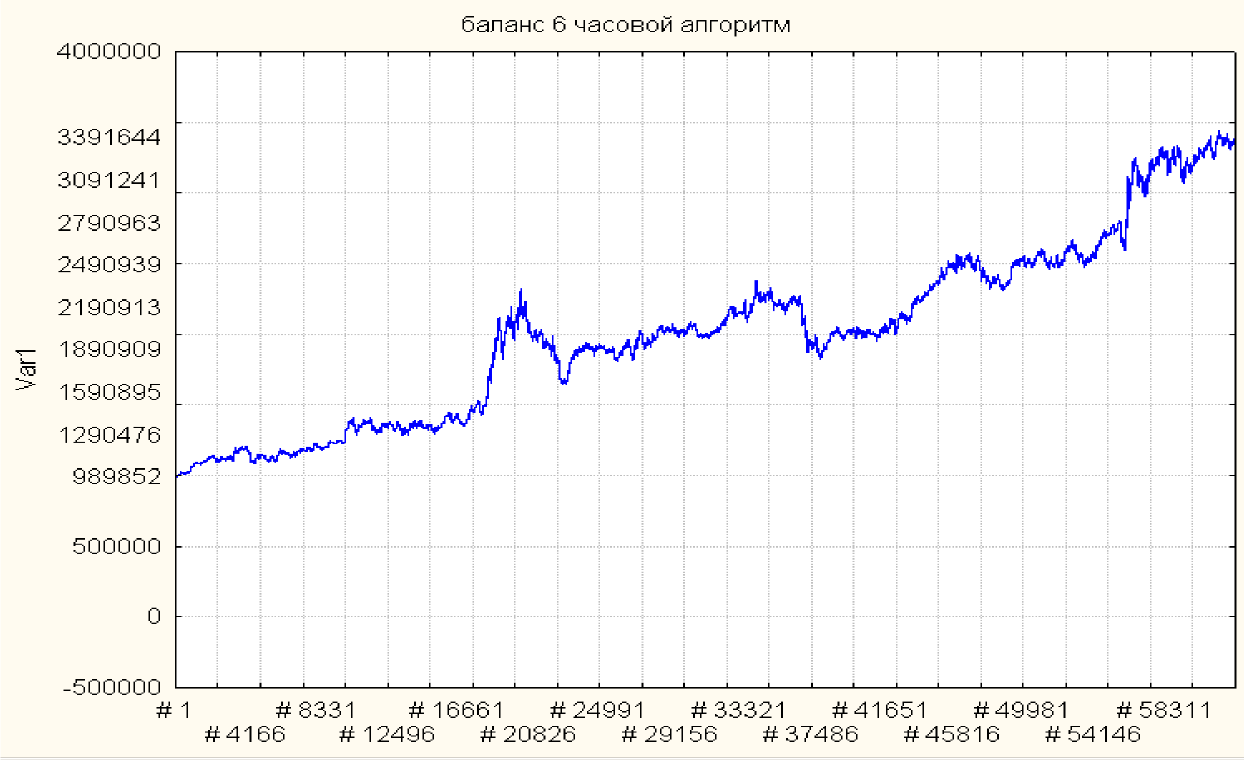

Рис.30. Результаты ретроспективного применения алгоритма СММ для индекса и фьючерса на индекс РТС (6 час. алгоритм)

Результаты расчетов показывают, что с увеличением горизонта прогноза ухудшаются как прогностические свойства временного ряда фьючерсов на индекс РТС, так и прибыльность стратегии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации разработана теория оптимального портфельного инвестирования с учетом индивидуальных предпочтений инвестора, таких как длина инвестиционного горизонта, число реинвестирований и балансировок портфеля внутри инвестиционного горизонта и степени устойчивости портфеля.

В работе обосновывается связь между выбором стратегии рефинансирования портфеля и отношением инвестора к риску.

В диссертации использован и реализован в виде компьютерной программы алгоритм поиска глобального экстремума на основе метода стохастических лучей с эмуляцией «отжига» для поиска весов оптимальных портфелей. Ранее данный алгоритм использовался только для нахождения весовых коэффициентов нейросетей.

Получена формула для расчета трансакционных издержек на содержание портфеля на всем инвестиционном горизонте.

Проведены расчеты оптимальных портфелей для различных стратегий рефинансирования, различных показателей колеблемости, с учетом и без учета трансакционных издержек.

В работе предложена векторная модель теории CAPM, учитывающая темпы роста доходности актива и темп роста доходности индекса при различных предположениях на количество реинвестирований на инвестиционном горизонте.

Подробно изложена позиция диссертанта о пределах и возможностях прогнозирования временных рядов в естественных науках, природе и экономике и проведена оценка эффективности индикатора для краткосрочного прогнозирования динамики индекса РТС.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Г.А.Агасандян .Описание поведения инвестора на многопериодном рынке опционов/ Г.А.Агасандян // [Электронный ресурс] Вычислительный центр РАН Москва 2001 Режим доступа: http://www.mirkin.ru/index.php? Option=com_content&task= blogcategory&id=84&Itemid= 150&limit=5&limitstart=5
2. Айвазян С.А. Прикладная статистика и основы эконометрики: Учебник для вузов / С.А Айвазян, В.С. Мхитарян.// М.: ЮНИТИ, 1998. – 1022 с.
3. Алексеев А. Особенности национального портфельного менеджмента/А.Алексеев, Д.Роман//Рынок ценных бумаг.-1999.-№12.-С.88.
4. Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах / В.С. Анищенко. – М.: Наука, 1990, - 216с.
5. Арнольд В.И. Теория катастроф / В.И. Арнольд. – 3-е изд., доп. –М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1990. – 128 с.
6. Аскинадзи В.М. Инвестиционные стратегии на рынке ценных бумаг/ В.М. Аскинадзи.- М.: ООО»Маркет ДС Корпорейшин, 2004.-106с.
7. Ахромеева Т.С. Нестационарные структуры и диффузионный хаос / Т.С. Ахромеева, С.П. Курдюмов, Г.Г. Малинецкий, А.А. Самарский.// – М.: Наука. Гл. ред. физ. – мат. лит., 1992. – 544 с.
8. Барбаумов В.Е. Финансовые инвестиции: учеб. / Е.В. Барбаумов, И.М. Гладких, А.С. Чуйко//. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 544 с.
9. Беляков С.С. О возможности получать прогнозные знания из остаточной нерегулярной компоненты временных рядов с памятью / С.С. Беляков // Проблемы регионального управления, экономики, права и инновационных процессов в образовании: Сборник трудов IV Междунар. науч.-практ. конф.– Таганрог: Изд-во ТИУиЭ, 2004. – С. 21-27.

