

УДК 336.764.061.1

**ФИНАНСЫ И КРЕДИТ**  
**FINANCES AND CREDIT**

**КОНЦЕПЦИЯ И ИНСТРУМЕНТАРИЙ УНИВЕРСАЛЬНОГО ТОЧЕЧНОГО ПОДХОДА К ФОРМИРОВАНИЮ ЭФФЕКТИВНОГО ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ**

*М.И. ЛИСИЦА, доктор экономических наук, профессор кафедры «Финансы и кредит» Санкт-Петербургской академии управления и экономики*  
**Тел.: +79602717032; +79217506515; +78127588359**

*С.В. КАЗАНЦЕВ, аспирант кафедры «Финансы и кредит» Санкт-Петербургской академии управления и экономики, аналитик Инвестиционной компании БФА, ЗАО*  
**Тел.: +79219204332**

*M.I. Lisitsa, Doctor of Economics, Professor of Chair «The Finance and the Credit», Saint-Petersburg Academy of Management and Economy*  
**Phones: +79602717032; +79217506515; +78127588359**

*S.V. Kazantsev, post-graduate student of Chair «The Finance and the Credit», Saint-Petersburg Academy of Management and Economy, Analyst of BFA Investment Company*  
**Phone: +79219204332**

**Аннотация**

Простота и интуитивное принятие инвесторами теоремы об эффективных множествах породили разнообразие подходов к формированию портфеля ценных бумаг. Одним из таких решений является метод, чаще называемый моделью выбора портфеля, разработанный профессором Г. Марковицем. Однако на волатильных и падающих рынках использование обозначенной модели приводит к затруднениям и ошибкам при формировании портфеля. В развитие модели выбора портфеля мы предлагаем собственный подход, более гибко оптимизирующий и позволяющий находить наилучший по сравнению с моделью выбора состав портфеля ценных бумаг, наилучший при заданных значениях риска и доходности.

**Abstract**

Simplicity and intuitive investors' acceptance of the Efficient Sets Theorem have generated multiplicity of approaches to securities portfolio selection. One of these solutions is the method most frequently called like the portfolio choice model, developed by Prof. H. Markowitz. However, using designated model at volatile and falling markets leads to difficulties and errors under portfolio generating. We propose a unique approach in progress of the portfolio choice model, more flexible

optimizing and allowing to determine the best portfolio in compare with the portfolio choice model, the best under specified profile of risk and yield.

**Ключевые слова:** ценные бумаги, теорема об эффективных множествах, финансовые инвестиции, риск, доходность, базовая модель выбора портфеля, модифицированная версия базовой модели выбора портфеля, универсальная точечная модель оптимизации финансового инвестиционного портфеля Li-Ka, хорошо диверсифицированный портфель.

**Keywords:** securities, effective sets theorem, portfolio investments, risk, yield, the portfolio choice basic model, the modified version of the portfolio choice basic model, the universal punctual model of financial investment portfolio optimization - Li-Ka, highly diversified portfolio.

Последний экономический кризис, вызвавший масштабное и устойчивое в течение второй половины 2008 года снижение рыночных курсов ценных бумаг, негативно повлиял на финансовое благополучие миллионов людей по всему миру. Разумеется, наша страна не стала здесь исключением. Однако российское законодательство и рабочая практика в отношении наиболее массовых коллективных инвестиций, в частности, паевых инвестиционных фондов, даже после чрезвычайно неудачных финансовых результатов очень медленно адаптируется к кризисным и коррекционным явлениям (как, например, в 2009 году, когда наблюдалась сильная волатильность рыночных курсов ценных бумаг). Действительно, фактическая доходность паевых инвестиционных фондов в острую фазу кризиса в основном находилась в отрицательной зоне, причем управляющие компании не имели ни законного права, ни готовых инструментов для защиты инвестиций своих клиентов. В то же время относительно высокая волатильность с явным трендом на снижение рыночных курсов не препятствует, конечно, при наличии инструментов хеджирования, не только сохранению инвестиций, но и позволяет получать доход. В нашей стране проблеме хеджирования рисков потери стоимости финансовых активов впервые официально было уделено внимание лишь в конце 2009 года, однако описанные в [5] условия вступят в силу в полном объеме только с 1 января 2012 года. Обозначенный документ определенно является прорывом в области ограничения рисков, однако по-прежнему не разрешает создание хедж-фондов в их классическом понимании, как организаций, практически не ограниченных в выборе объектов инвестиций.

Разумеется, проблема выбора эффективного портфеля ценных бумаг не является новой, разработаны разные варианты ее решения. Здесь, прежде всего, необходимо отметить

заслуги Г. Марковица, который впервые привлек внимание к возможности диверсификации портфеля с целью снижения его риска. Основные тезисы были изложены в статье [11], а затем в монографии [10], где были представлены графические решения и математически формализованный метод (также называемый моделью) формирования оптимального (эффективного) портфеля ценных бумаг. Основную задачу, которую решает данная теория, можно сформулировать как поиск структуры портфеля, обеспечивающей наибольшую ожидаемую доходность при заданном уровне финансового инвестиционного риска или минимальный финансовый инвестиционный риск при заданном уровне ожидаемой доходности, что также известно и под названием «теоремы об эффективных множествах». Последователи Г. Марковица, в частности, У. Шарп, С. Росс, Д. Линтнер, Я. Моссин создали ряд более сложных моделей и теорий [8, 9, 12, 13, 14, 15, 16], которые на сегодняшний день являются более или менее успешными теоретическими конкурентами модели выбора портфеля.

В любом случае при исследовании финансовых инвестиций обязательно встает вопрос об ограничении рисков по отдельной ценной бумаге и целиком по портфелю. Однако с точки зрения портфельного менеджера, числовое значение риска не имеет практического смысла в связи с использованием заранее выбранных ценовых точек ликвидации открытой позиции, а реальное снижение риска по портфелю осуществляется тремя способами:

- посредством диверсификации, т.е. за счет деления общей суммы инвестиций на части и вложения в пары финансовых активов со слабой корреляцией фактической доходности;
- с помощью деривативов, позволяющих создать как направленную стратегию, так и полностью хеджированную от изменения рыночной цены базового финансового актива;
- путем совмещения первого и второго способов, т.е. за счет создания портфеля из деривативов, ориентированного на направленное движение по отдельным финансовым активам, с учетом диверсификации инвестиций.

