Опубликовано на нашем сайте: 27 февраля 2003 г.

Монотонные фондовые портфели и их оптимизация

Недосекин Алексей Олегович, *консультант компании Сименс Бизнес Сервисиз, член Гильдии инвестиционных и финансовых аналитиков России, канд. техн. наук*

Введение

Мы уже посвятили ряд статей проблематике оптимального управления накопительными инвестициями Пенсионного фонда РФ **([1], [2]).** В каждой из этих статей мы ставили во главу угла тот аспект фондовой деятельности, который представлся нам наиболее значимым на момент написания работы. Не изменяя этой традиции, выразим свою текущую заинтересованность в форме вопроса:

Какие информационные условия следует считать достаточными для того, чтобы проводить портфельную оптимизацию, и какая степень приблизительности сопровождает такой портфельный выбор?

Вопрос, на самом деле, не праздный. Анализируя российский фондовый рынок, мы не найдем здесь устойчивых статистических оценок параметров. Во-первых потому, что история самого рынка коротка. Во-вторых потому, что рынок не сложился и не устоялся. Уход ряда крупных игроков с рынка в августе 1998 года подкосил этот рынок, нагнув его вниз до предельных минимальных значений цен и объемов торгов. Постепенно эти игроки (преимущественно, западные) возвращаются на рынок, и рынок благодарно реагирует на этот возврат повышательной тенденцией. В то же самое время рынок можно считать устоявшимся и технически сильным, когда уход с рынка некоторой группы даже «сильных» игроков не позволит рынку катастрофически провалиться, потому что найдется группа игроков, способных в кратчайшие сроки мобилизовать свободные денежные средства, подобрать сбрасываемые объемы и восстановить позиции. И наоборот, приход крупных игроков на технически сильный рынок не вызовет лавинообразного повышения цен, так как найдутся продавцы с приличными объемами, которые будут способны удовлетворить вновь возникающий емкий спрос.

Особая роль на технически сильном рынке принадлежит арбитражерам. Зарабатывая на ценовой разнице, эти игроки участвуют в оформлении рыночной тенденции. Они не заинтересованы в волатильном рынке, так как возникает риск потерь от убытков при ошибочном выборе фиксированных стратегий. Поэтому они не разгоняют рынок, а стабилизируют его своими страховыми усилиями, стараясь зарабатывать хотя бы и мало но, регулярно. (Классические спекулянты заинтересованы в обратном. Они стремятся раскачать рынок, чтобы извлечь разовую выгоду на повышениях и спадах.)

Пока рынок технически слаб, он не обладает классически понимаемой статистикой, и ценовые ряды можно с рядом оговорок интерпретировать как *квазистатистику* (определение этого термина см. в **[2]).** Но очень часто ценовой ряд вообще не может быть интерпретирован, в силу глубокой его волатильности и из-за отсутствия выраженной тенденции, которая проявляла бы себя на сравнительно долгосрочной основе. Тогда от квазистатистики следует отказываться и представлять ценную бумагу или модельный класс в портфеле, прибегая к помощи экспертных оценок.

Такие экспертные оценки могут быть сформированы на основе дополнительных макроэкономических соображений, например, о положении эмитента в структуре своей отрали, или о положении этой отрасли в структуре макроэкономического баланса. Такие соображения большей частью носят не количественный, а качественный характер, и выражаются в терминах естественного языка. Например, в высказывании *«ожидается среднесрочный бурный рост»* содержится достаточно большое количество информации для анализа. Особенно важно, когда оценка носит сопоставительный характер, типа: *«бумага А ожидаемо более доходная, чем бумага В, потому что…»*. Аналогичное сопоставление можно сделать и по волатильности.

Наконец, какие-то замечания можно сделать и о стохастической связи бумаг друг с другом. Имеют право на существование высказывания типа: «*бумага А сильно положительно корреспондируется с бумагой В*»; «*бумаги А и В практически не связаны друг с другом в стохастическом отношении*». Мы намеренно избегаем термина «корреляция», полагая его более уместным для статистически обусловленных данных.

Целью настоящей статьи как раз и является выработка формата совокупной экспертной оценки, которая позволит делать некоторые заключения об оптимальной структуре фондового портфеля.