10. Беляков С.С. Использование агрегирования в методах нелинейной динамики для анализа и прогнозирования временных рядов котировки акций: автореф. дис. канд. экон. наук / С.С. Беляков. – Ставрополь, 2005. – 24 с.
11. Берже П. Порядок в хаосе. О детерминистском подходе к турбулентности / П. Берже, И. Помо, К. Видаль. – М.: Мир, 1991. – 368 с.
12. Беркопайко М.З. О некоторых методах формирования и управления портфелем активов" (Часть 1) [Электронный ресурс] /Беркопайко М.З., Руссман И.Б. //Журнал "Экономическая наука современной России", РАН, 2004, №1, №2 Режим доступа : www.mirkin.ru//index.php?option =com_content&task=blogcategory&id=84&Itemid=150&limit=5&limitstart=15
13. Беркопайко М.З. О некоторых методах формирования и управления портфелем активов" (Часть 2) [Электронный ресурс] /Беркопайко М.З., Руссман И.Б. //Журнал "Экономическая наука современной России", РАН, 2004, №1, №2 Режим доступа: http://www.mirkin.ru//index.php?option=com_content&task=blogcategory&id=84&Itemid=150&limit=5&limitstart=15
14. Божоркин С.В. Фракталы и мультифракталы / С.В. Божоркин, Д.А. Паршин. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001, С. 128.
15. Буренин А.Н. Управление портфелем ценных бумаг/ А.Н.Буренин.-М.: Науч.-техн. Об-во им. Акад. С.И. Вавилова, 2008.-440с.
16. Васин А.С. Стохастические свойства курсов иностранных валют / А.С. Васин // Финансы и кредит. – 2005. – №17(185). – С. 15-26.
17. Вейсвеллер Р. Арбитраж. Возможности и техника операций на финансовых и товарных рынках. Пер с англ./ Вейсвеллер Р. – М.: Церих-ПЭЛ, 1993. – 208 с.
18. Вильямс Б. Торговый хаос. Пер. с англ./ Б.М. Вильямс. - М.: ИК Аналитика, 2000 – 240с.

19. Винс Р. Математика управления капиталом: Методы анализа риска для трейдеров и портфельных менеджеров Пер. с англ. / Р.Винс;.- М.: Альпина Бизнес Букс, 2006.- 400с.
20. Винтизенко И.Г. Прогнозирование в моделях экономических систем / И.Г. Винтизенко, И.М. Колесников, М.Г. Шадуев. – Кисловодск: Изд. центр Кисловодского института экономики и права, 2001. – 100 с.
21. Владыкин С.Н.., Выбор портфеля с учетом горизонта инвестирования / Владыкин С.Н., Яновский Л.П. // Научно-практический и аналитический журнал: «Финансы и кредит» № 29 (365) – август 2009: -с.12-18.
22. Владыкин С.Н. Теория CAPM и анализ портфеля с учетом горизонта инвестирования и оптимальным темпом роста капитала/ / Владыкин С.Н., Яновский Л.П.,.// «Вестник РГТУ», №7 (34)-июль 2009;-с.98-103.
23. Владыкин С.Н.Теория CAPM и портфельный анализ с учетом инвестиционного горизонта. // Владыкин С.Н., Яновский Л.П. // Системы управления и информационные технологии, 2009, N4(38), с. 98-104.
24. Владыкин С.Н. Портфельный анализ с учетом инвестиционного горизонта / Владыкин С.Н., Яновский Л.П. //. Экономическое прогнозирование: модели и методы; материалы V Международной научно-практической конференции, 28 апреля 2009 года; в 2 ч./Воронежский государственный университет, 2009 –ч.1.- с.189-193
25. Владыкин С.Н. Торговая стратегия с оценкой вероятности состояний скрытых марковских цепей / Владыкин С.Н., Яновский Л.П. //«Анализ, моделирование и прогнозирование экономических процессов» . Материалы I Международной научно-практической Интернет-конференции 10 декабря 2009- 10 февраля 2010, с. 109-112.
26. Владыкин С.Н. Частота рефинансирования портфеля и степень уклонения от риска инвестора // Экономическое прогнозирование: модели и методы: материалы VI Международной научно-практической конференции, 6 апреля 2010 г.: в 2 частях, Воронеж: Изд. Полигр центр ВГУ, 2010, ч.2, с.196-199.

27. Владыкин С.Н. Оптимальные портфели с учетом горизонта инвестирования Владыкин С.Н., Яновский Л.П..//. Системное моделирование социально-экономических процессов: труды 32-й Международной научной Школы-семинара, Вологда, 5-10 октября 2009 г в 3-х частях, - Воронеж-Изд. полиграф центр ВГУ, 2009 – с. 391-395.

28. Владыкин С.Н О связи между выбором стратегии рефинансирования портфеля и степенью уклонения от риска инвестора / Владыкин С.Н., Яновский Л.П. // Научно-практический журнал «Современная экономика: проблемы и решения», Воронеж, ВГУ, 2010, №1,с. 139-174.

29. Волков М.В. Структура и классификация рынка ценных бумаг. Операции с ценными бумагами в деятельности банков. Управление портфелем ценных бумаг / М.В. Волков // Финансы и кредит. – 2005. – №10(178). – С. 31-40.

30. Воробьев С.Н. Управление рисками в предпринимательстве: монография / С.Н. Воробьев, К.В. Балдин.// – М.: Дашков и К, 2006. – 772 с.

31. Воронин В.П. Учет ценных бумаг : учеб. пособие / В.П. Воронин, Н.Г. Сапожникова. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 400 с.

32. Воронцовский А.В. Инвестиции и финансирование: Методы оценки и обоснования. /Воронцовский – СПб.: Изд-во С.-Петербург. гос. ун-та, 2003. – 528 с.

33. Воронцовский А.В. Управление рисками: учеб. пособие / А.В. Воронцовский. //– СПб.: Изд-во С.-Петербург. гос. ун-та, 2000. – 206 с.

34. Глейк Дж. Хаос: создание новой науки / Дж. Глейк.// Пер. с англ. М. Нахмансона, Е.Барашковой. – СПб.: Амфора, 2001. – 398 с.

35. Глухов В.В. Финансовый менеджмент: Участники рынка, инструменты, решения / В.В. Глухов, Ю.М. Бахрамов.// – СПб.: Специальная литература, 1995. – 430 с.