Наиболее широкое применение в практической деятельности хедж-фондов находит третий способ. Их портфели обычно состоят из большого числа финансовых активов, в том числе деривативов, заранее ограничивающих риск потерь. Поиск же объектов финансовых инвестиций осуществляется с помощью фундаментального анализа, охватывающего максимальное количество информационных полей, в том числе фондовые, валютные, товарно-сырьевые и другие рынки. При этом часто остается открытым вопрос определения лимитов на ценовую позицию по конкретному финансовому активу.

Однако объектом нашего исследования является портфельная теория Г. Марковица, в развитие которой мы предлагаем усовершенствованную модель (а впоследствии и подход), более аппроксимированную к современным экономическим условиям биржевой торговли, а в перспективе готовую к применению некоторыми институциональными и частными инве-

сторонами. Основные дискуссионные моменты, которые содержит разработанная Г. Марковицем модель выбора портфеля (назовем ее базовой) подробно освещены в статьях [2, 3].

Основная цель исследования заключается в приспособлении выработанных Г. Марковицем идей к реальным рыночным условиям. В частности, речь идет об устранении неадекватности базовой модели выбора портфеля, что проявляется через отсутствие возможности использования коротких позиций<sup>1</sup>, причем обозначенная проблема, на наш взгляд, является следствием ограниченности первоначального графического представления об эффективных множествах в публикациях [10, 11]. Если точнее, то короткая продажа ценных бумаг, имеющих положительную ожидаемую доходность (когда предполагаемая цена выкупа больше цены продажи), не приемлема для инвестора, что мы впоследствии покажем. При этом прочие замечания рассматриваются как побочные, не оказывающие непосредственного влияния на результат оптимизации портфеля ценных бумаг, и условно делятся на две группы:

- I. Технические замечания: о способе решения многокритериальной задачи, о числе видов финансовых активов, принимаемых для составления портфеля, о неделимости ценных бумаг уже были прокомментированы в статьях [1, 2, 3] и при условии использования мощной вычислительной техники являются более или менее решаемыми.
- II. Фундаментальные замечания: о выборе уровня финансового инвестиционного риска и ожидаемой доходности, об учете комиссий брокеров и налогообложении доходов остаются, как отмечено в публикациях [2, 3], в ряду открытых и, несомненно, требуют более детального изучения в рамках других исследований.

Перечисленные проблемы были нами учтены, но не решены полностью. Причем в своем исследовании мы опираемся на следующие допущения:

1. Рациональный инвестор предпочтет получить максимальную ожидаемую доходность при заданном символическом уровне финансового инвестиционного риска. Исходя из этого, большая часть нашей работы была посвящена решению оптимизационной задачи по определению структуры портфеля с заданным уровнем финансового инвестиционного риска и максимальной ожидаемой доходностью.
2. Дивиденды, выплачиваемые за период владения акциями, равны нулю. Последнее введено исключительно для упрощенного теоретического рассмотрения нашего подхода. Причем сама возможность выплаты дивидендов формально присутствует. Более полная характеристика указанного допущения представлена в статье [2]. Необходимо добавить, что использование короткой позиции по акциям влечет за собой необходимость уплаты ди-

---

<sup>1</sup> Речь идет о заимствовании финансового актива, затем его продаже по существующей рыночной цене, наконец, выкупе по изменившейся рыночной цене. Данная операция называется короткой продажей. Понятно, что инвестор, совершающий короткую продажу, надеется на получение положительного финансового результата (в виде курсовой разницы), для чего цена выкупа должна быть ниже цены продажи (иначе говоря, продал дорого – выкупил дешево).

видендов ее держателю, в то время как торговля с помощью деривативов полностью устраняет проблему учета дивидендов.

В основе разрабатываемого нами подхода помимо предпосылок базовой модели выбора портфеля лежит ее модифицированная версия, представленная в работе [1]. Модифицированная версия базовой модели выбора портфеля получена путем соединения предпосылок, вытекающих из базовой модели выбора портфеля, с дополнительно введенными ограничениями (1), (2), (3) относительно объема денежных средств, которые инвестор готов выделить для покупки финансовых активов из какого-то множества их видов, а также о целом (неделимом) количестве ценных бумаг в портфеле:

$$\sum_{j=1}^h P_j \cdot q_j \leq M_{av} \quad (1)$$

$$q_j \geq 0 \quad (2)$$

$$q_j \in Z \quad (3)$$

где  $j=1, \dots, h$  – число участвующих в формировании финансового инвестиционного портфеля видов ценных бумаг;

$P_j$  – рыночный курс финансового актива  $j$ ;

$q_j$  – количество финансовых активов  $j$  в портфеле;

$M_{av}$  – имеющаяся в наличии у инвестора сумма денежных средств;

$Z$  – множество целых чисел.

Как и наши предшественники, мы рассматриваем две альтернативы: 1) максимизация ожидаемой доходности при заданном уровне финансового инвестиционного риска; 2) минимизация финансового инвестиционного риска при заданном уровне ожидаемой доходности.

Обе альтернативы охватывают проблему оптимизации финансового инвестиционного портфеля с разных сторон относительно целевых уровней финансового инвестиционного риска и ожидаемой доходности. Теоретически обе альтернативы могут использоваться в зависимости от требований инвестора. Как было отмечено, по нашему мнению, рациональный инвестор предпочтет получить максимальную ожидаемую доходность при заданном символическом уровне финансового инвестиционного риска. Соответственно, максимизация ожидаемой доходности есть основополагающая задача, решаемая в рамках первой альтернативы. В рамках же второй альтернативы минимизация финансового инвестиционного риска при заданном уровне ожидаемой доходности, полученной в рамках первой альтернативы, не обязательно приведет к получению эквивалентного (в рамках обеих альтернатив) значения финансового инвестиционного риска<sup>2</sup> – он вполне может оказаться и больше. Особо отметим,

---

<sup>2</sup> Это является следствием не строгости задаваемых ограничений, поскольку в рамках оптимизационных процедур устанавливаются максимальное значение (но не строго точное) по финансовому инвестиционному

что экстремальные случаи минимизации финансового инвестиционного риска до нулевого значения, конечно, могут быть востребованы инвесторами, но решение задачи по оптимизации финансового инвестиционного портфеля, скорее всего, не состоится. В общем, по нашему убеждению, основанному на интуитивном неприятии (избегании) людьми риска, следует задать хотя бы символический уровень финансового инвестиционного риска и получить портфель ценных бумаг с максимальным значением ожидаемой доходности.