1. Понятие о монотонном фондовом портфеле

Пусть в результате оценки некоторого количества активов (ценных бумаг для реального портфеля или модельных классов для модельного портфеля) одним экспертом или экспертной группой будет сформирована оценка следующего вида:

- в части *ожидаемой доходности* активов - как набор отношений предпочтения одних активов другим:

$$r_i\ (\alpha_{ij})\ r_j\ (\alpha_{jk})\ r_k\ \ldots, \qquad (1)$$

где r_i – количественно неизвестная доходность i-го актива, α_{ij} – отношение предпочтения одного из нижеперечисленных типов: а) ≈- отношение примерного равенства; б) $\succ=$ - отношение нестрогого предпочтения; в) $\succ$ **-** отношение строгого предпочтения; г) $\succ\succ$ **-** отношение предельного предпочтения;

- в части *ожидаемой волатильности* активов – как аналогичный (1) набор отношений предпочтения одних активов другим

$$\sigma_l\ (\beta_{lm})\ \sigma_m\ (\beta_{mn})\ \sigma_n\ \ldots, \qquad (2)$$

где σ_i – количественно неизвестная волатильность i-го актива, β_{ij} – то же, что α_{ij} в (1);

- в части *ожидаемой стохастической связи* активов друг с другом – как набор оценок вида:

$$A_i\ (\rho_{ij})\ A_j, \qquad (3)$$

где ρ_{ij} – мера связи в соответствии со следующим перечнем: а**)** $\oplus\oplus$ - сильная положительная связь; б) $\oplus$ - положительная связь; в) **0** – связь, близкая к отсутствующей; г) **(-)** - отрицательная связь; д) **(--)** - сильная отрицательная связь.

Замечание. Мы заранее предполагаем, что экспертная оценка (3) будет *непротиворечивой*. Например, исключается вариант, когда одновременно $A_1\ \oplus\oplus\ A_2$, $A_2\ \oplus\oplus\ A_3$, и при этом A_1 **(--)** A_3. Зато, варианту $A_1\ \oplus\oplus\ A_2$, $A_2\ \oplus\ A_3$ может отвечать как $A_2\ \oplus\oplus\ A_3$, так и $A_2\ \oplus\ A_3$, и оба варианта не вызывают противоречий в оценке.

Получив экспертную оценку вида (1) – (3), проведем ее обработку по правилу «*прополки*». Просмотрим все пары активов и установим такие, для которых одновременно существует следующая экспертная оценка: а) ожидаемая доходность первого актива выше или приближенно равна ожидаемой доходности второго, и б) ожидаемая волатильность первого актива ниже или приближенно равна волатильности второго. Тогда назовем первый актив *сильнейшим в паре,* а второй – *слабейшим в паре*, и в дальнейшем откажемся от включения слабейших активов в наш фондовый портфель. Мы мотивируем это тем, что в условиях столь существенной информационной неопределенности, актив, подозреваемый как слабейший, не может выступить надежным источником для диверсификации портфеля, даже в условиях отрицательной связи между сильнейшим и слабейшим активами.

Пусть в результате «прополки» в портфеле остается N активов. Упорядочим (1) по убыванию предпочтений доходности и перенумеруем активы. Тогда выполняется:

$$r_1\ (\alpha_{12})\ r_2\ (\alpha_{23})\ \ldots.r_N\ , \qquad (4)$$

и одновременно

$$\sigma_1\,(\beta_{12})\,\sigma_2\,(\beta_{23})\,....\sigma_N\ , \qquad (5)$$

И далее мы будем называть фондовый портфель, компоненты которого подчиняются условиям (3) – (5), **монотонным**.

Монотонный портфель по построению таков, что прошел предварительную оптимизацию, будучи избавлен от неперспективных активов. И уже сейчас можно сделать некоторые первые заключения об эффективной границе портфельного множества как о решении задачи портфельной оптимизации - достижения максимума доходности портфеля

$$r = \sum_{i=1}^{N} x_i r_i \qquad (6)$$

при ограничении на риск портфеля

$$\sigma = (\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_i x_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij})^{1/2}\ . \qquad (7)$$

Подробно о виде эффективной границы говорится в **[2], [3].** Для монотонных портфелей она представляет собой вогнутую во всех точках кусочно-непрерывную кривую, собранную из участков парабол, причем левый край границы образован в большей степени активами с минимальным риском, а правый край – активами с максимальным доходом. Кривизна параболических участков обусловлена силой связи между активами.