36. Готовчиков И. Ф., Математический анализ стратегий поведения на рынках капитала./ И. Ф. Готовчиков // Финансовый менеджмент.- 2003.- №5,-С.43-47.
37. Гулд Х. Компьютерное моделирование в физике / Х. Гулд., Я. Тобочник. – М.: Мир, 1990. – 349 с.
38. Давнис В.В. Адаптивные модели: анализ и прогноз в экономических системах / В.В. Давнис, В.И. Тинякова. – Воронеж: Воронежский государственный университет, 2006. – 380 с.
39. Давнис В.В. Прогнозные модели экспертных предпочтений: монография / В.В. Давнис, В.И. Тинякова. – Воронеж: Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2005. – 248 с.
40. Давнис В.В. Управление эффективностью портфеля на основе прогнозных оценок / В. В. Давнис, А.А. Нагин // Экономическое прогнозирование: модели и методы: Материалы Междунар. науч.-практ. конф.– Воронеж: Воронеж гос. ун-т, 2005. – Ч.II. – С. 281-285.
41. А.Ф. Ерешко Методы декомпозиции и локально оптимальные стратегии в задачах управления портфелем ценных бумаг[Электронный ресурс],/ А.Ф. Ерешко// Вычислительный центр РАН, Москва, 2002, режим доступа: http://yandex.ru/yandsearch?p=5&text= %d0%95%d1%80%d0%b5%d1%88%d0%ba%d0%be%20%d0%a4.%d0%98.&lr=193
42. Загайтов И.Б. Исследование закономерностей динамики урожаев, осадков и температур в Северном полушарии / И.Б. Загайтов, С.И. Яблоновская, Л.П. Яновский, Д.А. Филатов и др.// – Воронеж: ВГАУ, 2005: -100с.
43. Закарян И. Интернет как инструмент для финансовых ивестиций / И.Закарян, И.Филатов. – Спб.: БХВ – Санкт-Перетрбург, 2000. – 256 с.
44. Едронова В.Н. Учет и анализ финансовых активов: акции, облигации, векселя / В.Н. Едронова, Е.А. Мизиковский. – М.: Финансы и статистика, 1995. – 267 с.

45. Жуленев С.В. Финансовая математика: введение в классическую теорию / С.В. Жуленев. – М.: Изд-во МГУ, 2001. – 480 с.
46. Журнал нелинейной науки (Journal of Nonlinear Science)[электронный ресурс], режим доступа: www.spring-ny.com/nst
47. Занг В.Б. Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории / В.Б. Занг. – М.: Мир, 1999. – 335 с.
48. Заславский Г.М. Динамическая нелинейность и стохастичность / Г.М. Заславский. - М.: Наука, 1983. – 272 с.
49. Иванов А. Обоснование структуры инвестиционного портфеля / А.Иванов, А. Саркисян // Журнал для акционеров.- 2001.-№9.-С.41-49.
50. Клапко А.О. Математическое моделирование и прогнозирование цен на фондовом рынке: автореф. дис. канд. экон. наук / А.О. Клапко – Москва, 2005. – 24 с.
51. Концевая Н.В. О методах определения «длины памяти» рынка и пути их использования для оптимизации торговых систем на валютном рынке / Н.В. Концевая // Экономическое прогнозирование: модели и методы: Материалы Междунар. науч.-практ. конф. – Воронеж: Воронеж. гос. ун-т, 2006. – Ч. 2. – С. 22-29.
52. Костина Н.И. Финансовое прогнозирование в экономических системах: учеб. пособие / Н.И. Костина, А.А. Алексеев. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. – 285 с.
53. Кочетыгов А.А. Финансовая математика: учеб. пособие / А.А. Кочетыгов. – Ростов н/Д: Феникс, 2004. – 480 с.
54. Кравчук В.К. Новый адаптивные метод следования за тенденцией и рыночными циклами /Кравчук В.К. // Валютный спекулянт, №12, декабрь 2000, с.50-55,
55. Кричевский М. Л. Интеллектуальные методы в менеджменте / М.Л. Кричевский. – СПб.: Питер, 2005. – 304 с.
56. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории / Р.М. Кроновер. – М.: Постмаркет, 2000. – 354 с.

57. Кузнецов С.П. Динамический хаос (курс лекций) / С.П. Кузнецов - М.: Физматлит, 2001.
58. Кузнецова Л.Г. Экскурс в теорию блужданий и ее использование для оценки стоимости финансовых активов / Л.Г. Кузнецова // Финансы и кредит. – 2005. – №28(196). – С. 67-71.
59. Кулаков А.В. Введение в физику нелинейных процессов / А.В. Кулаков, А.А. Румянцев. – М.: Наука, 1988. – 159с.
60. Лашкарев А.Н. Математическое моделирование динамики финансовых временных рядов с эффектом памяти: автореф. дис. канд. экон. наук / А.Н. Лашкарев. – Ижевск, 2005. – 23 с.
61. Летчиков А.В. Лекции по финансовой математики / А.В. Летчиков. – Москва –Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. – 240 с.
62. Лиховидов В.Н. Фундаментальный анализ мировых валютных рынков: методы прогнозирования и принятия решений / В.Н. Лиховидов - г. Владивосток.: Forexclub, 1999. - 234 с.
63. Лукашин Ю.П. Статистические методы изучения фондового рынка / Ю.П. Лукашин // Вопросы статистики. – 1995. – №7. – С. 14-21.
64. Ляшенко В.И. Фондовые индексы и рейтинги / В.И. Ляшенко. – Д.: Сталкер, 1998. – 320 с.
65. Маккей Ч. Наиболее распространенные заблуждения и безумства толпы / Ч. Маккей. – М.: Альпина Паблишер, 2003, - 844 с.
66. Маковецкий М. Ю. Использование финансовых инструментов рынка ценных бумаг в инвестиционном процессе / М.Ю. Маковецкий. – Финансы и кредит. – 2005. – №31(199). – С. 19-37; №32 (200). – С. 14-24; №33 (201). – С. 53-63.
67. Малинецкий Г.Г. Современные проблемы нелинейной динамики / Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов. – М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 336 с.
68. Малюгин В.И. Рынок ценных бумаг: Количественные методы анализа: Учеб.пособие. / Малюгин В.И. – М.: Дело, 2003. – 320с.