Состоящая из двух альтернатив и представленная ниже записями (12), (13) модифицированная версия базовой модели выбора портфеля довольно подробно описана в публикации [1], поэтому мы рассмотрим только конкретные математические предпосылки возникновения обозначенной модели.

Итак, для целей нашего исследования будем считать, что доходность представляет собой финансовый результат, приносимый каждой единицей стоимости ценных бумаг. Доходность (которую допустимо называть ставкой доходности) измеряется в долях единицы или процентах (в последнем случае доходность в долях единицы надо умножить на 100). Укажем, что фактической называется доходность прошлых периодов времени, причем она рассчитывается в соответствии с формулой (4):

$$R_{j,t} = \frac{P_{j,t} - P_{j,t-1} + D_{j,t}}{P_{j,t-1}} \quad (4)$$

где  $R_{j,t}$  – фактическая доходность по ценной бумаге  $j$  за период времени  $t$ ;

$P_{j,t}$  – рыночная цена финансового актива  $j$  на конец периода времени  $t$ ;

$P_{j,t-1}$  – рыночная цена финансового актива  $j$  на конец периода времени  $t-1$ , который гипотетически совпадает с началом периода времени  $t$ ;

$D_{j,t}$  – выплачиваемый эмитентом ценной бумаги  $j$  доход за период времени  $t$ .

Определим математически ожидаемую доходность финансового актива как средневзвешенную величину, полученную из распределения вероятностей вариационного ряда фактических доходностей:

$$\bar{R}_j = \sum_{i=1}^s R_{j,i} \cdot \frac{n_i}{\sum_{i=1}^s n_i} \quad (5)$$

$$p_i = \frac{n_i}{\sum_{i=1}^s n_i} \quad (6)$$

---

рisku и минимальное значение (причем также не строго точечное) по ожидаемой доходности. Это означает, что оптимальный портфель ценных бумаг может быть получен и при меньшем значении финансового инвестиционного риска (по сравнению с заданной величиной), а также при большем значении ожидаемой доходности (по сравнению с заданной величиной).

$$\bar{R}_j = \sum_{i=1}^s R_{j,i} \cdot p_i \quad (7)$$

где  $\bar{R}_j$  – ожидаемая доходность по ценной бумаге  $j$ ;  
 $i=1, \dots, s$  – число наблюдаемых значений фактической доходности;  
 $R_{j,i}$  – фактическое  $i$ -е значение доходности по финансовому активу  $j$ ;  
 $n_i$  – число наблюдений  $i$ -й фактической доходности;  
 $p_i$  – вероятность получения  $i$ -й фактической доходности.

По-другому, ожидаемая доходность есть среднее арифметическое по динамическому ряду фактических значений доходности, что было принято в публикации [1] в качестве математической основы, с чем мы согласны, поскольку модифицированная версия базовой модели выбора портфеля опирается именно на формулу (8):

$$\bar{R}_j = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n R_{j,t} \quad (8)$$

$$n = \sum_{i=1}^s n_i \quad (9)$$

где  $t=1, \dots, n$  – длина динамического ряда (рассматриваемый промежуток времени).

Обратим внимание на ряд важных аспектов, касающихся доходности. В частности, теория информационно эффективных рынков капитала доказательно констатирует случайный и неустойчивый характер фактических значений доходности, поэтому совершенно очевидно, что полученная по ряду фактических данных оценка ожидаемой доходности также не более и не менее случайна. Иначе говоря, фактическая доходность может отклоняться от ожидаемого уровня. Соответственно, получение ожидаемой доходности не гарантировано, в чем и заключается риск инвестиций в ценные бумаги (также называемый финансовым инвестиционным риском), который следует понимать как возможное отклонение фактического значения доходности от ее ожидаемой величины.

Прежде, чем определить количественную меру риска, укажем, что риск инвестиций в ценные бумаги носит спекулятивный характер, т.е. отклонения фактической доходности от ожидаемого уровня могут происходить в любую сторону. Поэтому финансовый инвестиционный риск принято исчислять с помощью стандартного отклонения, которое показывает средний разброс возможных значений доходности относительно ожидаемого уровня и имеет одинаковую с доходностью единицу измерения:

$$\sigma_j = \sqrt{\sum_{i=1}^s (R_{j,i} - \bar{R}_j)^2 \cdot p_i} \quad (10)$$

где  $\sigma_j$  – стандартное отклонение (являющееся мерой финансового инвестиционного риска) по ценной бумаге  $j$ .

Причем в статье [1] в качестве математической основы принято не предыдущее выражение (10), а (11), с чем мы также согласны, учитывая, что модифицированная версия базовой модели выбора портфеля опирается на формулу (11):

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n (R_{j,t} - \bar{R}_j)^2} \quad (11)$$

Исходя из ограничения (1) на величину инвестируемого капитала, с учетом запрета на короткие продажи в виде ограничения (2), а также запрета на делимость ценных бумаг в виде ограничения (3), мы получаем (сформулированные в работе [1]) алгоритмы (12), (13) в рамках модифицированной версии, уточняющей базовую модель выбора портфеля:

1) максимизация ожидаемой доходности при заданном уровне финансового инвестиционного риска:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{R}_p \rightarrow \max \\ \sigma_p \leq \sigma_{est} \\ \bar{R}_p = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n R_{p,t} \\ \sigma_p = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n (R_{p,t} - \bar{R}_p)^2} \\ R_{p,t} = \frac{\sum_{j=1}^h (P_{j,t} - P_{j,t-1} + D_{j,t}) \cdot q_j}{\sum_{j=1}^h P_{j,t-1} \cdot q_j} \\ \sum_{j=1}^h P_j \cdot q_j \leq M_{av} \\ q_j \geq 0 \\ q_j \in Z \end{array} \right. \quad (12)$$