Для монотонных портфелей справедливо, что все активы в той или иной мере участвуют в формировании эффективной границы. Этот тезис показывается так, что все слабейшие активы удалены из портфеля, и теперь выбор между двумя соседними активами не вырождается, так как оба они имеют основания для того, чтобы полноценно участвовать в оптимизации, безотносительно силы связи между ними. И каждому фрагменту эффективной границы соответствует такой один актив, что доля этого актива в оптимальном портфеле становится достигает абсолютного максимума.

2. Переход от качественной оценки параметров портфеля к точечной оценке

Получив качественную модель монотонного портфеля, построим ряд точечных оценок ее параметров. Для этого сделаем следующее:

1. Осуществим масштабирование всех ожидаемых доходностей и рисков портфеля по правилу:

$$\lambda_i = \frac{r_i}{\sum_{j=1}^{N} r_j}, \quad s_i = \frac{\sigma_i}{\sum_{j=1}^{N} \sigma_j}. \tag{8}$$

Тогда относительные измерения доходности и риска активов будут лежать в диапазоне от нуля до единицы. Можно легко показать, что оптимальные долевые распределения $\{x_i\}$ совпадают как для исходной задачи портфельной оптимизации, так и для задачи, сформулированной в относительных величинах доходности и риска. Так, функция $\lambda = \sum_{i=1}^{N} x_i \lambda_i$ терпит максимум при том же векторе $\{x_i\}$, что и функция (6). Ограничение же на риск приобретает форму:

$$s = \frac{\sigma}{\sum_{i=1}^{N} \sigma_i} = \left(\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \frac{x_i x_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}}{\sum_{i=1}^{N} \sigma_i \sum_{i=1}^{N} \sigma_i}\right)^{1/2} = \left(\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} x_i x_j s_i s_j \rho_{ij}\right)^{1/2}, \tag{9}$$

инвариантную тому же для σ (выражение (7)).

2. Также важно отметить, что если выполняется (4) и (5), то выполняется то же и в относительных единицах:

$$\lambda_1 \, (\alpha_{12}) \, \lambda_2 \, (\alpha_{23}) \ldots . \lambda_N , \tag{10}$$

$$s_1 \, (\beta_{12}) \, s_2 \, (\beta_{23}) \ldots . s_N . \tag{11}$$

3. Получим точечные оценки безразмерных величин доходностей λ_i и рисков s_i по правилу, основанному на «энтропийной» схеме Фишберна **[4]**, **[5]** для оценки субъективных вероятностей. Предлагаемое правило содержит **два** этапа.

3.1. **Первое** приближение для оценок следующее:

$$\lambda_i = s_i = \frac{2(N - i + 1)}{N(N - 1)} . \tag{12}$$

То есть исходное нанесение точечных оценок на отрезок [0,1] проводится по линейному приципу (точки равноудалены друг от друга).

3.2. **Второе** приближение достигается следующим образом. Учитывается коэффициент предпочтения одного актива другому: если есть предпочтение

$$\lambda_i \, (\alpha_{ii+1}) \, \lambda_{i+1}, \; i = 1 \ldots N\text{-}1 \tag{13}$$

то выполняется корректирущее правило:

$$\lambda_{i+1}{}' = \lambda_{i+1} - (\lambda_i - \lambda_{i+1}) * (\delta_i - 1), i = 1,..., N - 1, \tag{14}$$

где

$$\delta_i = \begin{cases} 0, \ \alpha_{ii+1} = \approx \\ 1, \alpha_{ii+1} = \succ = \\ 1 + \dfrac{1}{N+2}, \alpha_{ii+1} = \succ \\ 1 + \dfrac{1}{N}, \alpha_{ii+1} = \succ\succ \end{cases} - \tag{15}$$

коэффициент коррекции. В случае приближенного равенства оценок $\lambda_{i+1}{}' = \lambda_i$, и оценки «слипаются». А в случае отношения нестрогого предпочтения оценки должны остаться неизменными. Такая коррекция выражает количественное понимание нами словесных терминов «строгое предпочтение», «предельное предпочтение», «нестрогое предпочтение» и «примерное равенство». Разумеется настройка коэффициента (15) может и отличаться от предложенной, но в любом варианте настройки должна сохраниться идентичность для случаев примерного равенства и нестрогого предпочтения (тогда сохраняется логика оценки). Также построенная оценка хорошо согласуется с принципом Фишберна. И последнее: настройка должна зависеть от числе компонент в портфеле, в прротивном случае она может оказаться противоречивой. Никакая коррекция не должна привести к смене порядка приоритетов – вот главное ограничение коррекции. С этой точки зрения она должна быть **мягкой.**