69. Мантенья Р. Н. Введение в эконофизику. Корреляции и сложность в финансах. / Мантенья Р. Н., Стенли Х. Ю.//Перевод с английского В. И. Гусева, С. В. Малахова, А. И. Митуса под редакцией В. Я. Габескирия — М.: , 2007. — 188 с.
70. Марков А.А. Оценка рисковых активов на фрактальном рынке/ А.А. Марков // Финансы и кредит.- 2009.- №48(384).-С.88-93.
71. Мельников А.В. Математические методы финансового анализа / А.В. Мельников, Н.В. Попова, В.С. Скорнякова. – М. : Анкил , 2006.-440с.
72. Меньшиков И.С. Финансовый анализ ценных бумаг: Курс лекций./ Меньшиков И.С. – М.:Финансы и статистика, 1998. – 360 с.
73. Миркин Я.М. Рынок ценных бумаг России: воздействие фундаментальных факторов, прогноз и политика развития / Я.М. Миркин. – М.: Альпина Паблишер. – 2002. – 624 с.
74. Мэрфи Дж. Технический анализ фьючерсных рынков: теория и практика / Дж. Мэрфи. – М.: Сокол, 1996. – 592с.
75. Найман Э.Л. Путь к финансовой свободе: Прфессиональный подхд к трейдингу и инвестициям / Э. Л. Найман. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2004. – 480 с.
76. Нисон С. Японские свечи: графический анализ финансовых рынков. / С. Нисон. - М.: Издательство «Диаграмма», 1998. — 336 с.
77. Перепелица В.А. Математические модели и методы оценки рисков экономических, социальных и аграрных процессов: / В.А. Перепелица, Е.В. Попова.// – Ростов н/Д.: Изд-во Рост. ун-та, 2002. – 208 с.
78. Перепелица В.А. Математическое моделирование экономических и социально-экологических рисков: монография / В.А. Перепелица, Е.В. Попова. – Ростов н/Д.: Изд-во Рост. ун-та, 2001. – 126 с.
79. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков. Применение теории хаоса в инвестициях и экономике / Э. Петерс. – М.: Интернет-трейдинг, 2004. – 304 с.

80. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка./ Петерс Э. – М.: Мир, 2000. – 333 с.
81. Поляков В.В. Мировой рынок: вопросы прогнозирования / В.В. Поляков. – М.: КНОРУС, 2004. – 240 с.
82. Пригожин И. От существующего к возникающему: Время и сложность в физических науках / И. Пригожин. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985. – 327с.
83. Рассел С., Искусственный интеллект: Современный подход, 2-е изд./ Рассел С., Норвиг П.– М.: Издательский дом «Вильямс», 2007 г., - 1408с.
84. Рязанов Б. Теории портфельного инвестирования и их применение в условиях российского рынка / Б. Рязанов // Рынок ценных бумаг.- 1998.- №2.-С.74-76.
85. Санта Фе институт (Центр нелинейных исследований) [Электронный ресурс] . Режим доступа – www.chaos.santefe.edu
86. Секерин А.Б. Анализ и оценка риска. Курс лекций. -Открытый институт Московского государственного университета дизайна и технологии./ Секерин А.Б., Мамошина Т.М. - Москва, 2003. - 159 с.
87. Сергеева Л.Н. Нелинейная экономика: модели и методы: монография / Л.Н. Сергеева. – Запорожье: Полиграф, 2003. – 218 с.
88. Сорнетте Д. Как предсказывать крахи финансовых рынков: критические события в комплексных финансовых системах / Д. Сорнетте. – М.: Интернет-трейдинг, 2003. – 400 с.
89. Срагович В.Г. Теория адаптивных систем / В.Г. Срагович. – М.: Наука, 1976. – 320 с.
90. Твардовский В. В. Секреты биржевой торговли: торговля акциями на фондовых биржах / В.В. Твардовский, С.В. Паршиков. – М.: Альпина Бизнес-Букс, 2004. – 368 с.
91. Тебуева Ф.Б. Сравнительный фрактальный анализ экономических временных рядов с долговременной памятью / Ф.Б. Тебуева, Н.Ф.

Овчаренко, С.С. Беляков // Математическое моделирование в образовании, науке и производстве: Материалы VI Междунар. конф. – Тирасполь: РИО ПГУ, 2005. – С. 105-109.

92. Терентьев Д.В. Прогнозирование цены активов российского фондового рынка с помощью графического анализа линий тренда / Д.В. Терентьев // Экономический анализ: теория и практика. – 2006. – №6(63). – С. 55-64.
93. Томпсон Дж.М.Т. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике./ Томпсон Дж.М.Т. – М.: Мир, 1985. – 254 с.
94. Ю. Чеботарев Торговые роботы на Российском фондовом рынке / Ю. Чеботарев – М:Омега-Л, 2006. — 136 с.
95. Уотшем Т.Дж. Количественные методы в финансах: учеб. пособие для вузов /. Т. Дж. Уотшем, К. Паррамоу. – М.: Финансы, ЮНИТИ, 1999.– 527 с.
96. Филатов Д.А. Прогнозирование финансовых крахов на основе моделирования степенного ускорения роста цены актива / Д.А. Филатов //Эконометрическое прогнозирование: модели и методы-2007; Материалы Международной научно-практической конференции 2007г.: – с. 242-248.
97. Филатов Д.А. Являются ли финансовые рынки мультифрактальными? / / Филатов Д.А. // Актуальные проблемы менеджмента, маркетинга и информационных технологий: Сб. науч.тр. Вып.5 – Воронеж: АОНО «институт Менеджмента, маркетинга финансов», 2004: - с. 183-187.
98. Финансовая математика: Математическое моделирование финансовых операций: учеб. / Под ред. В.А. Половникова и А.И. Пилипенко. – М.: Вузовский учебник, 2004. – 360 с.
99. Центр Пригожина [Электронный ресурс] Режим доступа – www.chaos.ph.utexas.edu
100. Хаертфельдер М. Фундаментальный и технический анализ рынка ценных бумаг / М. Хаертфельдер, Е. Лозовская, Е. Хануш. – СПб.: Питер, 2005. – 352 с.

101. Хакен Г. Синергетика. Иерархия неустойчивости в самоорганизующихся системах и устройствах: Пер. с англ. / Хакен Г. – М.: Мир, 1985. – 423 с.
102. Хорн Дж. К. Ван. Основы управления финансами / Хорн Дж. К. Ван. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 800 с.
103. Шапкин А.С. Управление портфелем инвестиций ценных бумаг/ А.С. Шапкин, В.А. Шапкин.- М.: Дашков и К, 2007.- 356с.
104. Шарп У. Инвестиции / У. Шарп, Г. Александер, Дж. Бейли. – М.: ИНФРА-М, 2006. – XII, 1028 с.
105. Швагер Дж. Технический анализ. Полный курс / Дж. Швагер. – М.: Альпина Паблишер, 2001. – 768 с.
106. Ширяев А.Н.Основы стохастической финансовой математики. Том I: Факты. Модели / А.Н. Ширяев. - М., ФАЗИС, 1998
107. Шоломицкий А.Г. Теория риска. Выбор при неопределенности и моделирование риска: учеб. / А.Г. Шоломицкий; Гос. ун-т – Высшая школа экономики. – М.: ГУ ВШЕ, 2005. – 400 с.
108. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы / М. Шредер. – М: Регулярная и хаотическая динамика, 2001. – 528 с.
109. Шустер Г. Детерминированный хаос: Введение / Г. Шустер. – М.: Мир, 1988. – 240 с.
110. Эконометрика : учеб. / Под ред. И.И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 576 с.
111. Якимкин В.Н. Рынок Форекс – Вам путь к успеху. Изд. 3-е. доп. - / В.Н. Якимкин. – М.: Якимкина, 2002. – 272 с.
112. Яновский Л.П. Принципы, методология и научное обоснование прогнозов урожая по технологии «ЗОНТ»: монография / Л.П. Яновский. – Воронеж: Воронеж. гос. аграр. ун-т, 2000. – 376 с.
113. Яновский Л.П. Анализ состояния финансовых рынков на основе методов нелинейной динамики / Л.П. Яновский, Д.А. Филатов // Научно-практический и аналитический журнал: «Экономический анализ, теория и практика». №17(50) – 2005 сентябрь, с.5-16.