2) минимизация финансового инвестиционного риска при заданном уровне ожидаемой доходности:



$$\begin{cases}
 \sigma_p \rightarrow \min \\
 \bar{R}_p \geq \bar{R}_{est} \\
 \bar{R}_p = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n R_{p,t} \\
 \sigma_p = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n (R_{p,t} - \bar{R}_p)^2} \\
 R_{p,t} = \frac{\sum_{j=1}^h (P_{j,t} - P_{j,t-1} + D_{j,t}) \cdot q_j}{\sum_{j=1}^h P_{j,t-1} \cdot q_j} \\
 \sum_{j=1}^h P_j \cdot q_j \leq M_{av} \\
 q_j \geq 0 \\
 q_j \in Z
 \end{cases} \quad (13)$$

где  $\check{R}_p$  – ожидаемая доходность по финансовому инвестиционному портфелю;  
 $\sigma_p$  – стандартное отклонение, выражающее риск по финансовому инвестиционному портфелю;  
 $\sigma_{est}$  – заданный уровень риска;  
 $\check{R}_{est}$  – заданный уровень ожидаемой доходности;  
 $R_{p,t}$  – фактическая доходность по финансовому инвестиционному портфелю за период времени  $t$ .

Однако, как было заявлено ранее, модифицированная версия не решает главную проблему базовой модели выбора портфеля – она не позволяет сформировать оптимальный портфель ценных бумаг на основе коротких позиций по финансовым активам. Соответственно, нами была предложена *универсальная точечная модель оптимизации финансового инвестиционного портфеля Li-Ka<sup>3</sup>*, которая решает обозначенную проблему, а также учитывает возможность покупки или короткой продажи финансовых активов, имеющих нулевую ожидаемую доходность за период изучения, что положительно влияет на диверсификацию портфеля ценных бумаг на всем рассматриваемом промежутке времени.

Исходя из предпосылок модифицированной версии базовой модели выбора портфеля и используя дополненные (но более гибкие) ограничения, мы вновь получаем модель, напомним, направленную на максимизацию ожидаемой доходности, с одной стороны, а с другой – на минимизацию финансового инвестиционного риска. Математический алгоритм универсальной точечной модели оптимизации финансового инвестиционного портфеля *Li-Ka* может быть представлен в виде группы выражений (14), (15):

<sup>3</sup> Сокращено от сочетания фамилий разработчиков (*Lisitsa – Kazantsev*).

1) максимизация ожидаемой доходности при заданном уровне финансового инвестиционного риска:

$$\begin{cases}
 \bar{R}_p \rightarrow \max \\
 \sigma_p \leq \sigma_{est} \\
 \bar{R}_p = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n R_{p,t} \\
 \sigma_p = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n (R_{p,t} - \bar{R}_p)^2} \\
 R_{p,t} = \frac{\sum_{j=1}^h (P_{j,t} - P_{j,t-1} + D_{j,t}) \cdot \begin{cases} -|q_j| & \text{при } \bar{R}_j < 0 \\ q_j & \text{при } \bar{R}_j = 0 \\ |q_j| & \text{при } \bar{R}_j > 0 \end{cases}}{\sum_{j=1}^h P_{j,t-1} \cdot |q_j|} \\
 \bar{R}_j = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n R_{j,t} \\
 R_{j,t} = \frac{P_{j,t} - P_{j,t-1} + D_{j,t}}{P_{j,t-1}} \\
 \sum_{j=1}^h P_j \cdot |q_j| \leq M_{av} \\
 q_j \in Z
 \end{cases} \quad (14)$$

2) минимизация финансового инвестиционного риска при заданном уровне ожидаемой доходности:

$$\begin{cases}
 \sigma_p \rightarrow \min \\
 \bar{R}_p \geq \bar{R}_{est} \\
 \bar{R}_p = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n R_{p,t} \\
 \sigma_p = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n (R_{p,t} - \bar{R}_p)^2} \\
 R_{p,t} = \frac{\sum_{j=1}^h (P_{j,t} - P_{j,t-1} + D_{j,t}) \cdot \begin{cases} -|q_j| & npi \quad \bar{R}_j < 0 \\ q_j & npi \quad \bar{R}_j = 0 \\ |q_j| & npi \quad \bar{R}_j > 0 \end{cases}}{\sum_{j=1}^h P_{j,t-1} \cdot |q_j|} \\
 \bar{R}_j = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n R_{j,t} \\
 R_{j,t} = \frac{P_{j,t} - P_{j,t-1} + D_{j,t}}{P_{j,t-1}} \\
 \sum_{j=1}^h P_j \cdot |q_j| \leq M_{av} \\
 q_j \in Z
 \end{cases} \quad (15)$$

Коренное отличие алгоритмов (14), (15), формализующих модель *Li-Ka*, от алгоритмов (12), (13), формализующих модифицированную версию базовой модели выбора портфеля, заключается в способе расчета фактической доходности по финансовому инвестиционному портфелю (что особенно очевидно в модели *Li-Ka*).

Итак, в рамках модифицированной версии базовой модели фактическая доходность по портфелю рассчитывается в соответствии с формулой (16), причем количество финансовых активов в портфеле может быть исключительно целым числом, на что указывает запись (3)<sup>4</sup>:

<sup>4</sup> Более того, количество финансовых активов в портфеле может быть либо нулевым, либо положительным, если принять во внимание неравенство (2), которое является следствием математической формулировки базовой модели выбора портфеля. Тем не менее, если ограничение (2) отсутствует, то при отрицательном числе финансовых активов в портфеле его фактическая доходность все равно будет положительной, однако здесь математическое решение может вступить в противоречие с практикой. Объясним подробнее. Допустим, фактическая доходность по отдельным финансовым активам всегда положительна, однако в любом случае их отрицательное число в портфеле может означать только продажу. Если инвестор не имеет в наличии обозначенных ценных бумаг, то их следует позаимствовать, а затем продать, после чего возникнет обязательство выкупа, т.к. займ необходимо вернуть. Если фактическая доходность всегда положительна, то положительна и ожидаемая доходность, тогда выкуп возможен по более высокой цене в сравнении с ценой продажи (иначе говоря, продал дешево – выкупил дорого). Понятно, что возникнет убыток. Вот почему принципиально необходимо исключающее короткие продажи ограничение (2), ибо финансовая операция теоретически не должна приносить убыток. Отметим также и то, что ценные бумаги с отрицательными значениями фактической доходности (когда отрицательна и ожидаемая доходность) не будут включены в портфель, поскольку это противоречит целевой функции алгоритма (12), направленного на максимизацию ожидаемой доходности.