Аналогично (14) и (15) выполняется

$$s_{i+1}{}' = s_{i+1} - (s_i - s_{i+1}) * (\gamma_i - 1), i = 1,..., N - 1, \tag{16}$$

где

$$\gamma_i = \begin{cases} 0, \ \beta_{ii+1} = \approx \\ 1, \beta_{ii+1} = \succ = \\ 1 + \dfrac{1}{N+2}, \beta_{ii+1} = \succ \\ 1 + \dfrac{1}{N}, \beta_{ii+1} = \succ\succ \end{cases} - \tag{17}$$

корректирующий коэффициент, аналогичный (15).

Мы получили, что расстояние между соседними оценками должно сжаться (растянуться) в зависимости от степени предпочтения, установленного (10) и (11). Соседние оценки должны сместиться по формуле таким образом, чтобы они в сумме продолжали давать единицу:

$$\lambda_j^{'} = \begin{cases} \lambda_j - (\lambda_i - \lambda_{i+1}) * (\delta_i - 1), j = i + 2 \\ \lambda_j + (\lambda_i - \lambda_{i+1}) * (\delta_i - 1), j = i \end{cases}, \qquad (18)$$

$$s_j^{'} = \begin{cases} s_j - (s_i - s_{i+1}) * (\gamma_i - 1), j = i + 2 \\ s_j + (s_i - s_{i+1}) * (\gamma_i - 1), j = i \end{cases}, \qquad (19)$$

Процедуру (14) – (19) надо пройти (N-1) раз по индексу i, чтобы состоялись все необходимые уточнения оценок.

Для наглядности рассмотрим два примера получения оценок.

Пример 1. Уточнить оценки относительных доходностей, если известно

$$\lambda_1 \succ \lambda_2 \succ\succ \lambda_3 \quad . \qquad (20)$$

Решение.

Первичная оценка по (12) дает

$$\lambda_1 = \frac{3}{6}, \lambda_2 = \frac{2}{6}, \lambda_3 = \frac{1}{6} \quad . \qquad (21)$$

Построим вторичное приближение для i=1. Использование (14), (15) и (18) дает

$$\lambda_1 = 0.57, \lambda_2 = 0.3, \lambda_3 = 0.13 \quad , \qquad (22)$$

то есть вторая оценка несколько отодвинулась от первой и одновременно приблизилась к третьей. Повторное использование указанных соотношений для i=2 дает нам

$$\lambda_1 = 0.63, \lambda_2 = 0.3, \lambda_3 = 0.07 \quad . \qquad (23)$$

Полученная оценка является весьма правдоподнобной. Например, она справедлива для портфеля из трех ценных бумаг, выпущенных в США, где 1 – высокодоходные акции технологичного сектора (порядка 30-40% годовых), 2 – акции базового сектора экономики (порядка 10-12% годовых), 3 – государственные облигации (порядка 5-6% годовых).

Пример 2. Уточнить оценки относительных рисков, если известно

$$s_1 \succ\succ s_2 \succ\succ s_3 \quad . \tag{24}$$

Решение.

Первичная оценка по (16) дает результат (21):

$$s_1 = \frac{3}{6}, s_2 = \frac{2}{6}, s_3 = \frac{1}{6} \quad . \tag{25}$$

Построим вторичное приближение для i=1. Использование (16), (17) и (19) дает

$$\lambda_1 = 0.61, \lambda_2 = 0.28, \lambda_3 = 0.11 . \tag{26}$$

Повторное использование указанных соотношений для i=2 дает

$$\lambda_1 = 0.67, \lambda_2 = 0.28, \lambda_3 = 0.05 \quad . \tag{27}$$

Такая оценка тоже справедлива тогда, когда риск облигаций на порядок ниже риска акций.

