Применение инвесторами методов финансовой инженерии на рынке опционов

Г.А. Агасандян

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Тел: 135-51-09 *Факс:* *E-mail:* agasand@ccas.ru

Ключевые слова: критерий допустимых потерь, платежная функция, оптимальный портфель опционов, критерий Неймана-Пирсона,

Абстракт

Исследуется поведение инвестора на рынке опционов со своими взглядами на вероятностные свойства рынка. Показывается, что применение инвестором стандартного критерия *VaR* (допустимых потерь) для построения "оптимального" для него инструмента может быть чревато нежелательными для него эффектами. Предлагается континуальная (многоступенчатая для реального рынка) модификация критерия *VaR*, которая позволяет избавиться от недостатков стандартного его варианта и наиболее полно отразить предпочтения инвестора. Основное внимание в работе уделено однопериодному рынку опционов, но предлагается и обобщение развиваемой теории для многопериодного рынка опционов. Частично результаты работы отражены в работах [1,2].

1. Свойства теоретического рынка опционов

Рассматривается теоретический однопериодный рынок, охватывающий всего два момента времени – начальный, когда осуществляется инвестирование, и конечный, когда получается доход. На нем обращаются опционы колл $\boldsymbol{C}(E)$ и пут $\boldsymbol{P}(E)$ на некоторый рисковый актив $\boldsymbol{S}$ (акцию единичного номинала) со всеми возможными страйками E из множества вещественных чисел. На рынке присутствует также и безрисковый актив, единичный объем которого обозначается через $\boldsymbol{1}$.

С помощью этих инструментов можно строить различные (вообще говоря, континуальные) портфели опционов, реплицирующие любой инструмент $\boldsymbol{G}$ с платежной функцией $g(x)$ весьма произвольного вида. Например, для функций $g(x)$ с ограниченной вариацией имеет место представление

$$\boldsymbol{G} = g(\nu)\boldsymbol{U} - g'(\nu-0)\boldsymbol{P}(\nu) + g'(\nu+0)\boldsymbol{C}(\nu) + \\ + \int_{-\infty}^{\nu} \boldsymbol{P}(x)dg'(x) + \int_{\nu}^{\infty} \boldsymbol{C}(x)dg'(x) \qquad (1)$$

действительное для произвольного $\nu \in R$. Если же производная $g'(x)$ при $x=\nu$ обращается в бесконечность, то следует использовать иное представление:

$$\boldsymbol{G} = g(\nu)\cdot\boldsymbol{1} - g'(-\infty)\boldsymbol{P}(\nu) + g'(+\infty)\boldsymbol{C}(\nu) + \\ + \int_{-\infty}^{\nu} (\boldsymbol{P}(x) - \boldsymbol{P}(\nu))dg'(x) + \int_{\nu}^{\infty} (\boldsymbol{C}(x) - \boldsymbol{C}(\nu))dg'(x). \qquad (2)$$

Более универсальное (но не совсем удобное в применении к реальному рынку) представление того же инструмента дается формулой

$$\boldsymbol{G} = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)\boldsymbol{C}''(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)\boldsymbol{P}''(x)dx\,, \qquad (3)$$

где $\boldsymbol{C}''(E)$ и $\boldsymbol{P}''(E)$ – "вторые производные" колла и пута соответственно со страйком E с общей платежной функцией, совпадающей с δ–функцией относительно E. Эти инструменты совпадают между собой и потому имеют единое обозначение $\boldsymbol{D}(E)$.

В начале периода цена базового актива $\boldsymbol{S}$ равна μ_0. Цена актива в конце периода является случайной величиной S с плотностью вероятности $f(x)$ и функцией распределения $F(x)$, которым соответствует среднее μ. В теоретической конструкции удобно допускать и отрицательные значения этой случайной величины (с малой вероятностью).

Если считать рынок нейтральным к риску, то все инструменты должны давать одинаковый средний относительный доход r (или доходность $r - 1$), и потому, в частности, должно быть $\mu = r\,\mu_0$. На таком рынке стоимость в начале периода опциона колл со страйком E определяется равенством

$$C(E) = (1/r)\int_{E}^{\infty}(x-E)f(x)dx\,. \qquad (4)$$

Схожее соотношение имеет место и для опциона пут:

$$P(E) = (1/r)\int_{-\infty}^{E}(E-x)f(x)dx\,. \qquad (5)$$

Поэтому

$$C''(E) = P''(E) = f(E)/r\,. \qquad (6)$$

Из последнего соотношения следует, что на таком рынке по ценам опционов можно восстановить плотность вероятности $f(x)$.