114. Яновский Л.П. Анализ состояния финансовых рынков на основе методов нелинейной динамики / Л.П. Яновский, Д.А. Филатов // Научно-практический и аналитический журнал: «Финансы и кредит» № 32 (200) – 2005 ноябрь,

115. Яновский Л.П. Влияние фундаментальных данных и показателя настроения рынка на число участников рынка / Л.П. Яновский, Д.А. Филатов // Эконометрическое прогнозирование: модели и методы-2006; Материалы Международной научно-практической конференции 30-31 марта 2006г: – с.55-59.

116. Яновский Л.П. Мультифрактальность фондовых и валютных рынков и финансовые «пузыри» Системное моделирование социально-экономических процессов / Л.П. Яновский, Д.А. Филатов // Тезисы докладов и сообщений 27-ой международной научной школы-семинара. Орел 10-13 октября 2004 г. – М.: ЦЭМИ РАН, 2005: - с.205-209.

117. Яновский Л.П. О применении теории хаоса к исследованию динамики финансовых крахов / Л.П. Яновский, Д.А. Филатов // Математические и инструментальные методы экономики: Сб. научных трудов. Вып. 1. /Под ред. д.т.н., проф. Матвеева М.Г. – Воронеж: 2004: -с 43-51.

118. Яновский Л.П. О соотношении случайного и детерминированного хаоса на российском валютном рынке / Л.П. Яновский, Д.А. Филатов // Актуальные проблемы планирования и прогнозирования. (Посвящается 100-летию со дня рождения Н.А. Вознесенского). Ч.3: Методы математического и компьютерного планирования и прогнозирования в экономике. Материалы международной научно-методической конференции. 10-13 декабря 2003 г. - Орел: ОГУ, 2004: - с. 132-137.

119. Яновский Л.П. Оценка степени детерминированности временных рядов валют и курсов акций на российском финансовом рынке / Л.П. Яновский, Д.А. Филатов // Экономическое прогнозирование: модели и методы 2004 г.. Материалы Всероссийской научно-практической

конференции.18-19 марта 2004 г. 2 часть. Под редакцией В.В. Давниса – Воронеж: ВГУ, 2004: -с.228-232.

120. Agaev I.A. Multifractal Analysis and Local Hoelder Exponents Approach to Detecting Stock Markets Crashes, /Agaev I.A., Kuperin Yu.A.// [Электронный ресурс] Режим доступа http://xxx.lanl.gov/ftp/cond-mat...
121. Baillie R.T. Fractionally Integrate GARCH / R.T. Baillie, T. Bollerslev, H.-O Mikkelsen // Journal of Econometrics. 1996. V. 74. №1.
122. Bachelier L., Theory of Speculation. in Cootner P. edition, The Random Character of Stock Market Price. / Bachelier L., - Cambridge: MIT Press, 1964. (Originally published in 1900.)
123. Battena J., Ellis C. Scaling Relationships of Gaussian Processes./ Battena J., Ellis C. - School of Accounting & Finance Deakin University, 2001.
124. Battena J., Ellis C. Scaling Relationships of Gaussian Processes./ Battena J., Ellis C. - School of Accounting & Finance Deakin University, 2001.
125. Black F. The Pricing of Options and Corporate Liabilities / F. Black, M. Scholes // Journal of Political Economy. – 1973. – Vol. 81 – Pp. 637-654.
126. Black F. The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests in Jensen M. C. edition, / F.Black, M. C Jensen and Scholes M.//Studies in the Theory of Capital Markets. New York: Praeger, 1972.
127. Bollerslev T. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity / T. Bollerslev // Journal of Econometrics. – 1986. – №31. – Pp. 307-327.
128. Bleaney M. Nonlinearities in Exchange Rate Dynamics: Evidence from Five Currencies, 1973-1994, /Bleaney M., Mizen P.// Economic Record, -1996-72 (216)
129. Brock W.A. Nonlinear Dynamics, Chaos and Instability / W.A. Brock, D. Hsieh, MIT Press, 1991.
130. Brown R.G. The Fundamental Theorem of Exponential Smoothing / R.G. Brown, R.F. Meyer // Operation Research, 1961. – Vol. 5, № 5.
131. Callan E. A Theory of Social Imitation / E. Callan, D. Shapiro // Physics Today. 27, 1974.

132. Cambell J. Y. and other. The Econometric of Financial Markets / J. Y. Cambell. – New Jersey: Princeton. University, 1997.
133. Cootner P. The Random Character of stock Market Prices. / Cootner P. - Cambridge: MIT Press, 1964 b.
134. Cootner P., Comments on the Variation of Certain Speculative Prices./ Cootner P.- Cambridge: MIT Press, 1964a.
135. Cornell B. Spot Rates, Forward Rates and Exchange Market Efficiency / Cornell B. // Journal of Financial Economics- 1977 – 5– p.55-65.
136. Cowles A. Can Stock Market Forecasters Forecast? / A. Cowles // Econometrica. –1933. – Vol. 1, №3. – Pp. 309-324.
137. Dacorogna M.M. Moment Condition for the HARCH(k) Models. Preprint. Zurich: "Olsen & Associates", May 30, 1995.DeBondt W. and Thaler R., Does the Stock Market Overreact? / Dacorogna M.M., Muller U.A //Journal of Finance 60, 1986.
138. DeBondt W., Does the Stock Market Overreact?/ DeBondt W. and Thaler R.// Journal of Finance 60, 1986.
139. Devaney R.L. An Introduction to Chaotic Dynamical Systems / R.L. Devaney. – Redwood City.: Addison-Wisley Publishing Company, 1989.
140. Dubovikov M.M. Dimension of the minimal cover and fractal analysis of time series/ Dubovikov M.M, Starchenko N.S., Dubovikov M.S. // Physica A, 2004, № 339, pp. 591-608
141. Engle R. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation / R. Engle // Econometrica. – 1982. – № 50. – Pp. 987-1007.
142. Engle R. Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The "ARCH-M Model"/ R. Engle, D. Lilien, R. Robins // Econometrica. – 1987. – № 55.
143. Engle R. Modelling the Persistance of Conditional Variances / R. Engle, T. Bollerslev // Econometric Reviews. – 1986. – № 5.