3. Дополнительные соображения при выработке точечной оценки

Иногда бывает полезно корректировать оценку, вводя дополнительные соображения. Одним из таких дополнительных соображений является то, что уровень риска для государственных облигаций пренебрежимо мал по сравнению с тем же для акций. Тогда целесообразно принять этот параметр равным нулю, а построение точечной оценки вести на основе анализа предпочтений всех прочих компонент портфеля по предложенной схеме. Таким образом существенно повышается качество оценки.

4. Нечеткая оценка параметров корреляционной матрицы

Естественным приемом получения количественных оценок на основе качественных описаний является выстраивание системы нечетких чисел, отвечающих этим описаниям. Так, для качественной системы (3) разумно предложить следующий набор треугольных нечетких чисел корреляционной матрицы активов:

$$
\rho_{ij} = \begin{cases} (-1,-1,-0.5) \text{ при сильно отрицательной связи,} \\ (-1,-0.5,0) \text{ при отрицательной связи,} \\ (-0.5,0,+0.5) \text{ при связи, близкой к отсутствующей,} \\ (0,+0.5,+1) \text{ при положительной связи,} \\ (+0.5,1,1) \text{ при сильно положительной связи.} \end{cases} \tag{28}
$$

При всей своей размытости, оценка (28) представляется наилучшим приближением того, что мы вообще знаем о связи между портфельными активами. Разумно также имеющуюся матрицу называть *квази*корреляционной, в том же смысле, как мы отличаем статистику от квазистатистики.

5. Решение задачи оптимизации монотонного портфеля в нечеткой постановке

Поскольку, наряду с точечными оценками, в модели присутствуют треугольные нечеткие числа, то задача портфельной оптимизации должна решаться в нечеткой постановке. Подробно она описана в **[2]**. Для унификации необходимо представлять все действительные параметры модели как треугольные нечеткие числа с равными левыми и правыми точками.

Решением задачи оптимизации портфеля в нечеткой постановке является **эффективная граница** в форме криволинейной полосы с границами, которые получены при следующих исходных установках: минимальные значения рисков и максимальные значения доходностей (верхняя граница полосы), максимальные значения рисков и минимальные значения доходностей (нижная граница полосы). Соответственно, всем средним значениям параметров отвечает средняя линия полосы.

Пример 3. Проведем оптимизацию в нечеткой постановке для случая систем предпочтений вида (20) и (24) и при условии, что первый и второй актив коррелированы положительно, а с третьим активом первый и второй активы коррелированы слабо.

Решение задачи оптимизации показано на рис. 1. Видим, что эффективная граница становится более вогнутой по мере того, как уменьшается коэффициент корреляции между активами 1 и 2.

Оптимальные долевые границы активов как нечетко-треугольные числа сведены в таблицу 1. Видим, что неопределенность в части корреляции заставляет оптимальные доли (которые присылают портфельную точку на эффективную границу) колебаться в достаточно широких пределах. К тому же нас не должна оставлять память о том, что и наши «точечные» оценки модельных параметров на самом деле подлежат размытию на общих основаниях (в силу существенной неопределенности о них), однако мы просто еще пока не знаем, как наилучшим образом такое размытие произвести.

