Аннотация

Исследуются возможности применения процедур поиска равновесия на аграрном рынке для систем с произвольным количеством обобщенных производителей, центров производства и продуктов для определения арендных платежей, назначаемых государством для участников рынка. На примере демонстрируются особенности работы такого алгоритма.

Определение арендной платы за землю в равновесной модели аграрного сектора экономики

Г.А. Агасандян

Рассматривается проблема назначения арендной платы за использование земли в аграрном секторе народного хозяйства в условиях, когда земля является собственностью государства. Если государство нацелено лишь на максимизацию выпуска продукции, цена должна быть минимально возможной, чтобы любой участок земли было бы выгодно возделывать. Формально она при этом может быть и отрицательной, т.е. принимать форму дотации. Ясно, что такая цель может не всегда быть общественно оправданной и возможны иные критерии. В работе принимается, что цель государства состоит в максимизации своего дохода от сдачи земли в аренду. Она интересна тем, что представляет собой, пожалуй, другую крайность, и в реальности "оптимальное" решение будет находиться где-то посередине, что означает соответствие решения некоторой комбинации двух упомянутых критериев.

Наметим подход к проблеме выбора размера арендных платежей на примере одного так называемого обобщенного производителя, или ОП (см. [1]). Речь идет о бесконечном множестве мелких идентичных и конкурирующих между собой (элементарных) производителей, производящих однотипную продукцию. Основным свойством ОП является (в случае, если различием в пространственном расположении элементарных производителей, его составляющих, можно пренебречь) единая отпускная цена для всех элементарных производителей из ОП. В работе [1] принимается, что их издержки производства также одинаковы. Однако теперь от полной тождественности элементарных производителей нам придется отказаться.

Введем необходимые обозначения. Единую для ОП цену обозначим через p. Отдельного элементарного производителя будем отождествлять с произвольной точкой y на отрезке прямой или на ограниченной области плоскости. Его урожайность обозначим $a(y)$, издержки производства – $e(y)$, площадь его земельного надела – $s(y)$, арендную плату – r (для всех производителей y она одна и та же), чистый доход – $u(y)$. Тогда

$$u(y) = (pa(y) - e(y) - r)s(y)\,.$$

Будем считать, что при заданных параметрах системы не все элементарные производители готовы продолжать функционировать, а именно, они будут участвовать в производстве лишь при выполнении неравенства

$$u(y) \geq b(y)s(y)\,,$$

где $b(y)$ - некоторая неотрицательная функция. Это значит, что элементарные производители рассчитывают на определенный уровень прибыли, причем каждый – на свой (этим они также могут различаться). Формально можно было бы функцию $b(y)$ включить в издержки производства и отдельно не рассматривать. Итак, должно быть

$$pa(y) - e(y) - b(y) - r \geq 0 .$$

Это неравенство определяет подмножество ОП, которое после введения арендной платы размером r продолжает участвовать в производстве. Его обозначим через $Y(r)$. Суммарный доход, получаемый государством с рассматриваемого ОП при назначении арендной платы r, составит

$$v = r \operatorname{mes} Y(r) ,$$

где мера множества $Y(r)$ определяется функцией $s(y)$ (в случае, если она константа, эта мера совпадает с геометрической длиной или площадью соответствующего множества.). В соответствии с выбранным критерием проблема определения размера арендной платы сводится к задаче

$$r \operatorname{mes} Y(r) \Rightarrow \max .$$

Итак, основной гипотезой, позволяющей получать содержательные решения задачи о целесообразности выбора той или иной арендной платы, следует считать дифференциацию элементарных производителей. Только в этом случае возможна непрерывная зависимость дохода государства от размера арендной платы. В противном случае решение принимает “ущербный” характер: множество арендных платежей разбивается на два подмножества некоторым критическим уровнем r°, и в случае, если арендная плата меньше r°, множество $Y(r)$ совпадает со всем обобщенным производителем, а если больше r° – оно пусто. В принципе, упомянутая гипотеза естественна – скорее, трудно представить себе двух совершенно одинаковых производителей. Проблема лишь в моделировании этой дифференциации. Один из способов дифференциации в чисто демонстрационных целях предлагается далее при рассмотрении численного примера.