$$R_{p,t} = \frac{\sum_{j=1}^h (P_{j,t} - P_{j,t-1} + D_{j,t}) \cdot q_j}{\sum_{j=1}^h P_{j,t-1} \cdot q_j} \quad (16)$$

Несложно догадаться, что формирование оптимального (напомним, эффективного) портфеля ценных бумаг происходит за счет подбора финансовых активов с наибольшими асинхронными (т.е. отчасти взаимно погашающими друг друга) колебаниями фактической доходности. Отметим, что количество отобранных ценных бумаг должно быть и будет таким, чтобы усилить асинхронность (следовательно, взаимное устранение) колебаний фактической доходности объединяемых в портфель финансовых активов, разумеется, если при этом выполняются требования к интуитивно заданному уровню ожидаемой доходности либо к интуитивно заданному уровню финансового инвестиционного риска. В общем, будет составлен оптимальный портфель из неделимых ценных бумаг, имеющих положительную фактическую доходность. В то же время ценные бумаги с нулевой и отрицательной фактической доходностью не будут включены в искомый портфель.

Как уже упоминалось, в практике биржевой торговли существует продажа заимствованных ценных бумаг в ожидании снижения их курсов с дальнейшим выкупом этих ценных бумаг по более низким ценам, иначе говоря, речь идет о короткой продаже. Причем инвестор предпочел бы совершить названную операцию с рассматриваемыми финансовыми активами, если бы они имели отрицательную ожидаемую доходность (т.е. предположительно обесценились бы), а ценные бумаги с положительной ожидаемой доходностью (курсовая стоимость которых предположительно вырастет) предпочел бы приобрести и получить доход в виде положительной курсовой разницы от обеих операций. И это на фоне возможного погашения колебаний фактической доходности по финансовому инвестиционному портфелю.

Именно здесь и сосредоточена основная предпосылка создания модели *Li-Ka*, а именно: возможность формирования финансового инвестиционного портфеля, состоящего одновременно из проданных и купленных ценных бумаг. Это могло бы позволить значительно (едва ли не до символического уровня) снизить финансовый инвестиционный риск (т.е. защититься от колебаний фактической доходности), а также максимизировать ожидаемую доходность портфеля ценных бумаг на биржевом фондовом рынке с более или менее выраженным (рост/падение) ценовым трендом или без него.

Для понимания алгоритмов модели *Li-Ka* обратимся к формуле (17), позволяющей рассчитать фактическую доходность по портфелю ценных бумаг:

$$R_{p,t} = \frac{\sum_{j=1}^h (P_{j,t} - P_{j,t-1} + D_{j,t}) \cdot \begin{cases} -|q_j| & \text{при } \bar{R}_j < 0 \\ q_j & \text{при } \bar{R}_j = 0 \\ |q_j| & \text{при } \bar{R}_j > 0 \end{cases}}{\sum_{j=1}^h P_{j,t-1} \cdot |q_j|} \quad (17)$$

Как можно заметить, в структуре формулы (17) имеется возможность корректировки знака финансового результата в зависимости от ценовых условий. Рассмотрим подробнее имеющиеся здесь аспекты:

1. Если происходит рост курса ценной бумаги, тогда наблюдается положительная фактическая доходность, следовательно, положительная ожидаемая доходность, соответственно, выражение (17) трансформируется в запись (18), а число ценных бумаг в портфеле должно быть положительным – это означает их покупку. Таким образом, при подстановке в формулу (17) положительного количества ценных бумаг, получим положительное значение числителя (выражающего доход), значение же знаменателя (выражающего вложение капитала) неизменно остается положительным:

$$R_{p,t} = \frac{\sum_{j=1}^h (P_{j,t} - P_{j,t-1} + D_{j,t}) \cdot |q_j|}{\sum_{j=1}^h P_{j,t-1} \cdot |q_j|} \quad (18)$$

2. Если происходит падение курса ценной бумаги, тогда наблюдается отрицательная фактическая доходность, следовательно, отрицательная ожидаемая доходность, соответственно, выражение (17) трансформируется в запись (19), а число ценных бумаг в портфеле должно быть отрицательным – это означает их короткую продажу. Таким образом, при подстановке в формулу (17) отрицательного количества ценных бумаг, получим положительное значение выражающего доход числителя, а значение выражающего вложение капитала знаменателя все также остается положительным:

$$R_{p,t} = \frac{\sum_{j=1}^h (P_{j,t} - P_{j,t-1} + D_{j,t}) \cdot (-|q_j|)}{\sum_{j=1}^h P_{j,t-1} \cdot |q_j|} \quad (19)$$

3. Если наблюдается нулевая фактическая доходность, следовательно, нулевая ожидаемая доходность, соответственно, выражение (17) трансформируется в запись (20), тогда число ценных бумаг в портфеле может быть любым. Таким образом, при подстановке в формулу (17) любого количества ценных бумаг, получим нулевое значение числителя, значение же знаменателя по-прежнему остается положительным:

$$R_{p,t} = \frac{\sum_{j=1}^h O \cdot q_j}{\sum_{j=1}^h P_{j,t-1} \cdot |q_j|} \quad (20)$$

В формулах (18), (19), (20) представлены все объединенные в выражении (17) случаи отбора ценных бумаг. Полученный положительный или нулевой результат вычисления фактической доходности по каждому финансовому активу дает нам право суммировать фактические доходности для получения ее значения по портфелю ценных бумаг. При объединении формулы (17) и ограничений модифицированной версии базовой модели выбора портфеля мы получаем инструмент для решения оптимизационной задачи по составлению финансового инвестиционного портфеля одновременно из купленных и проданных ценных бумаг.

Необходимо отметить, что модель *Li-Ka* диверсифицирует портфель ценных бумаг, снижая его финансовый инвестиционный риск, лучше, чем модифицированная версия базовой модели выбора портфеля, причем при любом равном (для обеих моделей) уровне ожидаемой доходности. Обозначенное преимущество возникает в связи с тем, что ограничения модели *Li-Ka* являются гораздо более гибкими по сравнению с ограничениями модифицированной версии базовой модели выбора портфеля (в части отбора финансовых активов). При этом модель *Li-Ka* теоретически позволяет свести риск даже до символического (едва заметного) уровня, что может быть актуально (уже сейчас или в ближайшем будущем) для паевых инвестиционных фондов, управляющих компаний государственных и негосударственных пенсионных фондов и других институциональных и частных инвесторов.