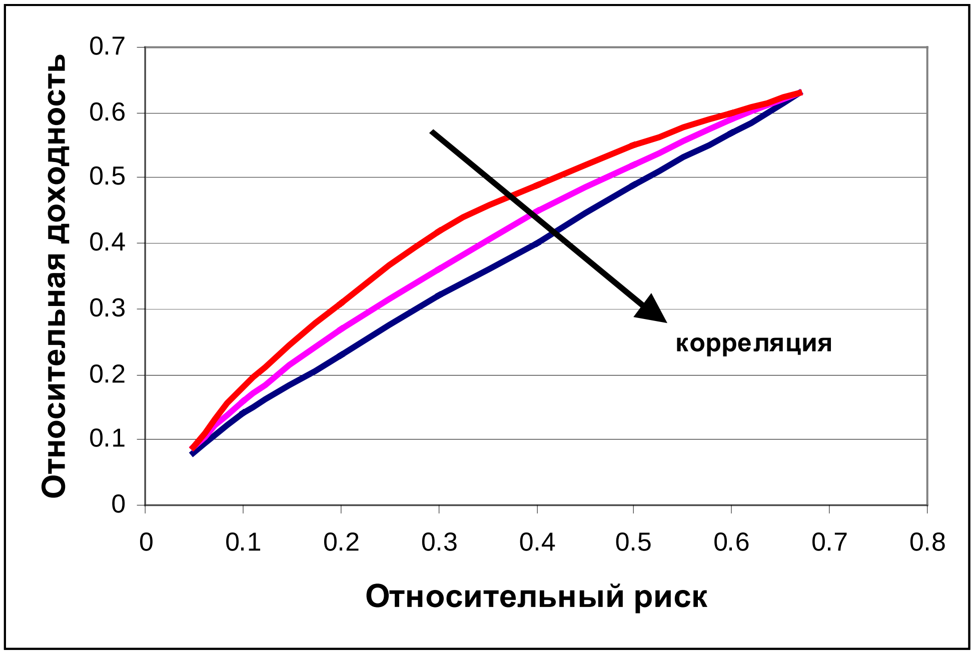

Рис. 1. Решение задачи оптимизации в нечеткой постановке

Таблица 1

Средне-ожидаемое значение риска	**Доля актива 1**			**Доля актива 2**			**Доля актива 3**		
	мин	*ср*	*макс*	*мин*	*ср*	*макс*	*мин*	*ср*	*макс*
0.67	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0.6	0.86	0.86	0.89	0	0.11	0.14	0	0	0.11
0.5	0.67	0.74	0.75	0	0.26	0.33	0	0	0.25
0.4	0.45	0.57	0.6	0	0.43	0.55	0	0	0.4
0.3	0.26	0.36	0.45	0	0.61	0.65	0	0.13	0.55
0.2	0.17	0.21	0.25	0.1	0.41	0.5	0.29	0.42	0.65
0.1	0	0.07	0.1	0.2	0.24	0.33	0.66	0.67	0.73
0.05	0	0.01	0.02	0.05	0.05	0.06	0.93	0.94	0.95

Поэтому мы должны получить ответ на вопрос об оптимальном портфеле в предельно грубой, приближенной форме, следуя формуле «каков вопрос, таков и ответ». Нелепо давать точный ответ на приблизительно сформулированный вопрос.

Поступим следующим образом. Зададимся интервалом [0.5,0.67) для обозначения высказывания «риск портфеля *где-то на уровне* того же для актива 1», интервалом [0.2,0.5) для обозначения высказывания «риск портфеля *где-то на уровне* того же для актива 2» и интервалом [0.05,0.2) для обозначения высказывания «риск портфеля *где-то на уровне* того же для актива 3». Выстроим пропорцию для средних значений долей в каждом из выделенных диапазонов риска, причем выразим эту пропорцию в целых числах от 0 до 10. Результатом наших усилий является таблица 2.

Таблица 2

Среднеожидаемое значение риска портфеля	**Примерно оптимальное соотношение долей активов 1 к 2 к 3**
Где-то на уровне актива 1	Между **1:0:0** и **3:1:0**
Где-то на уровне актива 2	Между **1:1:0** и **1:2:2**
Где-то на уровне актива 3	Между **1:2:7** и **0:0:1**

В словесном выражении результат таблицы 3 может быть представлен как **рекомендация** следующего вида:

1. Если мы хотим иметь *доходный* портфель, мы должны формировать его на базе актива 1, *слегка* при необходимости разбавляя портфель активом 2, но не больше чем 3:1.
2. Если мы хотим иметь *что-то среднее* в плане доходности и риска, то мы должны снизить долю актива 1 не менее чем до 50%, а остальное заполнить активами 2 и 3 *по вкусу*, но не хуже, чем 1:1.
3. Строя *надежный* портфель, мы должны опираться на актив 3. *Для диверсификации* можно *слегка* добавить активов 1 и 2, но желательно актива 2 побольше, чем актива 1, и чтобы их в сумме было *не слишком много*.

Мы видим, что рекомендации по формированию оптимального портфеля все больше напоминают рецепт по приготовлению пищи. Эта аналогия не случайна, потому что в **«рецептах»** подразумевается **«вкус» «повара»,** то есть интуиция портфель-менеджера, который соберет портфель, опираясь не только на математику, но и на собственное чутье. В конце концов, математика лишь тогда хороша в экономике, когда она разговаривает экономистом на его языке, не брезгуя и нечеткими, трудноформализуемыми категориями.