Следует отметить, что слабым местом в изложенной конструкции является независимость цены p от арендной платы, что, конечно, неверно. Дело в том, что в отличие от элементарных производителей ОП в силу своих размеров уже в состоянии оказывать заметное влияние на общий рынок аграрной продукции – увеличение или уменьшение поставок продукции или изменение ее цены может изменять уровень равновесных потоков продукции и рыночных цен. В то же время увеличение арендной платы вынудит часть элементарных производителей отказаться от своей деятельности, а это, в свою очередь, приведет к снижению суммарного урожая ОП и отразится на рыночных ценах на рассматриваемый продукт.

Поэтому при определении арендных платежей неправомерно рассматривать отдельного ОП, не погружая его в общую систему производства и потребления аграрной продукции, т.е. не учитывая всего множества переменных и параметров, характеризующих рынок аграрной продукции и определяющих общее рыночное равновесии. Иными словами, необходимо рассматривать пусть и достаточно агрегированную, но непременно замкнутую систему производства и потребления аграрной продукции. Как раз это мы и собираемся продемонстрировать на примере модели, служащей обобщением рассмотренной в [1] модели на случай, учитывающий некоторую дифференциацию элементарных производителей и арендную плату за использование земли. Как и в работе [1], методом исследования совместного поведения участников рынка служит поиск равновесных по Нэшу ситуаций (см. [2]).

Численный пример. Рассмотрим агрегированную систему, в которой производится и потребляется всего два вида продукции с участием двух ОП и двух центров потребления. Функции спроса внутренних центров потребления на уровне оптовых закупок на их входе задаются в виде (предполагается, что они между собой по j и k независимы)

$$f_{\mathrm{j}}^{\mathrm{k}}\left(x_{\mathrm{j}}^{\mathrm{k}}\right)=\frac{c_{\mathrm{j}}^{\mathrm{k}}}{0.5+x_{\mathrm{j}}^{\mathrm{k}}}, \quad j=1{,}2, \quad k=1{,}2,$$

где коэффициенты определяются матрицей

$$\left\|c_{\mathrm{j}}^{\mathrm{k}}\right\|=\begin{bmatrix}3.0 & 6.0\\ 1.3 & 2.0\end{bmatrix}.$$

Производители определяются следующим образом. Их суммарные площади равны по 1, а урожайность по различным культурам, издержки производства для всех производителей и всех культур, а также транспортные расходы для обоих видов продукции задаются соответственно матрицами

$$\left\|\alpha_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}}\right\|=\begin{bmatrix}1.5 & 1.3\\ 1.0 & 0.5\end{bmatrix}, \qquad \left\|\varepsilon_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}}\right\|=\begin{bmatrix}0.5 & 4.0\\ 0.7 & 3.0\end{bmatrix},$$

$$\left\|t_{\mathrm{ij}}^{1}\right\|=\begin{bmatrix}0.5 & 1.0\\ 2.0 & 4.0\end{bmatrix}, \qquad \left\|t_{\mathrm{ij}}^{2}\right\|=\begin{bmatrix}2.0 & 4.0\\ 0.5 & 1.0\end{bmatrix}.$$

Таким образом, рассматриваемый рынок представлен двумя видами продукции, для одного из которых (второго) заметно дороже обходится как его производство, так и его транспортировка, и центры потребления готовы платить больше за равное количество второго продукта. Различаются между собой и сами центры потребления – первый из них обладает большей покупательной способностью.

Для проведения расчетов без учета арендных платежей используется стандартный вариант алгоритма, позволяющий находить равновесное состояние системы методом последовательных приближений. При этом оцениваются следующие предельные характеристики: распределение площадей, цены производителей, потоки продукции, суммарные потоки продукции от производителей и суммарные потоки потребленной центрами потребления продукции. Моделирование дало следующие результаты (после 5000 итераций):

$$\left\|s_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}}\right\|=\begin{bmatrix}1.00 & 0.00\\ 0.40 & 0.60\end{bmatrix}, \qquad \left\|p_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}}\right\|=\begin{bmatrix}1.00 & -\\ 0.95 & 3.49\end{bmatrix},$$