144. Engle R., Autoregressive Conditional Hetero skedasticity with Estimates of the Variance of U. K. Inflation. /Engle R.// Econometrica -1982-50,
145. Fama, E.F. Some properties of symmetric Stable Distributios/ Fama, E.F and Roll, R // Journal of the American Statistical Associations 63, 1968.
146. Fama E. F., The Theory of Finance./ Fama E. F. and Miller M. H.- New York: Holt, Rinehart and Winston, 1972
147. Fama E. F., Portfolio Analysis in a Stable Paretian Market./ Fama E. F., // Management Science 11, 1965a.
148. Fisher I. The Theory of Interest: As Determined by Impatience to Spend Income and Opportunity to Invest it / I. Fisher. – N.Y.: MacMillian, 1930. – 566 p.
149. Frankel J. A. Tests of Rational Expectations in the Forward Exchange Market / Frankel J. A. // Southern Economic Journal- April 1980- 46- p.641—655.
150. Friedman B. M. Economic Implications of Extraordinary Movements in Stock Prices. / Friedman B. M. and Laibson D. I., //Brooking Papers on Economic Activity -1989-2.
151. Hentshell H.G.E., Fractal nature of turbulence as manifested in turbulent diffusion./ H.G.E Hentshell., Procaccia I. //Phys. Rev.- 1983.- V. A27.- P. 1266-1269.
152. Hilborn R. C. Chaos and Nonlinear Dynamics / R.C. Hilborn. – NY.: Oxford University Press, 2000.
153. Hurst H. E. Long-term Storage of Reservoirs / H.E. Hurst // Transactions of the American Society of Civil Engineers. 116, 1951.
154. Kabanov, Y. On Leland’s strategy of option pricing with transactions costs./ Y.Kabanov, and M. Safarian //Finance and Stochastics №1, - 1997.-P. 239–250.
155. Kabanov Y.M. Markets with Transaction Costs. / Kabanov Y.M., Safarian M. - Berlin: Springer, 2009.
156. Kabanov Yu.M. Hedging and liquidation under transaction costs in currency markets/ Kabanov Yu.M. // Finance Stoch. Vol. 3, №. 2. -1999.- P. 237–248.

157. Kantz H Nonlinear Time Series Analysis,/ Kantz H., Schreiber T. - Cambridge University Press, -1997 –p.168-171.
158. Kaushik Matia Multifractal Properties of Price Fluctuations of Stocks and Commodities/Kaushik Matia, Yosef Ashkenazy, H. Eugene Stanley// [Электронный ресурс] , 2003,_Режим доступа http://arxiv.org/abs/cond-mat/0308012
159. Kendall M.G. The analysis of economic time-series. Part I. Prices / Kendall M.G. // Journal of the Royal Statistical Society.- 1953.- V. 96.- P.11-25.
160. Kendall M. G., The Analysis of Economic Time Series. in Cootner P. edition, The Random Character of Stock Market Price. / Kendall M. G.- Cambridge: MIT Press, 1964.
161. Kuhn T. S. The Structure of Scientific Revolutions. / Kuhn T. S. -Chicago: University of Chicago Press, 1962.
162. LeBaron B., A Fast Algorithm for the BDS Statistic/ B.LeBaron // Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics. - 1997. -Vol. 2. No. 2. -P. 53-59.
163. LeBaron B. Some Relations Between Volatility and Serial Correlations in Stock Market Returns. / B.LeBaron // Working Paper, February 1990.
164. LeBaron B. Stochastic Volatility as a Simple Generator of Apparent Financial Power Laws and Long Memory, / B.LeBaron // Quantitative Finance 1,-2001-p.621–631.
165. Levy P., Theorie de l`addition des variables aleatoires. / Levy P.- Paris: Gauthier-Villars, 1937.
166. Litner J., The Valuation of Risk Asset and the Selection of Risk Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets/ Litner J.// Review of Economic and Statistics -1965-№47(1)-P.13-37.
167. Lorie J. H The Stock Market: Theories and Evidence. / Lorie J. H. and Hamilton M. T., -Homewood, IL: Richard D. Irwin, 1973.
168. Maillet, B. Revised Index of Market Shocks: A New Multi-Horizon Richter Scale for Stock Markets. / Maillet, B., T. Michel and A. Subbotin. // JMA conference paper, Fribourg, Switzerland, 31 May - 1June 2007. - 35 p.

169. Mandelbrot B. The Variation of Certain Speculative Prices The Random Character of Stock Market Price. / B. Mandelbrot. – Cambridge: MIT Press, 1964.
170. Mandelbrot B. A multifractal Walk down Wall Street /Mandelbrot B. //Scientific American, 1999. Feb.
171. Markowitz H.M. Portfolio Selection / H.M. Markowitz // Journal of Finance. – 1952.– Vol. 7, №1. – Pp. 77-91.
172. Mandelbrot B., Statistical Methodology for Non-Periodic Cycles:From the Covariance to R/S Analysis. /Mandelbrot B. //Annals of Economic Social Measurement 1, 1972.
173. Mandelbrot B. A multifractal model of asset’s returns, /Mandelbrot B., Fisher A., Calvet L.// Cowles Foundation Discussion Paper- 1997- #1164
174. Mantegna R. An Introduction to Econophysics, Correlations and Complexity in Finance,/ Mantegna R., Stanley H. - Cambridge University Press -2000 – p.177
175. Markowitz H.M. Mean-variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Market / H.M. Markowitz. – Oxford; N.Y.: Blackwell, 1987. – 387 p.
176. Markowitz H.M. Portfolio Selection. Efficient Diversification of Investments / H.M. Markowitz. – Oxford; N.Y.: Blackwell, 1991. – 384 p.
177. Mossin J. Equilibrium in a Capital Asset Markets / J. Mossin // Econometrica. October 1966. – Pp. 768-783.
178. Nelson D.B. Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns / D.B. Nelson // Econometrica. – 1991. – V. 59. – Pp. 347-370.
179. Oliver E. W. Transaction cost economics: an overview[Электронный ресурс] /Режим доступа http://organizationsandmarkets.files.wordpress.com /2009/09/williamson-o-transaction-cost-economics-an-overview.pdf
180. Osborne M. F. M., Brownian Motion in the Stock Market. in Cootner P. edition, The Random Character of Stock Market Price./ Osborne M. F. M- Cambridge: MIT Press, 1964.