Однако на реальном рынке соотношения (4) и (5) не выполняются, и вероятностные характеристики будущей цены базового актива неизвестны, а известны лишь цены опционов. Тем не менее, мы будем использовать формулу (6) для определения ее правой части. Отметим, что недопустимость арбитража требует определенного согласования цен опционов колл и пут.

Введем нормирующий множитель r равенством

$$\int_R C''(x)dx = \int_R P''(x)dx = 1/r .$$

Тогда функция

$$f_m(x) = rC''(x) = rP''(x)$$

неотрицательна, и интеграл от нее по всей вещественной прямой равен 1, т.е. ее можно рассматривать как плотность вероятности. Эту плотность естественно называть *наведенной рынком плотностью вероятности цены базового актива*, параметр r – *наведенным относительным доходом* за период, а $r - 1$ – *наведенной доходностью*. При этом стоимость *безрискового* актива равна $1/r$, и параметр r совпадает с *безрисковым* относительным доходом (а $r - 1$ – с *безрисковой* доходностью).

2. Задачи инвестора опционного рынка и способы их решения

Предполагается, что инвестор имеет собственное представление о распределении вероятностей будущей цены базового актива. Плотность вероятности этого распределения обозначим $f_t(x)$. Считаем, что инвестор знает и наведенную плотность вероятности $f_m(x)$. Рассмотрим задачи, стоящие перед инвестором

2.1. Безусловная максимизация среднего дохода инвестора

Простейшей задачей инвестора можно считать безусловную максимизацию среднего дохода от инвестиции заданного размера. Кстати, заметим, что такая задача может представлять интерес лишь для нейтрального к риску инвестора. Пусть инвестор собирается инвестировать некоторую сумму A на рынке опционов. Рыночная стоимость $|\boldsymbol{G}|$ инструмента $\boldsymbol{G}$ с платежной функцией $g(x)$ в соответствии с представлением (3) составляет

$$|\boldsymbol{G}| = \frac{1}{r}\int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f_m(x) dx$$

Если инвестор использует лишь инструменты с неотрицательными платежными функциями (т.е. он по ним лишь в длинной позиции), то максимум дохода достигается на инструментах из класса $\boldsymbol{D}(E)$, $E \in R$.

Введем функцию правдоподобия, применяемую в статистике (критерий Неймана-Пирсона [3])

$$L(x) = f_m(x)/f_t(x)$$

Тогда средний доход инвестора принимает наибольшее значение при страйке E', доставляющем наименьшее значение функции правдоподобия L, при этом он равен $A/L(E')$.

С помощью коротких позиций по инструментам $\boldsymbol{D}(E)$ инвестор, теоретически, в состоянии сколь угодно увеличить свой средний доход. Действительно, если он использует длинную позицию по инструменту $\boldsymbol{D}(E')$ в объеме $A + A_s$ и короткую по инструменту $\boldsymbol{D}(E'')$ в объеме A_s, где E'' обозначает страйк, доставляющий L максимум, то его общий средний доход составит $(A+A_s)/L(E') - A_s/L(E'')$.

2.2. Условная максимизация среднего дохода инвестора (критерий VaR)

Недостатки полученного решения очевидны: оно вырождено. Инвестор с вероятностью 1 получает нулевой доход и с вероятностью 0 – бесконечный. Этот факт носит, разумеется, чисто теоретический характер, но он находит отражение и при применении аналогичной стратегии на реальном рынке. Для исправления ситуации можно воспользоваться популярным критерием *Value at Risk* (*VaR*). В своей стандартной форме он предполагает максимизацию среднего дохода инвестора, но уже при выполнении условия

$$P_t\{B \geq B_{cr}\} \geq 1 - \varepsilon^\circ \qquad (7)$$

для некоторых значений критического уровня его дохода B_{cr} и вероятности ε (обычно небольшой), выбираемых инвестором.