$$\left\|x_{\mathrm{ij}}^{1}\right\|=\begin{bmatrix}1.50 & 0.00\\ 0.00 & 0.40\end{bmatrix}, \qquad \left\|x_{\mathrm{ij}}^{2}\right\|=\begin{bmatrix}0.00 & 0.30\\ 0.00 & 0.00\end{bmatrix},$$

$$\left\|X_{\mathrm{i}\bullet}^{\mathrm{k}}\right\|=\begin{bmatrix}1.50 & 0.00\\ 0.40 & 0.30\end{bmatrix}, \qquad \left\|X_{\bullet\mathrm{j}}^{\mathrm{k}}\right\|=\begin{bmatrix}1.50 & 0{,}30\\ 0.40 & 0.00\end{bmatrix},$$

где $s_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}}$ – площадь, отводимая i-м ОП под k-ю культуру, $p_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}}$ – отпускные цены i–го производителя на k-ю культуру, $q_{\mathrm{j}}^{\mathrm{k}}$ – цены на уровне j–го центра потребления на k-

ю культуру, x_{ij}^{k} – объем k-й культуры, проданный i-м производителем j-му центру потребления, $X_{i\bullet}^{k}$ – суммарный объем реализации i-м производителем k-й культуры, $X_{\bullet j}^{k}$ – суммарный объем потребления j-м центром потребления k-й культуры. Поскольку первый производитель всю свою площадь использует под первую культуру, его цена на вторую культуру не определена.

Для расчета "оптимальных" арендных платежей стандартный вариант алгоритма модифицируется. Для этого проводится дифференциация элементарных производителей и с ее помощью в их множестве организуется отсев. Для каждого ОП задаются некоторые два уровня прибыли. Если рассчитанная прибыль выше большего из них, отсева нет, если ниже меньшего из них, отсев полный, в промежуточном случае отсев определяется по линейному закону. В данном конкретном примере нижние уровни для обоих ОП равны 0, а верхние – 1.5 и 1.0 соответственно. Поиск "оптимальных" арендных платежей состоит в последовательном многократном использовании стандартного варианта алгоритма, при котором на каждом шаге его применения меняются издержки производства для каждого ОП в соответствии с величиной новой арендной платы.

Процесс поиска решения оказался сходящимся, и были получены следующие результаты. Максимальный рентный доход государства реализовался при арендной плате $r_1 = 2.6$, назначаемой первому ОП, и $r_2 = 1.0$, назначаемой второму. При этом в производстве сохранили свои позиции доля $\gamma_1 = 0.30$ общего количества производителей первого ОП и доля $\gamma_2 = 0.25$ второго, а сам максимальный рентный доход составил 1.12 (из них 0.84 пришлись на первого ОП и 0.28 – на второго). Остальные равновесные значения переменных задачи даются матрицами

$$\left\| s_i^k \right\| = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 \\ 0.04 & 0.96 \end{bmatrix}, \qquad \left\| p_i^k \right\| = \begin{bmatrix} 2.66 & - \\ 2.05 & 5.70 \end{bmatrix},$$

$$\left\| x_{ij}^1 \right\| = \begin{bmatrix} 0.45 & 0.00 \\ 0.00 & 0.01 \end{bmatrix}, \qquad \left\| x_{ij}^2 \right\| = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 \\ 0.12 & 0.00 \end{bmatrix},$$

$$\left\| X_{i\bullet}^k \right\| = \begin{bmatrix} 0.45 & 0.00 \\ 0.01 & 0.12 \end{bmatrix}, \qquad \left\| X_{\bullet j}^k \right\| = \begin{bmatrix} 0.45 & 0{,}12 \\ 0.01 & 0.00 \end{bmatrix}.$$

Отметим, что изложенный алгоритм позволяет находить не только размер арендной платы, приносящей максимальный доход государству, но также и полное описание равновесных состояний системы для прочих значений арендной платы, что позволяет находить решение задачи о выборе размера арендной платы, исходя из прочих, отличных от максимума дохода государства, критериев.

Литература

1. Агасандян Г.А. Равновесия в системах производства, хранения и реализации сельхозпродукции. М.: ВЦ АН СССР, 1991, 37с.
2. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики. М.: Мир, 1985. 200с.