Тем не менее, несмотря на универсальность, существует ряд фундаментальных проблем и вопросов, касающихся пригодности модели *Li-Ka* для использования на практике:

1. Можно ли при составлении портфеля ценных бумаг полагаться на их прошлые курсы?
2. Если такая возможность присутствует, то какой исторический временной интервал релевантен при составлении оптимального портфеля ценных бумаг?
3. Какой временной отрезок следует считать единичным?
4. Сколько видов ценных бумаг (какого числа эмитентов) может быть достаточным для формирования финансового инвестиционного портфеля?
5. Соответствуют ли допускающие короткие продажи модельные возможности практике финансового инвестирования, осуществляемого участниками фондового рынка?

Возможно, однозначные ответы на поставленные вопросы, могли бы превратить процесс инвестирования в хорошо отлаженный механизм с точным уровнем будущей фактической доходности и финансового инвестиционного риска, однако, исходя из предпосылок теории информационно эффективных рынков капитала, доходность устремилась бы к некое-

му естественному уровню<sup>5</sup>, а риск – к нулю. Полагаем, что подобных ответов не существует, тем не менее, мы хотели бы представить свой взгляд на указанные проблемы.

Крайне остро стоит вопрос использования исторических котировок для прогнозирования будущей доходности. Действительно, теория и практика технического анализа гласят, что большинство инвесторов способны увидеть ценовой тренд на рынке лишь в тот момент, когда его активная фаза уже в значительной мере пройдена или завершилась, а рынок находится в так называемой точке перелома тренда, т.е. перед разворотом в обратном направлении. Отсюда вытекает предположение о бесполезности использования модели *Li-Ka* для прогнозирования ожидаемой доходности портфеля. Однако здесь мы хотели бы подчеркнуть, что одной из предпосылок создания модели, являлась возможность формирования портфеля в основном институциональными инвесторами, которые руководствуются значительным количеством аналитических материалов и исследований, следовательно, теоретически способны выбирать корректное время открытия и закрытия позиции. Тем не менее, даже в таком случае остается открытым вопрос о принципиальной пригодности исторических данных для их использования в прогнозных целях.

Отсюда возникает вторая проблема – о длине пригодного для оптимизации портфеля динамического ряда. На наш взгляд, логичным решением этой проблемы является выбор данных за некоторый промежуток времени, удовлетворяющий следующему основному условию, а именно: используемые котировки должны отражать однонаправленную тенденцию, иначе говоря, тренд, который будет продолжаться еще, как минимум, на единичный промежуток времени, равный периоду прогнозирования. В данном случае может быть использован широкий инструментарий технического анализа, в том числе волновой анализ, анализ силы тренда, а также прочие методы и подходы, в зависимости от квалификации и требований портфельного управляющего.

Отвечая на второй вопрос, мы затрагиваем третью проблему – о единичном периоде времени. Мы уверены, что период упреждения (иначе говоря, прогноза) должен быть единичным. Почему? Предполагаем, что институциональные инвесторы, особенно осуществляющие финансовые инвестиции, наилучшим образом служат своим владельцам и/или доверителям только в том случае, если вложения капитала приносят прибыль. Заметим, что финансовый результат оценивается за некий временной промежуток, называемый единицей времени (после чего состав портфеля пересматривается). Таким образом, период упреждения неизбежно может быть только единичным. С позиций же технического анализа можно только подтвердить наше убеждение, учитывая, что ценовой тренд наблюдается к моменту сво-

---

<sup>5</sup> В среде специалистов обозначенный уровень принято называть безрисковой доходностью. Мы не верим в ее существование, полагая, что это не более чем условность (абстракция), необходимая для понимания природы риска и доходности ценных бумаг.

его завершения, когда приближается точка перелома тренда. Но какова продолжительность единичного периода? У нас нет четкого ответа на этот вопрос. Однако мы укажем лишь на очевидное, а именно: если был установлен тренд продолжительностью в несколько минут, тогда понятно, что единицей времени является минута; если тренд наблюдался несколько часов, то единица времени – час; если же установлен тренд продолжительностью в несколько дней, то единицей времени станет день и т.д.

Вопрос о числе видов ценных бумаг, включаемых в финансовый инвестиционный портфель, подробно рассматривается в публикациях [1, 2]. Отметим отдельные положения, приведенные в обозначенных исследованиях. Во-первых, финансовый инвестиционный риск, присущий как отдельным ценным бумагам, так и состоящим из них портфелям, принято называть общим риском, который складывается из двух составляющих, в частности, систематического риска и специфического риска. Во-вторых, создание портфеля из бесконечного числа видов финансовых активов с целью минимизации общего риска способно снизить его величину только в пределах оценки специфического риска, присущего ценным бумагам каждого эмитента в отдельности. В-третьих, систематический риск, обусловленный влиянием макроэкономических факторов, не может быть устранен, даже при формировании портфеля из ценных бумаг эмитентов, расположенных в различных уголках нашей планеты. Однако мы эмпирическим путем установили, что общий риск может быть минимизирован (до символического уровня), причем с использованием порядка 8-15 видов высоко ликвидных финансовых активов. Именно обозначенное число видов ценных бумаг является допустимым для целей формирования финансового инвестиционного портфеля и его оптимизации.