181. Pancham S. Evidence of the Multifractal Market Hypothesis Using Wavelet Transforms. / Pancham S. -Florida International University, 1994.
182. Pareto. V., Cours d`Economie Politique. Lausanne,/ Pareto. V.- Switzerland, 1897.
183. Pindyck R.S. Econometric Models and Economic Forecasts / R.S. Pindyck, D.L. Rubinfeld. – McGraw-Hill, Inc. 1999.
184. Rachev S.T. CED Models for Asset Returns and Fractal Market Hypothesis./ Rachev S.T., Weron A., Weron R. // Mathematical and Computer Modelling – 1999-№29-p.
185. Ragnar F. Editorial / Ragnar F. // Econometrica, 1:1, January 1933, p.2.
186. Rao P.K. The Economics of Transaction Costs: Theory, Methods and Applications / Rao P.K. -Palgrave Macmillan , 2003 - 197 p.
187. Roberts H.V. Stock-market «patterns» and financial analysis: Methodological suggestions/ H.V. Roberts // Journal of Finance.- 1959.- V. 14.- P. 1-10.
188. Rogers L.C.G. Arbitrage with fractional Brownian motion./ Rogers L.C.G. // Mathematical Finance -1997-№ 7(1).-p. 95–105.
189. Roll R. A Critique of Asset Pricing Theory’s Tests / R. Roll // Journal of Finance and Economics. March 1977. – Pp. 129-176.
190. Ross S. A. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing / S.A. Ross // Journal of Economy Theory. – 1976. – Vol. 13, №3. – Pp. 343-362.
191. Ross Sh.M. An Elementary Introduction to Mathematical Finance: Options and Other Topics / Sh. M. Ross. – Cambridge University Press, 2003. – 253 p.
192. Ruelle D. On the nature of turbulence. / Ruelle D., Takens F.// Comm. Math. Phys. -1971-20, 167.
193. Rudd A. Modern Portfolio Theory./ Rudd A. and Clasing H. K.// Homewood, IL: Dow Jones-Irwin, 1982.
194. Samuelson P.A. Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly /Samuelson P.A. // Industrial Management Review, v.6, - 1965
195. Samuelson, Paul A., The "Fallacy" of Maximizing the Geometric

Mean in Long Sequences of Investing or Gambling,/ Paul A. Samuelson.// Proc. Nat.Acad. Sci. USA, - October 1971.- Vol. 68, No. 10.- pp. 2493-2496.

196. Shanken J. On the Estimation of Beta-pricing Models / J. Shanken // Review Financial Studies . – 1992. – Vol. 5, №1. – Pp. 1-33.
197. Sharpe W.F. A Simplified Model for Portfolio Analysis / W.F. Sharpe // Management Science. – 1963. – Vol. 9, №2. – Pp. 277-293.
198. Sharpe W.F. Capital Asset Price: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk / W.F. Sharpe // Journal of Finance – 1964. – Vol. 19, №3. – Pp. 425-442.
199. Sharpe W. F., Portfolio Theory and Capital Markrts. / Sharpe W. F.-New York: McGraw-Hill, 1970.
200. Shephard N. Statistical Aspects of ARCH and Stochastic Volatility / N. Shephard. – In Time Series Models in Econometrics, Finance and Other Fields. L.: Chapman&Hall, 1996. – Pp. 1-67.
201. Sheinkman J. A. Nonlinear Dynamics and Stock Returns. / Sheinkman J. A., LeBaron B. //Journal of Business -1989-62, no.3 - p.311-337.
202. Shiller R. J., Market Volatility./ Shiller R. J.- Cambridge: MIT Press, 1989.
203. Schmidt A B., Quantitative Finance for Physicists:An introduction,/ Schmidt A B.- Elsevier Academic Press, 2005, p.179.
204. Sornette D., Johansen A., an Bouchaud, J. Stock market crashes, precursors and replicas, /Sornette D., Johansen A., an Bouchaud, J. //Journal de Pfysique -1996- I, France 6 - P. 167-175.
205. Sterge A.J. On the Distribution of Financial Futures Price Changes / A.J. Sterge // Financial Analysts Journal. - May/June 1989- p.75-78.
206. Stein J. Why are Most Funds Open-ended? Competition and The Limits of Arbitrage./ Stein J. // Working Paper #10259, NationalBureau of Economic Research., February 2004.
207. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence. In: Dynamical Systems and Turbulence./ Takens F. - Lecture Notes in Mathematics, edited by D.A.Rand L.S.Young. Heidelberg: Springer-Verlag, 366-381 (1981).

208. Tobin J. Liquidity Preferences as a Behavior Toward Risk / J. Tobin // Review Economic Studies. – 1958. – Vol. 25, №6. – Pp. 65-68.
209. Tobin J. The Theory of Portfolio Selection / J. Tobin // Theory of Interest Rates / Ed. by F.H. Hahn, F.P.R. Brechling. – London: MacMillan, 1965. – Pp. 3-51.
210. Thorp, Edward 0, The Mathematics of Gambling, / Thorp, Edward Gambling Times, Hollywood, California, 1984.
211. Tversky A., The Psychology of Risk in Quantifying the Market Risk Premium Phenomena for Investment Decision Making. Charlottesville, VA: Institute of Chartered Financial Analysts, 1990
212. Turner A.L. An Analysis of Stock Market Volatility / A.L. Turner, E.J. Weigel // Russel Research Commentaries, Frank Russel Company, Tacoma, WA, 1990.
213. Vaga T. The Coherent Market Hypothesis / T. Vaga // Financial Analysts Journal. – December/January, 1991.
214. Weidlich W. The Stattistical Description of Polarization Phenomena is Society, British Journal of Math./ W.Weidlich //Statist. Psychology -1971.- №24.- Pp. 251-266.

Приложение 1. Выдержки из программы «Метод глобальной оптимизации на основе стохастического лучевого поиска с эмуляцией отжига»

Общий вид алгоритма оптимизации

```
// Генерация начальных состояний и вычисление их функции пригодности
SolutionCandidate<P>[] currentGeneration = evaluate(
            pointsGenerator.getInitialPoints(), objectiveFunction,
            progressController);

// Цикл процесса оптимизации
while (progressController.nextIteration(currentGeneration)) {
      // Генерация состояний приемников
      P[] successors = pointsGenerator.getSuccessors(currentGeneration,
                  progressController);
      if (successors == null) {
            break;
      }

      // Расчет функции пригодности для приемников
      SolutionCandidate<P>[] nextGeneration = evaluate(
                  successors, objectiveFunction, progressController);

      // Формирование нового списка из текущего и списка приемников
      currentGeneration = selectionController.selectNextGeneration(
                  currentGeneration, nextGeneration, progressController);
}

// Выбор наилучшего решения-кандидата из текущего списка
```

```
SolutionCandidate<P> best = currentGeneration[0];
for (int i = 1; i < currentGeneration.length; i++) {
        SolutionCandidate<P> next = currentGeneration[i];
        if (next.isBetterThan(best)) {
                best = next;
        }
}
return best;
```