Заключение

Идею этой статьи подсказал мне доктор Ричард Хоппе (Richard B. Hoppe), профессор Колумбийского университета, Нью-Йорк, США. В одном из писем профессор написал мне: «Ваше утверждение о том, чтобы оценивать портфели в духе «акции к облигациям как 2 к одному» - оно из тех, чему я готов поверить. Это может быть 60:40, 67:33 или 70:30, или что-нибудь подобное. Когда я вижу, как портфельные менеджеры изменяют долю актива в своем оптимальном портфеле с 62% до 65%, я смеюсь. Такой уровень точности выглядит нелепо. Это то, что мой друг называет «оптимизация в ошибочных границах»»

Немного раньше он написал мне: «Максимум, что мы можем делать в ходе количественного портфолио-анализа – это строить весьма нечеткие функции принадлежности, с доброй долей неопределености в том смысле, как это понимает Кейнс – то, что неизвестно сейчас, не станет окончательно известным завтра и не может быть надежно оценено прошлыми данными. Я также думаю, что ваша позиция относительно отсутствия в портфельном менеджменте статистически однородных исходных данных, собранных в однотипных условиях, весьма убедительна и важна.

Несколько недель назад [декабрь 2001] я говорил об этом на своей лекции в Колумбийском университете, а студенты слушали меня с пустыми лицами. Они настолько очарованы традиционными математическими допущениями, что и помыслить не могут, что какое-либо из этих допущений будет разрушено. Один-двое понимают суть проблемы, но остальные предпочитают игнорировать ее.»

Спасибо доктору Р.Хоппе за содействие. Главное, в чем мы с ним сошлись: на фондовом рынке нет ничего точного и хорошо предсказуемого. Когда мы понимаем это и смиряемся с таким положением вещей, мы находим способы неформального описания наших проблем и неформального их решения. Парадоксально, но, отступая в точности, мы выигрываем в достоверности. Мы можем не стесняться прибегать к эвристическим алгоритмам (по типу схемы Фишборна), если докажем, что они не противоречат элементарному здравому смыслу.

Имея вербальные утверждения, мы всегда можем их «оцифрить», получив на основе этих вновь полученных количественных факторов качественные выводы. Важно следить за тем, чтобы характер этих выводов отвечал характеру той входной неопределенности в исходных данных, которой располагает эксперт. То есть не следует давать точных ответов на приближенно сформулированные вопросы.

Все вербальные утверждения о предпочтениях, сформированные экспертом или портфолио-менеджером – это видимый след невербальной, интуитивной деятельности этих лиц. Преобразуя свои выводы в вербальные рекомендации, «рецепты», мы стремимся, на самом деле, обогатить интуицию принимающего решения лица, представив ему информацию и наши выводы в такой форме, чтобы это наилучшим образом сопрягалось с его собственным процессом принятия решения. Наилучшим образом усваиваются качественные выводы, а уж затем только количественные.

Введенное в этой работе понятие **монотонного** портфеля выражает ту суть, что портфель уже прошел первичную оптимизацию, и из него удалены «подозрительные» компоненты, являющиеся худшими по факторам ожидаемой доходности и риска. Мы рассматриваем эти компоненты как неподходящие средства для диверсификации, больше в этом смысле полагаясь на наполную корреляцию первосортных активов.

Полагаем, что изложенная здесь методика портфельной оптимизации может использоваться на самых ранних стадиях создания портфеля, когда необходимо сформировать стартовые требования к модельному портфелю и качественно очертить возхможные границы портфельных долей, отследив влияние этой пропорции на характер портфеля (доходный, надежный, промежуточныцй итд). В последующем, по мере получения более надежных исходных данных, можно переходить к оптимимизации в обобщенно-нечеткой постановке, как это сделано в **[2]**.

Перечень цитируемых источников

1. Недосекин А.О. Проблемы управления накопительными инвестициями Пенсионного Фонда Российской Федерации // Аудит и финансовый анализ, № 1, 2002.
2. Недосекин А.О. Оптимизация модельных фондовых портфелей в условиях существенной неопределенности // Аудит и финансовый анализ, № 1, 2002.
3. Шведов А.С. Теория эффективных портфелей ценных бумаг. М., ГУ-ВШЭ 1999.
4. Недосекин А.О. Применение теории нечетких множеств к задачам управления финансами // *Аудит и финансовый анализ*, №2, 2000.
5. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. М.: Наука, 1978.