Последний из поставленных вопросов о возможности совершения коротких продаж ценных бумаг распадается на две составляющие: 1) кто из участников фондового рынка вправе осуществлять короткие продажи; 2) в отношении каких финансовых активов разрешены короткие продажи. Ответы можно обнаружить в регламентах фондовых бирж, а также в правовых нормах. В Российской Федерации основным регулятором является Федеральная служба по финансовым рынкам, в компетенцию которой включены широкие полномочия по формированию и регулированию отечественного рынка ценных бумаг, в том числе право разрешать или запрещать проведение операций по короткой продаже ценных бумаг в зависимости от конъюнктуры самого фондового рынка и условий его функционирования. Выше было отмечено, что модель *Li-Ka* потенциально предназначена в основном для институциональных инвесторов, в частности, для инвестиционных фондов. Соответственно, оптимальный портфель ценных бумаг должен отвечать регламентированным в [6] требованиям в области состава и структуры фонда. Однако здесь возникает основная проблема создания инвестиционных фондов различных типов. В [7] дается определение инвестиционного фонда –



это находящийся в собственности акционерного общества либо в общей долевой собственности физических и юридических лиц имущественный комплекс, пользование и распоряжение которым осуществляются управляющей компанией исключительно в интересах акционеров этого акционерного общества или учредителей доверительного управления. Именно в обозначенном определении и кроется причина невозможности использования коротких продаж финансовых активов, точнее говоря, в части этого определения («... находящийся в собственности имущественный комплекс...»), устанавливающего (помимо прочих ограничений) запрет на короткие продажи, т.е. на продажи ценных бумаг, которыми фонд не владеет на правах собственности. Соответственно, не может быть использована и операция РЕПО<sup>6</sup>, поскольку по своему экономическому смыслу названная операция, являясь займом, порождает обязательство выкупа, а управляющие компании не имеют права заключать сделки, порождающие обязательства. Кроме того, в соответствии с [4] (см. п. 1.3) управляющая компания не должна заключать договоры, исполнение которых приведет к нарушению требований законодательства и правил паевого инвестиционного фонда. Формально обозначенная ситуация объясняется тем, что в [6, 7] указан исчерпывающий перечень ценных бумаг, входящих в состав имущественного комплекса акционерного инвестиционного фонда и паевого инвестиционного фонда. Наконец, следует иметь в виду, что отечественный фондовый регулятор жестко ограничивал короткие продажи во время обвального падения рыночных курсов ценных бумаг осенью 2008 года. Это дает основание полагать, что в случае повторения подобной ситуации осуществление указанного вида операций вряд ли будет возможно. Единственным выходом в данной ситуации является использование деривативов. Однако пока не в полной мере действуют прописанные в [5] нормы, регламентирующие хеджирование инвестиций с помощью срочного рынка, более того, на российском фондовом рынке пока отсутствуют ликвидные фьючерсы и опционы, где институциональные инвесторы могли бы открыть позицию и не повлиять своей сделкой на рыночные цены.

Таким образом, можно констатировать, что практическое применение модели *Li-Ka* при формировании портфелей инвестиционных фондов противоречит законодательству в сфере рынка ценных бумаг. Однако в мировой практике существуют иные способы коллективных инвестиций – хеджевые фонды. Они представляют собой частные не ограниченные нормативным регулированием инвестиционные фонды, недоступные широкому кругу лиц и управляемые профессиональными инвестиционными менеджерами. Надо сказать, что под этим понимается широкий перечень фондов, которые инвестируют на развивающихся фондовых рынках с целью получения максимального дохода вне зависимости от макроэкономи-

---

<sup>6</sup> Речь идет о продаже финансового актива с обязательством его выкупа через определенный срок по заранее определенной цене.

ческой ситуации (при принятии любого уровня риска). Формально фонды такого типа практически не отличаются от условий доверительного управления, когда инвесторы доверяют высококвалифицированному управляющему средства для совершения операций любых типов с целью получения прибыли. Однако на данный момент в отечественной практике подобных финансовых институтов не создано. Вероятно, появление фондов такого типа затягивается из-за отсутствия возможности передавать денежные средства в доверительное управление профессиональному управляющему, который может инвестировать полученные средства по своему усмотрению. Причем уровень риска и ответственности отдельного управляющего намного ниже, чем аналогичные параметры и способы компенсации, регламентированные правилами инвестиционных фондов.

Исходя из рассмотренных условий и ограничений, авторы предполагают разработать альтернативную возможность применения модели *Li-Ka* с использованием опционов<sup>7</sup>, обращающихся на мировых фондовых биржах. Кратко изложим суть подхода. Прежде всего, активами расчета (иначе говоря, базовыми активами) могут выступать акции, облигации, фьючерсы (на любые активы), а реальными торговыми инструментами являются опционы на базовые активы. В случае формирования финансового инвестиционного портфеля из купленных опционов колл (когда предполагается рост цены базового актива, что возможно при положительной ожидаемой доходности), а также купленных опционов пут (когда предполагается снижения цены базового актива, что возможно при отрицательной ожидаемой доходности) инвестор (в частности, хеджевый фонд) изначально зафиксирует убыток. Причем данный фиксированный убыток будет максимальным, если инвестор впоследствии откажется от предъявления требований по исполнению опционов, когда прогноз по ожидаемой доходности (следовательно, по изменению курсов базовых активов) не реализуется. При верном же направлении реализации прогноза инвестор может получить меньший (по сравнению с зафиксированной величиной) убыток, причем потенциально сменяющийся прибылью, а в случае роста рыночной цены базового актива – потенциально неограниченной прибылью. Стоит заметить, что цены исполнения опционов легко позволяют закрыть любую торговую позицию, а модели *Li-Ka* здесь отводится роль не более чем инструмента прогнозирования ожидаемой доходности как указателя на направление изменения рыночных курсов. Однако обращаясь к практике, отметим, что российский фондовый рынок пока не может предложить достаточную ликвидность крупному инвестору для инвестирования в опционные контракты. Решением же данной задачи является осуществление торговых операций на международном

---

<sup>7</sup> Опцион – это дериватив, дающий право держателю (но не обязывающий его) через некоторое время купить (кол) или продать (пут) базовый актив эмитенту опциона по заранее оговоренной цене, называемой ценой исполнения или страйк.

фондовом рынке, в частности на крупнейших американских биржах. Тем не менее, на основе изложенной концепции мы предполагаем разработать теорию хеджированного портфеля.