Решение такой задачи также основано на критерии Неймана-Пирсона. Строится однопараметрическое семейство множеств $\{Z(c),\ c>0\}$, по правилу

$$x \in Z(c) \quad \Leftrightarrow \quad L(x) \geq c$$

Для заданного ε находится множество X° из семейства $\{Z(c)\}$ такое, что $\varepsilon^\circ = P_t\{X^\circ\}$. Оказывается, что при этом наведенная вероятность $\gamma = P_m\{X^\circ\}$ максимальна, и потому рыночная стоимость инструмента "индикатор дополнительного к $X(\varepsilon)$ множества", равная $1-\gamma(\varepsilon)$, минимальна. Этот инструмент в количестве B_{cr} при условии $B_{cr}(1-\gamma) \leq A$ обеспечивает выполнение ограничения (7), а остаток $A - B_{cr}(1-\gamma)$ направляется на максимизацию среднего дохода, т.е. на приобретение инструмента $\boldsymbol{D}(E')$. И вновь для повышения дохода можно использовать короткие позиции по инструментам $\boldsymbol{D}(E)$.

3. Континуальный критерий VaR

Применение стандартного критерия *VaR* все еще не приносит инвестору значительного улучшения вероятностной структуры его доходов: с вероятностью 1 его случайный доход не превышает B_{cr}, и повышение среднего дохода вновь обеспечивается вырожденной составляющей общего случайного дохода. Поскольку критический доход обычно выбирается по сравнению с инвестиционной суммой небольшим, то понятно, что инвестор вряд ли изначально желал такого результата инвестиции.

Представляется, что решение проблем инвестора лежит на пути построения многоступенчатой, а в теоретической конструкции даже континуальной, версии критерия *VaR*. Поскольку переход от континуальной модификации критерия *VaR* к дискретной очевиден, мы ограничимся изложением континуальной модификации.

В континуальной версии критерия интересы инвестора описываются неубывающей функцией критических доходов $B_{cr}(\varepsilon)$, $\varepsilon \in [0,1]$. Эта функция может принимать отрицательные значения и быть неограниченной в обоих концах отрезка. Требуется построить стратегию инвестора, чтобы его доход B от инвестиции в размере A удовлетворял условию

$$P_t\{B \geq B_{cr}(\varepsilon)\} \geq 1 - \varepsilon \qquad (8)$$

Если решение этой задачи в полном объеме невозможно, приоритет отдается меньшим значениям ε. Остающаяся после решения этой задачи сумма вновь направляется на максимизацию среднего дохода, т.е. инвестируется в инструмент $\boldsymbol{D}(E_{\max})$, с возможным использованием короткой позиции по инструменту $\boldsymbol{D}(E_{\min})$.

Рассмотрим процесс постепенного инвестирования суммы A по мере возрастания параметра ε от 0 до 1. Величина $A(\varepsilon)$, означающая необходимую сумму инвестиции для выполнения (8) до точки ε включительно, представится формулой

$$A(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} B_{cr}(u)\,d\gamma(u) + \left(1-\gamma(\varepsilon)\right)B_{cr}(\varepsilon) \qquad (9)$$

Если же $A(1) \le A$, то (8) выполняется для всех $\varepsilon\in[0,1]$, и проблема решается полностью. и тогда остаток $A - A(1)$ направляется на максимизацию среднего дохода, т.е. вкладывается в инструмент $\boldsymbol{D}(E_{\max})$. В этом случае задача решается полностью. После этого инвестор применяет позиции поп $\boldsymbol{D}(E')$ и $\boldsymbol{D}(E'')$ для повышения среднего дохода.

Если инвестор не желает иметь вырожденную составляющую дохода, то его предпочтения удобнее задавать параметризованным семейством функций $B_{cr}(\varepsilon,b)$, а параметр b (вообще говоря, векторный) выбирать из условия выполнения равенства $A(1) = A$.

4. Иллюстративный пример

Рассмотрим случай, когда обе плотности $f_t(x)$ и $f_m(x)$ принадлежат семейству двухпараметрических двусторонних экспоненциальных распределений $f(x) = (1/2\beta)\exp(-|x|/\beta)$, $\beta > 0$ (т.е. под x понимается не сама будущая цена базового актива, а ее отклонение от своего среднего).

Будем описывать рисковые предпочтения инвестора функцией критических доходов $B_{cr}(\varepsilon,b) = b\varepsilon^{\lambda}$, $\lambda > 0$, заданной для всех $\varepsilon\in[0,1]$. Кроме того, инвестор всю инвестиционную сумму направляет на выполнение ограничений (8). Также полагаем, что $r = 1$, а рынку отвечает параметр $\beta = 1$.