Формирование нового текущего списка состояний с помощью эвристики «эмуляция отжига»

```
// Рандомизированная сортировка с учетом значения функции полезности
Arrays.sort(candidates, comparator);
RndPosition[] rndPositions = new AnnealingSelectionController.RndPosition[candidates.length];
for (int i = 0; i < candidates.length; i++) {
        rndPositions[i] = new RndPosition(candidates[i], i
                        + random.nextInt(candidates.length));
}
Arrays.sort(rndPositions);
// Каждое состояние из текущего списка сравнивается с приемником
for (int i = 0, c = 0; i < current.length
                && c < rndPositions.length; i++) {
        SolutionCandidate<P> candidate = rndPositions[c].candidate;
        // Приемник принимается всегда, если он лучше,
        // либо случайным образом в зависимости от стадии работы
        // алгоритма.
        if (candidate.isBetterThan(current[i])
                        || acceptBadValue(progressController.getProgress())) {
```

```
                current[i] = candidate;
                c++;
        }
}
```

Генерация состояния приемника

```
// Вычисление оставшегося времени работы
double remainingProgress = 1 - progressController.getProgress();
// Вычисление количества долей для увеличения
int countToGrow = Math.max(1, (int) (weights.length
                * remainingProgress / 2));
// Цикл изменения долей капитала
main: for (int i = 0; i < countToGrow; i++) {
        // Выбор доли капитала для увеличения
        int indexTo;
        do {
                indexTo = random.nextInt(weights.length);
        } while (weights[indexTo] > 1 - EPSILON
                        || weights[indexTo] + remainingProgress < random
                                        .nextFloat());
        // Определение объема переносимого капитала
        double growth = random.nextDouble() * (1 - weights[indexTo])
                        * remainingProgress;
        growth = Math.max(0.0004, growth);
        if (weights[indexTo] + growth > 1) {
                growth = 1 - weights[indexTo];
        }
        // Выбор доли капитала, которая будет являться донором
        int attempt = 0;
        int indexFrom;
        do {
```

```
            indexFrom = random.nextInt(weights.length);
            if (++attempt == weights.length << 1) {
                continue main;
            }
        } while (indexTo == indexFrom || weights[indexFrom] < EPSILON);
        // Перенос части капитала из одной доли в другую
        if (weights[indexFrom] <= growth) {
            weights[indexTo] += weights[indexFrom];
            weights[indexFrom] = 0;
        } else {
            weights[indexTo] += growth;
            weights[indexFrom] -= growth;
        }
    }
```

Приложение 2. Примеры расчетов по определению стабильных во времени состояний индекса РТС с периодом прогнозирования 30 минут и коэффициентами ранговой корреляции Спирмена рассчитанными по 4 периодам на каждой из 3 осей. Всего рассмотрено 102243 вхождений в 300 состояний за период с 2003 по 2007 год.

Состояние 1			1 ось	2 ось	3 ось
Длина периода			1 час	15 мин	5 мин
Диапазон значений коэффициента Спирмена			0,75; 1	0,75;1	0,75;1
Год	Кол-во вхождений	Вероятность роста, %	Вероятность падения, %		
2003	4312	71,3	27,0		
2004	4064	71,4	27,0		
2005	3855	72,5	24,5		
2006	4110	72,1	26,4		
2007	2800	68,6	29,3		
Итого	19141	71,3	26,7		

Состояние 2			1 ось	2 ось	3 ось
Длина периода			1 час	15 мин	5 мин
Диапазон значений коэффициента Спирмена			-0,75;-1	-0,75;-1	-0,75;-1
Год	Кол-во вхождений	Вероятность роста, %	Вероятность падения, %		
2003	2649	33,7	65,1		
2004	3045	31,4	67,4		
2005	1807	35,7	61,9		
2006	2276	34,4	63,6		
2007	1985	31,8	66,5		
Итого	11762	33,2	65,2		

Состояние 3			1 ось	2 ось	3 ось
Длина периода			1 час	15 мин	5 мин
Диапазон значений коэффициента Спирмена			0,15;0,4	0,75;1	0,75;1
Год	Кол-во вхождений	Вероятность роста, %	Вероятность падения, %		
2003	1114	73,1	25,7		
2004	1190	71,1	26,6		
2005	1128	68,3	29,5		
2006	1203	72,5	25,5		
2007	947	69,1	28,4		
Итого	5582	70,9	27,1		

Состояние 4			1 ось	2 ось	3 ось
Длина периода			1 час	15 мин	5 мин
Диапазон значений коэффициента Спирмена			-0.4;-0,15	-0.75;-1	-0.75;-1
Год	Кол-во вхождений	Вероятность роста, %	Вероятность падения, %		
2003	1035	28,8	69,6		
2004	1090	29,4	69,4		
2005	879	35,3	63,3		
2006	1030	31,6	66,4		
2007	759	26,0	71,9		
Итого	4793	30,3	68,1		

Состояние 5	1 ось	2 ось	3 ось
Длина периода	1 час	15 мин	5 мин
Диапазон значений коэффициента Спирмена	-1;-0,75	0,75; 1	0,75; 1

Год	Кол-во вхождений	Вероятность роста, %	Вероятность падения, %
2003	795	72,7	25,5
2004	791	65,7	32,9
2005	558	60,8	35,5
2006	748	64,9	32,6
2007	531	68,3	29,2
Итого	3423	66,8	30,9

Состояние 6	1 ось	2 ось	3 ось
Длина периода	1 час	15 мин	5 мин
Диапазон значений коэффициента Спирмена	-0,4;-0,15	0,75; 1	0,75; 1

Год	Кол-во вхождений	Вероятность роста, %	Вероятность падения, %
2003	766	69,2	29,8
2004	731	68,8	29,8
2005	504	64,1	32,9
2006	613	63,6	34,1
2007	443	63,2	34,1
Итого	3057	66,3	31,8

Состояние 7			1 ось	2 ось	3 ось
Длина периода			1 час	15 мин	5 мин
Диапазон значений коэффициента Спирмена			0,15;0,4	-0,75;-1	-0,75;-1
Год	Кол-во вхождений	Вероятность роста, %	Вероятность падения, %		
2003	685	31,4	67,2		
2004	624	35,7	61,8		
2005	379	42,2	55,4		
2006	599	35,6	62,4		
2007	426	34,5	63,6		
Итого	2713	35,3	62,7		

Состояние 8			1 ось	2 ось	3 ось
Длина периода			1 час	15 мин	5 мин
Диапазон значений коэффициента Спирмена			0.75;1	0,15;0,4	0,75;1
Год	Кол-во вхождений	Вероятность роста, %	Вероятность падения, %		
2003	254	81,5	17,7		
2004	230	75,2	23,9		
2005	665	69,5	27,7		
2006	696	68,4	29,6		
2007	485	67,8	30,7		
Итого	2330	70,7	27,4		