Итак, в данной статье была предложена усовершенствованная модель выбора портфеля в рамках теоремы об эффективных множествах, а именно: *универсальная точечная модель оптимизации финансового инвестиционного портфеля Li-Ka*, которая позволяет использовать не только длинные позиции (покупку), но и короткие (продажу), что значительно увеличивает инвестиционную привлекательность фондового рынка даже в случае его падения. Результаты исследования показывают, что модель, в целом, может отвечать рыночным условиям. Авторами был поставлен ряд фундаментальных вопросов, большинство из которых являются не решаемыми в рамках базовой модели выбора портфеля. В то же время мы не предполагаем, что найденные ответы в рамках модели *Li-Ka* являются однозначными. Однако мы уверены в правильности выбранного направления, которую нам придает не только теоретическое изучение процесса портфельного инвестирования, но и написанная нами, а также отчасти испытанная программа<sup>8</sup>, позволяющая составлять оптимальный портфель из приемлемого количества ценных бумаг. Мы также убеждены, что исследования в области оптимизации финансового инвестиционного портфеля, в том числе и наше, потенциально способствуют формированию новых более качественных инвестиционных продуктов.

### *Список литературы*

1. *Лисица М.* Неравновесие эффективных рынков капитала, модифицированная модель оценки доходности финансовых активов и интервальная теория портфеля: новый методологический подход//Инвестиции в России. 2008. №6. С. 30-39; №7. С. 36-43; №8. С. 31-39.
2. *Лисица М., Казанцев С.* Универсальная точечная модель оптимизации финансового инвестиционного портфеля «Li-Ka»: концепция, инструментарий, назначение//Инвестиции в России. 2010. №3. С. 26-36.
3. *Лисица М.И.* Методологические основы интервальной теории портфеля//Финансы и кредит. 2009. №20. С. 2-20.
4. Постановление Федеральной комиссии по рынку ценных бумаг от 31.08.1999 г. №5 «Об утверждении положения о составе и структуре активов паевых инвестиционных фондов» (с изменениями и дополнениями).
5. Приказ Федеральной службы по финансовым рынкам от 10.11.2009 г. №09-45/пз-н «Об утверждении положения о снижении (ограничении) рисков, связанных с доверительным

---

<sup>8</sup> Ее изложение, на наш взгляд, не вписывается в формат данной статьи.

управлением активами инвестиционных фондов, размещением средств пенсионных резервов, инвестированием средств пенсионных накоплений и накоплений для жилищного обеспечения военнослужащих».

6. Приказ Федеральной службы по финансовым рынкам от 20.05.2008 г. №08-19/пз-н «Об утверждении положения о составе и структуре активов акционерных инвестиционных фондов и активов паевых инвестиционных фондов» (с изменениями и дополнениями).
7. Федеральный закон от 29.11.2001 г. №156-ФЗ «Об инвестиционных фондах» (с изменениями и дополнениями).
8. *Lintner J.* Security Prices, Risk and Maximal Gains from Diversification//*Journ. Finance.* 1965. Dec. P. 587-616.
9. *Lintner J.* The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets//*Rev. Econ. a. Statistics.* 1965. Febr. P. 13-37.
10. *Markowitz H.M.* Portfolio Selection. New Haven, Conn.: Yale Univ. Press, 1959. 344 p.
11. *Markowitz H.M.* Portfolio Selection//*The Journal of Finance.* 1952. March. P. 77-91.
12. *Moissin J.* Equilibrium in a Capital Asset Market//*Econometrics.* 1966. Oct. P. 768-783.
13. *Moissin J.* Security Prices and Investment Criteria in Competitive Markets//*Amer. Econ. Rev.* 1969. Dec. P. 749-756.
14. *Ross S.A.* The Arbitrage Theory of Capital Assets Pricing//*Journ. Econ. Theory.* 1976. Dec. P. 341-360.
15. *Sharpe W.F.* A Simplified Model of Portfolio Analysis//*Management Science.* 1963. January. P. 277-293.
16. *Sharpe W.F.* Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk//*Journ. Finance.* 1964. Sept. P. 425-442.

### *References*

1. *Lisitsa M.* Non-equilibrium of Efficient Capital Markets, the Modified Capital Assets Pricing Model and the Interval Portfolio Theory: New Methodological Approach//*Investments in Russia.* 2008. №6. P. 30-39; №7. P. 36-43; №8. P. 31-39.
2. *Lisitsa M., Kazantsev S.* The Universal Punctual Model of Financial Investment Portfolio Optimization «Li-Ka»: Conception, Toolkit, Destination//*Investments in Russia.* 2010. №3. P. 26-36.
3. *Lisitsa M.I.* Methodological Foundations of the Interval Theory of Portfolio//*Finances and Credit.* 2009. №20. P. 2-20.
4. The Resolution of the Securities Market Federal Commission from 31.08.1999, no. 5 «About Adoption of the Disposition on Composition and Structure of Mutual Investment Funds Assets» (with changes and additions).
5. The Order of the Financial Markets Federal Service from 10.11.2009, no. 09-45/pz-n «About Adoption of the Disposition on Decrease (Restriction) of Risks Related with Investment Funds

Assets Trust Management, with Pension Reserves Flootation, with Pension Savings and Savings Investment for Military Personals Housing».

6. The Order of the Financial Markets Federal Service from 20.05.2008, no. 08-19/ pz-n «About Adoption of the Disposition on Composition and Structure of Stock Investment Funds Assets and Mutual Investment Funds Assets» (with changes and additions).
7. The Federal Law from 29.11.2001, no. 156-FZ «About Investment Funds» (with changes and additions).
8. *Lintner J.* Security Prices, Risk and Maximal Gains from Diversification//Journ. Finance. 1965. Dec. P. 587-616.
9. *Lintner J.* The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets//Rev. Econ. a. Statistics. 1965. Febr. P. 13-37.
10. *Markowitz H.M.* Portfolio Selection. New Haven, Conn.: Yale Univ. Press, 1959. 344 p.
11. *Markowitz H.M.* Portfolio Selection//The Journal of Finance. 1952. March. P. 77-91.
12. *Moissin J.* Equilibrium in a Capital Asset Market//Econometrics. 1966. Oct. P. 768-783.
13. *Moissin J.* Security Prices and Investment Criteria in Competitive Markets//Amer. Econ. Rev. 1969. Dec. P. 749-756.
14. *Ross S.A.* The Arbitrage Theory of Capital Assets Pricing//Journ. Econ. Theory. 1976. Dec. P. 341-360.
15. *Sharpe W.F.* A Simplified Model of Portfolio Analysis//Management Science. 1963. January. P. 277-293.
16. *Sharpe W.F.* Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk//Journ. Finance. 1964. Sept. P. 425-442.