Сначала рассматривается случай, когда распределение инвестора определяется параметром $\beta < 1$, т.е. инвестор считает рынок менее волатильным, чем об этом свидетельствуют цены опционов.

Реализация процедуры Неймана-Пирсона приводит к вложенной системе множеств для $c>0$

$$Z(c) = \left\{x \,\middle|\, |x| \ge \frac{\beta}{1-\beta}\ln\frac{c}{\beta}\right\}.$$

Определение критического множества $X(\varepsilon)$ уровня ε, удовлетворяющего свойству $P_t\{X(\varepsilon)\} = \varepsilon$, дает

$$X(\varepsilon) = \left\{x \,\middle|\, |x| \ge -\beta\ln\varepsilon\right\}.$$

Далее, имеем

$$\gamma(\varepsilon) = \varepsilon^{\beta},$$

а связь между уровнем ε и ценой актива x дается соотношением

$$\varepsilon(x) = \exp\left(-\frac{|x|}{\beta}\right).$$

Из уравнения (9) и условия $A(1) = A$ получаем простыми вычислениями, что

$$b = A\frac{(\beta+\lambda)}{\beta}.$$

Наконец, находим представление "оптимальной" платежной функции в виде

$$g(x) = B_{cr}\left(\varepsilon(x), b\right) = A\left((\beta+\lambda)/\beta\right)\exp\left(-\lambda|x|/\beta\right).$$

Первым приближением к этой платежной функции служит платежная функция спрэда "баттерфляй" – симметричной по страйкам комбинации длинного стрэнгла и короткого стрэддла.

Полагая $\theta = \lambda/\beta$, можно в соответствии с (1) дать выражение для "оптимального портфеля инвестора:

$$\boldsymbol{G} = A(1+\theta)\left(\boldsymbol{U} - \theta\left(\boldsymbol{P}(0)+\boldsymbol{C}(0)\right) + \right.$$
$$\left. + \theta^2\left(\int_{-\infty}^{0}\boldsymbol{P}(x)\exp(\theta x)dx + \int_0^{\infty}\boldsymbol{C}(x)\exp(-\theta x)dx\right)\right).$$

Если в этом выражении перейти от инструментов к их ценам, то получим рыночную цену оптимального портфеля инвестора G.

В случае $\beta > 1$ для распределения инвестора аналогичная процедура приводит к платежной функции

$$g(x) = A\frac{\Gamma(\lambda+\beta+1)}{\Gamma(\lambda+1)\Gamma(\beta+1)}\left(1-\exp\left(-\frac{|x|}{\beta}\right)\right)^{\lambda},$$

где $\Gamma(\nu)$ – гамма-функция. Первым приближением к этой платежной функции служит платежная функция обратного баттерфляя ("сэндвича") – симметричной по страйкам комбинации длинного стрэддла и короткого стрэнгла.

Представление соответствующего портфеля зависит от λ. Например, при $\lambda < 1$ получается портфель

$$\boldsymbol{G} = b(\lambda/\beta)^2\left(\int_{-\infty}^{0}\left(\boldsymbol{P}(x)-\boldsymbol{P}(0)\right)s(-x)dx + \int_0^{\infty}\left(\boldsymbol{C}(x)-\boldsymbol{C}(0)\right)s(x)dx\right)$$

где

$$s(x) = \left(1-\exp\left(-\frac{x}{\beta}\right)\right)^{\lambda-2}\exp\left(-\frac{x}{\beta}\right)\left(\exp\left(-\frac{x}{\beta}\right)-\frac{1}{\lambda}\right), \quad x>0.$$

5. Модификация континуального критерия VaR для реального рынка опционов

Для применения методики к реальному рынку опционов ее необходимо модифицировать по двум направлениям. Во-первых, на рынке котируется лишь конечное множество страйков. Во-вторых, на рынке не котируются опционы с большим выигрышем. Поэтому вместо плотностей вероятности строятся их оценки для дискретного множества точек, что делает метод приближенным.

Пусть число котируемых на рынке и упорядоченных по возрастанию страйков равно n. Их множество за исключением двух крайних страйков обозначим I. Для некоторого среднего страйка a заданы цены и колла, и пута, для страйков правее a – цены только колла, а левее – только пута. Для всех страйков из множества I естественным образом определяется оценка плотности как вторая разность цен опционов. Так, для $i > a$, $i\in I$, используются коллы:

$$\tilde{f}(i) = \left(C(i-1) - 2C(i) + C(i+1)\right)/h^2.$$

Для $i < a$, $i \in I$, вместо опционов колл используются только путы, а для страйка a – и те, и другие.
Далее, как и ранее, образуется отношение правдоподобия

$$\tilde{L}(i) = f_t(i) / \tilde{f}_m(i), \quad i \in I,$$

и все страйки из I упорядочиваются по его убыванию.
Последующие действия лишь деталями отличаются от предложенной выше процедуры. Отметим лишь, что теперь в качестве строительных блоков оптимального портфеля используются элементарные баттерфляи, которые образуются тремя соседними страйками и служат дискретным аналогом инструмента $\boldsymbol{D}(E)$ ("δ-функции") в континуальном случае.

6. Оптимальное поведение инвестора на многопериодном опционном рынке

Предложенная методика допускает обобщение на случай многопериодного рынка опционов. Однако следует отметить, что для построения строгой теории для n-периодного рынка недостаточно предположения, что на рынке обращаются обычные опционы всех сроков действия $k \le n$. Одни только эти опционы не в состоянии отразить все нюансы вероятностных характеристик движения цен актива на рынке и предпочтений инвестора.
Будем предполагать, что на рынке обращаются *зависящие от пути опционы*. Частные виды таких опционов действительно присутствуют на рынке, например, барьерные опционы. Но мы эти опционы будем толковать расширенно. Под *n-периодными зависящими от пути опционами* мы будем понимать инструменты, определяемые в общем случае всей траекторией движения цены базового актива.
Среди всех зависящих от пути опционов выделяем базисные инструменты, называемые А-опционами. Рассматриваются три вектора: $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ – последовательность цен актива, $E = (E_1, E_2, \ldots, E_n)$ – последовательность страйков, $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$ – произвольный упорядоченный набор –1 и +1, характеризующий тип опциона. (Вместо цен актива можно рассмотреть относительные доходы за последовательные периоды.) Тогда А-опцион $\mathrm{A}(E; \alpha)$, по которому доход выплачивается в момент $t = n$, определяется платежной функцией $\max(0, \alpha_1(E_1 - x_1)) \max(0, \alpha_2(E_2 - x_2)) \ldots \max(0, \alpha_n(E_n - x_n))$.
При этом, вообще говоря, необязательно требовать присутствия на рынке всех 2^n А-опционов для каждого $E \in R_n$. Как и в однопериодном случае, достаточно, чтобы множество страйков, для которых определен хотя бы один тип А-опциона, совпадало с R_n.
Беря смешанную производную от платежной функции первого порядка по каждому страйку, мы получим платежную функцию "первой производной" А-опциона, а второго порядка – "второй производной".
В частности, если использовать А-опцион с вектором α°, все компоненты которого равны +1, то платежная функция его "первой производной" как раз определит совместную функцию распределения вектора цен x.
Платежные функции "вторых производных" всех типов А-опционов с одинаковым векторным страйком E совпадают между собой и являются n-мерными дельта-функциями относительно E. Поэтому формальное представление инструмента $\boldsymbol{G}\{g(x)\}$ с произвольной платежной функцией n переменных $g(x)$ задается в виде

$$\boldsymbol{G}\{g\} = \int_{R_n} g(x) \boldsymbol{D}(x) dx,$$

где $\boldsymbol{D}(E)$ – инструмент "дельта-функция".
Поскольку из платежных функций n-периодных зависящих от пути опционов можно построить функции n переменных, фактически зависящие лишь от первых k, могло бы показаться, что эти функции могут служить платежными функциями k-периодных опционов, и, следовательно, задача реализации k-периодных опционов из n-периодных опционов в принципе разрешима. Но это не так. Существенное отличие состоит в сроках расчета по опционам. По k-периодным расчет производится в момент k, а по n-периодным – в момент n.
Поэтому на рынке должны присутствовать зависящие от пути опционы всех сроков действия $k \le n$. Но в этом случае их стоимости должны быть должным образом согласованы, иначе возможен *временной* арбитраж.
Если рынок нейтрален к риску и известна плотность совместного распределения вероятностей $f(x)$, то ценообразование А-опционов проводится аналогично однопериодному случаю. Например, для А-опциона с вектором α°, все компоненты которого равны +1, его цена

$$\mathrm{A}(E, \alpha^\circ) = (1/r) \int_{R_n} \prod_{i=1}^{n} \left(\max(0, E_i - x_i) \right) f(x) dx,$$

где r – относительный доход от инвестиции за весь горизонт инвестирования.
Если распределение вероятностей будущих цен базового актива неизвестно, для его оценки можно использовать сами рыночные цены опционов. *Наведенную рынком совместную плотность вероятности* $f_m(x)$ определим равенством

$$f_m(x) = f_{m,n}(x) = r_0^n \frac{\partial^{2n} \mathrm{A}(x; \alpha)}{\partial x_1^2 \ldots \partial x_n^2},$$

где $\mathrm{A}(E; \alpha)$ – цена А-опциона с параметрами $(E; \alpha)$, а коэффициент

$$r_0^n = r = 1 \Big/ \int \frac{\partial^{2n} \mathrm{A}(x; \alpha)}{\partial x_1^2 \ldots \partial x_n^2} dx$$

интерпретируется как наведенный рынком безрисковый относительный доход за n периодов.
Опционами сроков действия меньше n определяются *наведенные рынком совместные плотности вероятности* $f_m(x)$, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_k)$, $k<n$, и *наведенные рынком безрисковые относительные доходы за первые k периодов*. При этом важно, что плотности $f_m(x)$, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_k)$, $k<n$, должны быть согласованы между собой и с плотностью $f_m(x)$ для $k=n$.
Оптимальное поведение инвестора со своим взглядом на свойства рынка по аналогии с одномерным случаем далее строится с помощью процедуры Неймана-Пирсона и использованием n-мерной функции правдоподобия.

Заключение

Проблема, рассмотренная в работе, хорошо известна инвесторам опционного рынка. Если, например, инвестор считает, что рынок более волатилен, чем полагает большинство его участников, то для извлечения выгод из этого представления он использует инструменты типа стрэддла, стрэнгла или их комбинации. Аналогично он использует инструменты типа колл или пут, если он считает, что рынок будет двигаться преимущественно в некотором направлении.

Такое поведение инвестора, в принципе, понятно, однако очевидно и то, что конкретный инструмент, отвечающий запросам инвестора, определяется не только его прогнозом рынка, но также и его отношением к риску.

Поэтому возникает естественный вопрос: какая формальная теория могла бы объяснять такое поведение инвестора и как сформулировать информационные требования, при которых можно было бы находить оптимальное для каждого конкретного инвестора поведение, т.е. оптимальный для него портфель, наиболее полно и точно (с учетом его прогноза) отражающий его рисковые предпочтения.

Предлагаемое исследование, по существу, и является такой теорией. Метод, развиваемый в работе, носит конструктивный характер и может быть трансформирован в вычислительную процедуру, посредством которой любой инвестор может получать оптимальные решения и осознанно применять их на опционном рынке.

Важно подчеркнуть, что при этом не следует слепо опираться на ставший популярным критерий VaR: при строгом следовании этому критерию и при широких возможностях, предоставляемых рынком и связанных с построением производных инструментов достаточно сложной структуры, результаты могут оказаться абсурдными и неприемлемыми для инвестора.

Решение проблемы основано на рассмотрении концепции континуального критерия VaR. В соответствии с ней рисковые предпочтения инвестора задаются, фактически, функцией распределения вероятности желаемого для инвестора случайного дохода (точнее, класса функций распределения, зависящих от одного или нескольких параметров).

Метод нахождения оптимального портфеля инвестора опирается на известную в статистике процедуру Неймана-Пирсона. С ее помощью устанавливается, содержит или нет получающийся случайный доход инвестора вырожденную компоненту. Если инвестор не желает иметь вырожденную составляющую дохода, он может нужным образом подобрать параметры своей функции распределения. Рассмотренные примеры демонстрируют, что результаты естественны и ожидаемы, и это свидетельствует о разумности предлагаемой теории.

Развитый метод допускает дискретную по страйкам модификацию, что позволяет применять его на реальных рынках опционов. Метод обобщается и на случай многопериодного рынка опционов, который может служить дискретной моделью уже непрерывного по времени рынка.

Библиографический список

1. Агасандян Г.А. Финансовая инженерия и критерий допустимых потерь (VaR). М.: ВЦ РАН, 2001. 34 с.
2. Агасандян Г.А. Многоступенчатый критерий VaR на реальном рынке опционов. М.: ВЦ РАН, 2002. 35 с.
3. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Наука, 1975.